

MEHANIKA PENETRACIJE

1. UVODNA RAZMATRANJA I OSNOVNE PREPOSTAVKE

1.1. Definicija problema i značaj proučavanja probijanja

Pod *probijanjem (penetracijom)* se podrazumeva proces koji započinje udarom *penetratora u prepreku* i nastavlja se njegovim kretanjem kroz strukturu prepreke. Pri tome se pod *penetratorom* podrazumeva svako telo namenjeno za probojno dejstvo, dok se *preprekom* smatra sredina izložena istom dejству.

Proučavanje ove pojave započeto je sredinom XIX veka uočavanjem osnovnih zakonomernosti između karakteristika penetratora i prepreke i parametara procesa penetracije. Činjenica da ni do danas nije nađeno opšte rešenje problema penetracije ilustruje složenost i raznovrsnost fenomena koji su povezani sa procesom probijanja.

Značaj proučavanja penetracije ogleda se u njenoj primeni koja ima dva vida. Osnovno polje primene je vojna tehnika, s obrzirom da je probijanje jedan od važnijih mehanizama kojim se bave konstrukcija projektila, odnosno balistika na cilju. Razmatranje procesa probijanja ima fundamentalni značaj za optimizaciju projektila probojnog i razornog dejstva, kao i za projektovanje pancirne zaštite. Sa druge strane, postoje i brojne civilne primene procesa probijanja kao što su zaštita objekata (npr. nuklearnih elektrana), te primene u rudarstvu i građevinarstvu. Vojne aplikacije su svakako najbitniji cilj i najznačajniji pokretač istraživanja u oblasti penetracije.

Razmatranje procesa probijanja nezamislivo je bez svestranih eksperimentalnih ispitivanja, dok su teorijska istraživanja multidisciplinarna, budući da obuhvataju veliki deo mehanike krutog i deformabilnog tela (otpornost materijala, teoriju elastičnosti i plastičnosti, prostiranje talasa deformacije itd.).

1.2. Vrste prepreka i penetratora

Na proces penetracije utiče veliki broj parametara koji se odnose na karakteristike penetratora, odnosno prepreke i na uslove udara. Stoga postoji veliki broj kriterijuma za kategorizaciju penetracionih procesa. Sa stanovišta pojava koje karakterišu probijanje, a koje su relevantne za modeliranje procesa, osnovna klasifikacija vezana je za *vrstu materijala prepreke*. S obzirom na ovaj kriterijum, razlikuju se sledeće vrste materijala prepreke:

- tkanine i vlaknasti materijali (tekstil, staklena vlakna, kevlar i sl.) ,
- prozirni materijali (staklo, poliuretani i sl.),
- keramika (aluminijum oksid, silicijum karbid itd.),
- drvo,
- tlo,
- beton,
- metali.

Važnu karakteristiku prepreke predstavlja i njena *debljina*, budući da značajno utiče na prirodu procesa probijanja. Sa stanovišta debljine razlikujemo četiri vrste prepreka:

- *polubeskonačne prepreke*; teorijski radi se apstraktnoj prepreci koja u stvari čini poluprostor; pod polubeskonačnom preprekom podrazumeva se takođe i prepreka dovoljno velike debljine kod koje se uticaj zadnje površine prepreke kao i same debljine prepreke na proces probijanja može zanemariti,
- *debele prepreke i prepreke srednje (umerene) debljine* karakteriše više ili manje značajan uticaj zadnje, slobodne površine prepreke na proces penetracije,
- *tanke prepreke* su definisane nepromenljivošću napona smicanja duž cele debljine prepreke.

Za analizu su takođe značajne i *poprečne dimenzije prepreke*. Konačno, s obzirom na broj slojeva razlikuju se: *monolitne (jednoslojne)* i *višeslojne prepreke*. Dalje će biti razmatrane isključivo ravne, homogene i nepokretne, monolitne metalne prepreke različitih debljina.

Vrsta penetratora takođe bitno utiče na karakter procesa probijanja. Sa aspekta primene u vojnoj tehnici, značajne su sledeće vrste penetratora:

- pancirni projektili,
- fragmenti košuljice razornih projektila,
- penetratori potkalibarnih projektila,
- kumulativni mlaz,
- preoblikovani disk na principu *Misznay-Shardinovog efekta*.

Penetratori (izuzev fragmenata) imaju cilindričan oblik sa ravnim, sferskim, konusnim, oživalnim ili složenim oblikom prednjeg dela.

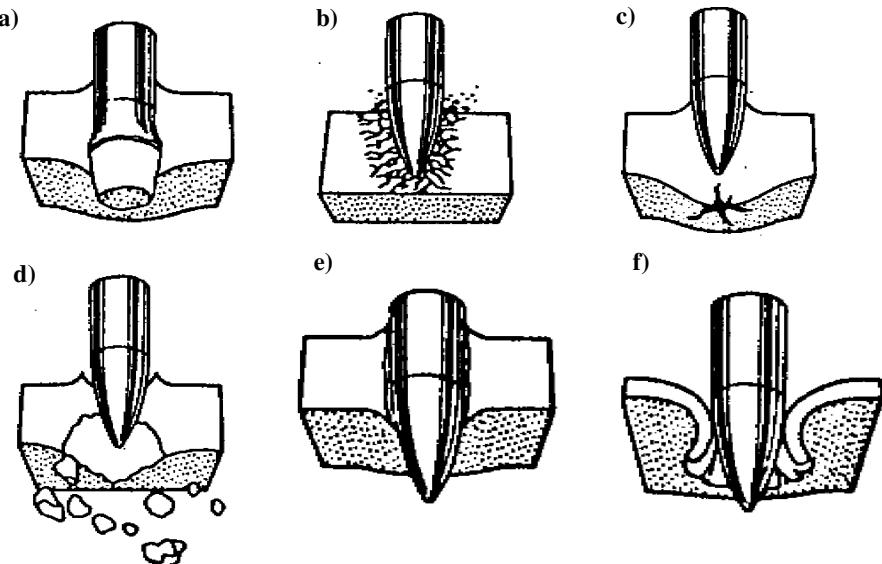
Osim karakteristika prepreke i penetratora, za penetracioni proces su važni i *početni uslovi* pri inicijalnom kontaktu penetratora i prepreke – reč je o *udarnoj brzini* i *udarnom ugлу* penetratora.

1.3. Tipovi penetracionih procesa

U zavisnosti od osnovnih "ulaznih" parametara penetracije razmatranih u prethodnom odeljku (karakteristike penetratora, prepreke i uslovi udara) sam proces može imati sasvim različitu prirodu. Naime, pri različitim uslovima menjaju se dominantni fenomeni koji karakterišu interakciju penetrator/prepreka i koji definišu tip penetracionog procesa. Na slici 1.1 skicirani su osnovni tipovi (režimi) penetracije za slučaj metalnih prepreka u oblasti udarnih brzina koja je od interesa:

- *probijanje putem formiranja odsečka (plugging*, slika 1.1a) karakteristično je za penetratore sa ravnim vrhom i prepreke značajne čvrstoće i razvlačljivosti; osnovna karakteristika ovog režima je formiranje cilindričnog *odsečka* materijala prepreke (*plug*) čiji je prečnik približno jednak prečniku penetratora; dominantna naprezanja prepreke u toku procesa su sabijanje i smicanje odsečka koje u određenom trenutku može da dovede opterećenu zonu u nestabilno stanje, što izaziva lom materijala usled smicanja i odvajanje odsečka.
- probijanje prepreka izrađenih od krtih materijala predstavljeno je na slikama 1.1b, 1.1c i 1.1d (*drobljenje, stvaranje radijalnih prskotina i fragmentacija*),
- formiranje otvora u prepreci radijalnim potiskivanjem materijala (*ductile hole enlargement*, slika 1.1e) i "rascvetavanje" prepreke (*petaling*, slika 1.1f) predstavljaju tipove penetracije karakteristične za vrlo razvlačljive materijale prepreke.

Posebno ćemo se koncentrisati na razmatranje režima formiranja odsečka i rascvetavanje prepreke kao dominantne režime procesa probijanja.



Slika 1.1. Osnovni tipovi penetracionih procesa: a) formiranje odsečka (*plugging*),
 b) drobljenje, c) stvaranje radijalnih naprslina, d) fragmentacija, e) formiranje otvora u prepreci (*ductile hole enlargement*), f) "rascvetavanje" prepreke (*petalling*)

U realnim uslovima režim probijanja najčešće predstavlja kombinaciju nekoliko tipova penetracije od kojih je jedan dominantan.

Svi navedeni režimi probijanja vezani su za pojave u zoni prepreke koja se nalazi neposredno ispred penetratora i oko njega. Međutim, pri određenim uslovima, znatno šira struktura prepreke može biti izložena naprezanju i deformisanju. Ove globalne deformacije prepreke takođe su predmet razmataranja ovog rada.

1.4. Pristupi problemu penetracije

Postoje tri osnovna pristupa rešavanju problema penetracije: empirijski, numerički i analitički.

Kreiranje *empirijskih relacija* između osnovnih parametara procesa probijanja je najstariji i najjednostavniji pristup. On svakako podrazumeva postojanje obimne baze podataka koja predstavlja rezultat obavljenih eksperimentalnih istraživanja. Visoki troškovi ovih ispitivanja i značajno vreme koje zahtevaju sami opiti, kao i obrada podataka, te odgovarajuća numerička i statistička analiza, prvi su nedostatak ovog pristupa. Osim toga, izvedene empirijske jednačine pouzdano važe samo pod uslovima i ograničenjima izvedenih eksperimenata, pa je mogućnost njihovog uopštavanja vrlo ograničena. Sa druge strane, ako se primenjuju u granicama izvršenih opita, empirijske relacije verovatno daju najbolje moguće predviđanje realnih vrednosti parametara penetracije. Empirijski izrazi ne moraju uvek da definišu neke od izlaznih parametara procesa (npr. izlaznu brzinu, dubinu prodiranja i sl.), već mogu da se odnose na neke značajne fizičke veličine u toku procesa (sila otpora kretanju penetratora, promena nekog od napona, ...) i da se koriste u drugačijim pristupima rešavanju problema. Postoje brojni empirijski izrazi za dubinu prodiranja, izlaznu brzinu penetratora, brzinu balističkog limita, vrednost ukupne aksijalne sile otpora i oni su razmatrani u sledećem poglavljju.

Numeričke metode podrazumevaju primenu osnovnih zakona mehanike na diskretizovan sistem penetrator-prepreka. Jednačine kretanja, kontinuiteta i energije, te konstitutivne jednačine i uslovi kompatibilnosti, zajedno sa početnim i graničnim uslovima, primenjuju se na svaki od konačnih elemenata strukture. Razvoj numeričkih metoda za rešavanje sistema algebarskih i diferencijalnih jednačina i primena računara, omogućili su rešavanje problema penetracije, kao i drugih problema dinamičke strukturne analize. Numerički pristup danas uglavnom podrazumeva

korišćenje gotovih softverskih paketa. Pored izvesnih nedostataka (visoka cena softvera, značajno vreme potrebno za modeliranje problema i rad programa) numerički pristup postaje sve dominantniji, a primena softvera uz eksperimentalnu verifikaciju rezultata dobija praktično ključnu ulogu u projektovanju. Značajno je napomenuti da ova metoda ne omogućava jednostavnu parametarsku analizu problema, kao i to da pretpostavljeni simplifikovani modeli ponašanja materijala prepreke i penetratora često ne omogućavaju dobijanje sasvim pouzdanih rezultata.

Formiranje *analitičkih modela* predstavlja "kompromisni" prilaz rešavanju problema penetracije. Opservacije nastale na osnovu eksperimentalnih ispitivanja relativno malog obima mogu da dovedu do zaključaka o dominantnim mehanizmima probijanja, o karakteru naprezanja i deformacija, o globalnim deformacijama prepreke, penetratora i odsečka i sl. U sledećem koraku, ovi dominantni fenomeni se kvantifikuju korišćenjem zakona mehanike. Na taj način formira se matematički model koji se rešava analitički ili numerički – korišćenjem programa za računar. Osnovne karakteristike ovako formiranih analitičkih modela su jednostavnost i jasna fizička zasnovanost koja ukazuje na suštinske procese koji se odigravaju u toku penetracije. Jasno je da se za svaku klasu penetracionih problema moraju formirati posebni analitički modeli, te da svaki model ima relativno ograničenu primenu (ali svakako širu od empirijskih relacija). Činjenice da su analitički modeli efikasni, da mogu da daju zadovoljavajući nivo tačnosti rezultata, kao i njihova adaptabilnost i pogodnost za parametarske studije čine ih veoma korisnim prediktivnim alatom koji se primenjuje u analizi penetracije, a samim tim i u projektovanju projektila, odnosno pancirne zaštite.

1.5. Osnovni pojmovi mehanike penetracije

U ovom odeljku biće definisano nekoliko važnih pojmoveva iz teorije penetracije koji će kasnije biti korišćeni.

Razlikuju se četiri osnovna ishoda procesa penetracije:

- *proboj* podrazumeva prolazak celog penetratora kroz prepreku, pri čemu se formira pravilan, približno cilindričan otvor u prepreci,
- *prodor* predstavlja granični slučaj probijanja jer je otvor u prepreci nepravilnog oblika i manje površine od površine poprečnog preseka penetratora; za razliku od proboga, kroz otvor prolaze samo delovi razbijenog penetratora,
- *zador* karakteriše zaustavljanje (zaglavljivanje) penetratora u prepreci ili njegovo razbijanje tokom probijanja,
- *rikošet* predstavlja odbijanje penetratora usled klizanja po površini prepreke ukoliko je ona nagnuta.

S obzirom da ćemo uglavnom razmatrati normalan udar penetratora u prepreku (dakle, ne dolazi do rikošeta), kao i da se u teorijskom pristupu prva dva efekta mogu objediniti, smatraće se da proces može imati dva ishoda, probog – ako ceo penetrator prođe kroz prepreku, ili u suprotnom – zador¹.

Pod *probojnošću* penetratora podrazumeva se njegova probojna moć – sposobnost probijanja prepreke. Može se pokazati da povećanje gustine i dužine penetratora i smanjenje njegovog prečnika, uz pretpostavke o strukturnom integritetu u toku lansiranja i probijanja i ostale nepromjenjene uslove, dovodi do povećanja probognosti penetratora. *Otpornost* prepreke podrazumeva nivo sposobnosti odupiranja probijanju. Jasno je da povećanje debljine i gustine, kao i poboljšanje mehaničkih karakteristika materijala prepreke doprinose povećanju njene

¹ Napominje se da se u literaturi na engleskom jeziku proces koji se završava probojem naziva perforacijom (odnosno probijanjem, *perforation*), dok se proces koji se završava zaustavljanjem penetratora označava kao prodiranje (*penetration*). Ovde ćemo koristiti samo termine probijanje i penetracija kao sinonime koji ne prejudiciraju ishod procesa.

otpornosti. U slučaju konkretne interakcije penetratora i prepreke, pojmovi probojnosti i otpornosti odnose se na ista svojstva sistema, s tim što imaju recipročna značenja – visoka probojnost podrazumeva malu otpornost i obratno.

Pri razmatranju probojnosti/otpornosti veliki značaj imaju tri brzine: udarna, izlazna i brzina balističkog limita.

Udarna brzina v_s (ili v_0) je trenutna vrednost linijske brzine penetratora u momentu inicijalnog kontakta sa preprekom. U radu se podrazumeva da je vektor udarne brzine kolinearan sa osom penetratora, tj. uvek se pretpostavlja let penetratora sa nultim napadnim uglom. Efekti ugaone brzine penetratora oko sopstvene ose, za slučaj žirostabilisanih penetratora, ne uzimaju se u razmatranje.

Izlazna (rezidualna) brzina v_r je brzina penetratora (i odsečka) u trenutku prolaska dna penetratora kroz ravan određenu zadnjom površinom prepreke.

Brzina balističkog limita v_L je jedna od osnovnih karakteristika sistema penetrator-prepreka i može se definisati na više načina.

Teorijski, reč je o minimalnoj vrednosti udarne brzine pri kojoj dolazi do proboja, odnosno maksimalnoj vrednosti udarne brzine pri kojoj ne dolazi do proboja prepreke. Dakle, važi

$$v_L = \inf \{v_s : v_r > 0\} = \sup \{v_s : v_r = 0\} \quad (1.1).$$

Brzina balističkog limita uvek se određuje eksperimentalnim putem – izvođenjem izvesnog broja gađanja različitim udarnim brzinama. Pri manjem broju eksperimenata, brzinom balističkog limita može se smatrati srednja vrednost najmanje udarne brzine $v_{s\min}$ pri kojoj je ostvaren proboj i najveće brzine $v_{s\max}$ pri kojoj je došlo do zadora

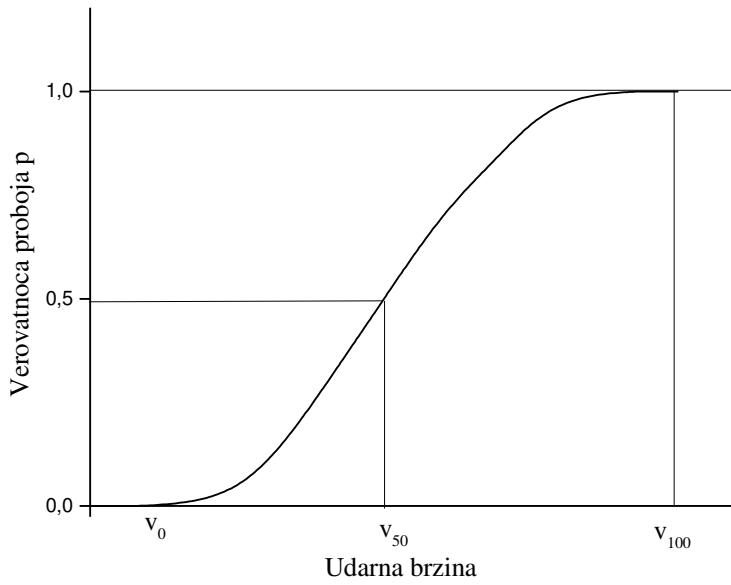
$$v_L = \frac{1}{2}(v_{s\min} + v_{s\max}) \quad (1.2).$$

Suštinski, međutim, samo probijanje je pojava koja u izvesnoj meri ima i stohastički karakter. Pri izvođenju eksperimenata pod "istim" uslovima, realno se pojavljuju izvesne razlike u početnim parametrima procesa (udarna brzina, udarni ugao, napadni ugao, nehomogenost materijala prepreke,...) koje je teško izbeći, usled čega dolazi do različitih ishoda procesa. Zato se uvodi pojam verovatnoće probijanja prepreke p . Naime, postoji minimalna vrednost udarne brzine v_{min} ispod koje praktično nikada ne dolazi do proboja ($p=0$) i maksimalna udarna brzina v_{max} iznad koje se proboj uvek dešava, $p=1$ (slika 1.2). Brzina balističkog limita se statistički definiše kao vrednost udarne brzine penetratora (između v_{min} i v_{max}) za koju je verovatnoća probijanja prepreke jednaka jednoj polovini

$$v_L = v_{50} = v_s \Big|_{p=\frac{1}{2}} \quad (1.3).$$

Ova definicija koristi se za određivanje brzine balističkog limita pomoću eksperimenta sa velikim brojem gađanja i predstavlja najpouzdaniju procenu ovog parametra.

Konačno, brzina balističkog limita može se određivati (odnosno predviđati) primenom određenog matematičkog modela – empirijskog, analitičkog ili numeričkog. Operacionalno, u ovom slučaju se najčešće pretpostavlja da je brzina balističkog limita najmanja (u pravilu celobrojna) vrednost udarne brzine koja obezbeđuje proboj.

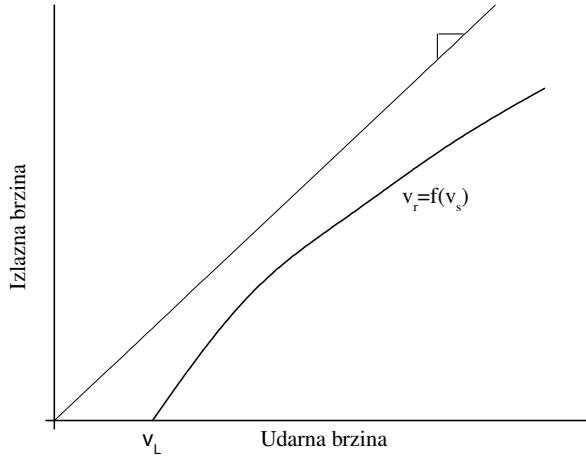


Slika 1.2. Verovatnoća probijanja prepreke u zavisnosti od udarne brzine penetratora

Važno je napomenuti da brzina balističkog limita predstavlja najvažniju, ali ne i jedinu meru probojnosti. Naime, vrlo često je zbog efekta koji se izaziva iza prepreke, od jednakog važnosti i izlazna brzina penetratora. Zbog toga zavisnost izlazne brzine penetratora od njegove udarne brzine

$$v_r = f(v_s) \quad (1.4)$$

predstavlja najvažniju karakteristiku sistema penetrator-prepreka. Na slici 1.3 predstavljen je dijagram sa tipičnom zavisnošću ove dve brzine.



Slika 1.3. Izlazna brzina penetratora u funkciji njegove udarne brzine

1.6. Ponašanje materijala prepreke i penetratora

Karakterizacija ponašanja materijala prepreke i penetratora u toku procesa probijanja jedan je od osnovnih problema pri modeliranju penetracije. Osnovna karakteristika opterećenja kojima su izloženi penetrator i prepreka je njihovo veoma kratko trajanje – ceo proces probijanja najčešće traje od nekoliko mikrosekundi do jedne milisekunde – pa je u stvari reč o *impulsnom opterećenju* materijala. Generalno, razmatranja ponašanja materijala pod dejstvom impulsnog

opterećenja bitno se razlikuju od uobičajenih analiza vezanih za kvazistatičko opterećenje. Kvalitativno, materijal izložen impulsnom dejstvu može da trpi nominalno veća opterećenja nego u kvazistatičkim uslovima.

Pri manjim vrednostima deformacija na početku procesa penetracije materijal se nalazi u zoni *elastičnosti* gde se primjenjuje *Hooke-ov* zakon. Međutim, vrlo često je moguće zanemariti elastične deformacije materijala s obzirom da se na njih troši neuporedivo manja energija penetratora nego na *plastično deformisanje*.

Osnovni problem, dakle, predstavlja modeliranje ponašanja materijala (penetratora i prepreke) u zoni plastičnosti. Pri tome je prvi zadatak određivanje *uslova tečenja* materijala, odnosno definisanje prelaska iz elastične u plastičnu zonu deformisanja. Eksperimentalnim istraživanjima ustanovljeno je da uslov tečenja *von Mises-a* najbolje odgovara ponašanju metala. Na osnovu razmatranja energije deformacije i na osnovu pretpostavke da do plastičnog tečenja materijala dolazi kada energija promene oblika dostigne kritičnu vrednost, dobija se da *von Mises-ov* uslov tečenja nastupa kada je

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_y^2 \quad (1.5).$$

U gornjem izrazu σ_i su vrednosti glavnih napona, dok je σ_y – granica tečenja koja se za svaki materijal utvrđuje eksperimentalnim putem. Iz jednačine (1.5) lako se dobija da je uslov tečenja pri jednodimenzionalnom naprezanju ($\sigma_2=\sigma_3=0$)

$$\sigma_1 = \sigma_y \quad (1.6),$$

dok pri čistom smicanju ($\sigma_1=-\sigma_2$, $\sigma_3=0$) važi

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \quad (1.7).$$

Kako se u analitičkim modelima penetracije uglavnom podrazumeva jednodimenziono naprezanje, jednačine (1.6) i (1.7) će se vrlo često koristiti.

Drugi važan problem je definisanje *konstitutivne jednačine* (zakona ojačanja) materijala. Moguće je, naime, materijal smatrati idealno plastičnim, odnosno takvim da za sve vreme plastičnog deformisanja važe jednačine (1.5) \div (1.7). Međutim, realno se dešava ojačavanje materijala (naročito pod dejstvom impulsnog opterećenja) koje se manifestuje povećanjem napona tečenja sa rastom deformacija. U slučaju jednodimenzionog stanja napona ($\sigma_1=\sigma$) zakon ojačavanja ima oblik

$$\sigma = F(K_i, \varepsilon, \dot{\varepsilon}) \quad (1.8),$$

pri čemu su ε i $\dot{\varepsilon}$ relativna deformacija i brzina relativne deformacije, dok su K_i – eksperimentalno utvrđeni parametri koji zavise od vrste materijala. U daljim razmatranjima će biti korišćeno više različitih oblika jednačine (1.8).

Zbog prirode opterećenja, u pojedinim analitičkim modelima koji će se razmatrati, smatra se da prostiranje deformacija u materijalu ima talasnu prirodu. Na slici 1.4 predstavljeno je prostiranje deformacije (poremećaja) u čvrstom telu.

Ako se prepostavi da je cilindar površine poprečnog preseka A izložen dejstvu impulsnog opterećenja može se napisati jednačina kretanja deformacijom zahvaćenog dela materijala cilindra posle vremena dt :

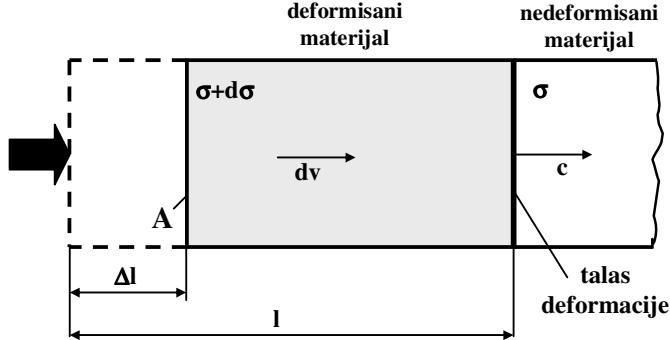
$$m(dv - 0) = Fdt \quad (1.9).$$

Infinitezimalna masa m deformisanog materijala i rezultujuća sila F koja na njega deluje imaju oblik

$$m = \rho A c dt, \quad F = [(\sigma + d\sigma) - \sigma] A \quad (1.10)$$

pri čemu je sa ρ označena gustina, a sa c brzina prostiranja poremećaja. Uvođenjem jednačina (1.10) u izraz (1.9) dobija se zavisnost između promene napona i promene brzine u obliku

$$d\sigma = \rho c dv \quad (1.11).$$



Slika 1.4. Prostiranje poremećaja u čvrstom telu

S druge strane, elementarna relativna deformacija koja predstavlja odnos skraćenja cilindra Δl i ukupne dužine l zahvaćene deformacionim talasom, može se pisati u obliku

$$d\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{dv dt}{cdt} = \frac{dv}{c} \quad (1.12).$$

Iz jednačina (1.11) i (1.12) dobija se vrednost brzine prostiranja poremećaja u čvrstom telu

$$c^2 = \frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (1.13)$$

koja će u daljim analizama često biti korišćena.

1.7. Balans energije pri probijanju

Pri udaru projektila u prepreku kinetička energija projektila pretvara se manjim ili većim delom u mehanički rad razaranja cilja, pri čemu dolazi do probijanja prepreke. Proučavanje ovih pojava važno je ne samo za određivanje efikasnosti projektila čisto probognog dejstva koji deluju na cilj isključivo kinetičkom energijom, nego i za proračun efikasnosti drugih vrsta projektila koji su opremljeni upaljačima sa usporenjem (koji aktiviraju punjenje tek nakon izvesnog vremena, kad projektil pređe izvestan put kroz prepreku ili teren).

U opštem slučaju kinetička energija projektila se pri udaru transformiše u šest različitih oblika energije, tj. imamo:

$$E_k = \frac{m V_C^2}{2} = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 + E_6, \quad (1.14)$$

gde je:

E_1 - energija koja se troši na savladavanje kohezionih sila, tj. na međusobno razdvajanje čestica materijala prepreke; deo ukupne energije koji će biti utrošen na savladavanje kohezionih sila zavisi od mehaničkih osobina, u prvom redu čvrstoće prepreke,

E_2 - energija koja se troši na davanje izvesnog ubrzanja razdvojenim česticama, tj. na savladavanje njihove inercije i njihovo pomicanje iz prvobitnog položaja; deo ukupne energije koji će na to biti utrošen zavisi najviše od gustine materijala prepreke,

E_3 - energija koja se troši na deformaciju samog projektila; deo ukupne energije koji će na to biti utrošen zavisi od mehaničkih i konstruktivnih karakteristika projektila i prepreke,

E_4 - energija koja se troši na trenje; deo energije koji će na to biti utrošen zavisi od velikog broja faktora, od kojih su najvažniji oblik projektila, udarna brzina projektila i mehaničke osobine materijala prepreke,

E_5 - energija koja se troši na elastične oscilacije prepreke; taj deo energije uglavnom zavisi od elastičnih osobina prepreke, načina njenog učvršćenja za podlogu i dr.,

E_6 - energija koja se troši na stvaranje udarnog talasa u prepreci; taj deo energije najvećim delom zavisi od udarne brzine projektila, kao i mehaničkih i konstruktivnih karakteristika prepreke.

Neki vidovi transformacija energije mogu se u izvesnim slučajevima zanemariti, dok u drugima takav postupak dovodi do velikih grešaka. Kod penetracije u mekane prepreke (na primer zemlju) možemo bez velike greške zanemariti utrošak energije na deformaciju projektila, elastične oscilacije i stvaranje udarnog talasa. Te faktore, međutim, ne možemo zanemariti pri probijanju betonskih prepreka, gde se eventualno može zanemariti samo energija utrošena na elastične oscilacije.

2. EMPIRJSKE RELACIJE

Kao što je napomenuto u uvodnom delu, empirijske (kvazianalitičke) relacije predstavljaju najjednostavnije modele probijanja koji se mogu veoma uspešno primenjivati u odgovarajućim, najčešće strogo definisanim i uskim domenima. U nastavku će biti predstavljene najpoznatije i najčešće korišćene empirijske relacije koje omogućavaju određivanje relevantnih parametera penetracije.

2.1. Formula Jacob de Marre-a

Rad *J. de Marre-a* (1886) predstavlja prvi značajan doprinos kvantitativnom opisivanju pojava vezanih za probijanje. Polazeći od analogije penetracionog procesa sa kvazistatičkim probijanjem, može se doći do izraza za minimalnu kinetičku energiju nedeformabilnog penetratora prečnika d potrebnu za probijanje prepreke debljine H :

$$\frac{mv_0^2}{2} = kH^{1.4}d^{1.5}, \quad (2.1)$$

gde je k empirijska konstanta koja zavisi od vrste materijala prepreke, karakteristika projektila i uslova udara.

Iz prethodne jednačine može se odrediti i brzina balističkog limita ukoliko su poznate karakteristike penetratora i prepreke:

$$v_L = K \frac{H^{0.7} d^{0.75}}{m^{0.5}}, \quad (2.2)$$

gde je K opitni koeficijent koji se u zavisnosti od materijala prepreke i oblika penetratora određuje eksperimentalnim putem.

U zavisnosti od dominantnog režima probijanja izraz (2.2) se može modifikovati tako da njegova generalizovana varijanta ima oblik:

$$v_L = K \frac{H^a d^b}{m^{0.5}}, \quad (2.3)$$

pri čemu je vrednost parametara a i b , u zavisnosti od različitih koncepcata, prikazana u tabeli 2.1.

Tabela 2.1. Parametri a i b u generalizovanoj forumuli J. de Marre-a

Autor	a	b
J. de Marre	0.7	0.75
Euler	1.0	0.5
Nobble	0.5	1.0
Crupp	5/6	2/3

Izrazi (2.2) i (2.3) važe za slučaj normalnog udara penetratora u preperku ($\theta=90^\circ$); u slučaju kosog udara ($\theta<90^\circ$), desne strane ovih jednačina potrebno je pomnožiti faktorom

$$b = \frac{1}{\sin^c \theta}, \quad (2.4)$$

gde je c parametar koji zavisi od oblika penetratora i pripada intervalu [1, 2].

Jednačina *J. de Marre*-a predstavlja pionirski pristup modeliranju procesa penetracije i danas prvenstveno ima istorijski značaj. Savremene analitičke i numeričke metode, međutim, nisu u potpunosti istisnule ovaj pristup, pogotovo kada su u pitanju preliminarne analize i orientacione evaluacije parametara penetracije u veoma širokom domenu primene.

2.2. SRI formula

Veoma obimna eksperimentalna istraživanja sprovedena u *Stanford Research Institute*-u (1963) bila su prvenstveno koncentrisana na probijanje ploča od mekog čelika krutim projektilima sa ravnim vrhom, pri relativno malim udarnim brzinama. Minimalna potrebna kinetička energija penetratora određena je SRI formulom:

$$\frac{E}{d} = \frac{\sigma_0 H^2}{10.3} \left(42.7 + \frac{s}{H} \right), \quad (2.5)$$

gde je σ_0 – granica kidanja (najveći napon pri ispitivanju na istezanje) materijala prepreke, dok je s – raspon prepreke (najmanja udaljenost između oslonaca na koje je prepreka učvršćena). Oblast primene SRI formula ograničena je sledećim uslovima:

- relativna debљina prepreke u odnosu na prečnik $H/d=0.1\div0.6$,
- relativna debљina prepreke u odnosu na njen raspon $H/s=0.002\div0.05$,
- vitkost penetratora $L/d=10\div50$,
- odnos raspona prepreke i prečnika penetratora $s/d=5.0\div8.0$,
- udarna brzina penetratora $v_0=21\div122$ m/s.

2.3. BRL formula

Eksperimentalna istraživanja američkog *Ballistic Research Institute* (1968) dovela su do jednačine za potrebnu kinetičku energiju penetratora u obliku

$$E = 1.4 \cdot 10^9 (Hd)^{1.5}. \quad (2.6)$$

Formula je sasvim bliska rezultatu *J. de Marre*-a (2.1) i predstavlja specijalan slučaj njene generalizacije, s tim što je opitni koeficijent eksplisitno naveden. Veličine u jednačinama (2.5) i (2.6) su u SI jedinicama.

Podaci o domenu primenljivosti BRL formule nisu dostupni. Izvesne komparativne analize eksperimentalnih rezultata i empirijskih modela (2.3) i (2.5) rangiraju navedene formule tako što se prednost daje generalizovanoj formuli *J. de Marre*-a sa adaptibilnim parametrima, zatim SRI formuli, dok na kraju dolazi BRL formula.

2.4. Ostale empirijske formule koje definišu potrebnu kinetičku energiju penetratora

Na bazi velikog broja eksperimentalnih podataka i uz korišćenje ideje o minimalnoj potrebnoj kinetičkoj energiji projektila kao ključnom parametru koji definiše probojnost, razvijen je veći broj empirijskih modela.

Neilson (1985) je analizom bezdimenzionalnih parameterata došao do izraza

$$\frac{E}{\sigma_0 d^3} = A \left(\frac{H}{d} \right)^{1.7} \left(\frac{s}{d} \right)^{0.6}, \quad (2.7)$$

pri čemu je $A=1.4$ ako se određuje srednja energija koja obezbeđuje 50% proboja, odnosno $A=1.0$ za slučaj minimalne energije pri kojoj je proboj moguć.

Relacija (2.7) važi u domenu $s/d=4.0 \div 22.0$, $L/d>13$, $H/d=0.14 \div 0.64$.

Jowett je predložio modifikaciju Neilson-ove jednačine bifunkcionalnom zavisnošću

$$\begin{aligned}\frac{E}{\sigma_0 d^3} &= 1.32 \left(\frac{H}{d}\right)^{1.74} \left(\frac{s}{d}\right)^{0.61} && \text{za } 0.1 < \frac{H}{d} < 0.25 \\ \frac{E}{\sigma_0 d^3} &= 0.38 \left(\frac{H}{d}\right)^{0.84} \left(\frac{s}{d}\right)^{0.61} && \text{za } 0.25 < \frac{H}{d} < 0.64\end{aligned}\quad (2.8)$$

Pri tome je opseg u kome se jednačine (2.8) mogu primenjivati definisan uslovima: $L/d=2 \div 8$, $\sigma_0=315 \div 483$ MPa, $v_0=40 \div 200$ m/s, $s/d<12$. U slučaju kada je $s/d>12$, faktor $(s/d)^{0.61}$ u jednačini (2.8) treba zameniti jedinicom.

Važno je primetiti da su do sada analizirane empirijske relacije ograničene na određivanje kritičnih uslova probognosti – minimalne kinetičke energije, odnosno najmanje udarne brzine penetratora koja obezbeđuje probog. One daju odgovor na pitanje da li će doći do proboga prepreke, ali ne omogućavaju određivanje izlazne brzine penetratora v_r koja je često ključna karakteristika procesa penetracije.

2.5. THOR formule

Prve značajne empirijske relacije koje definišu izlaznu brzinu penetratora predstavljaju rezultat projekta na *John's Hopkins University* (1963) i poznate su kao THOR formule. Izlazna brzina penetratora definisana je formulom

$$v_r = v_0 - 10^c (HA)^\alpha m^\beta (\sec \theta)^\gamma v_0^\lambda, \quad (2.9)$$

gde je A – napadna površina penetratora. Brzina balističkog limita određena je izrazom

$$v_L = 10^{c_1} (HA)^{\alpha_1} m^{\beta_1} (\sec \theta)^{\gamma_1}, \quad (2.10)$$

pri čemu parametri $c, \alpha, \beta, \gamma, \lambda, c_1, \alpha_1, \beta_1$ i γ_1 zavise od karakteristika penetratora i prepreke. Za slučaj čeličnog penetratora vrednosti pomenutih parametara date su u tabeli 2.2.

Tabela 2.2. Parametri u THOR formulama za čelični penetrator i različite materijale prepreke

Materijal prepreke	c	α	β	γ	λ	c_1	α_1	β_1	γ_1
Magnezijum	6.9	1.1	-1.2	1.1	0.09	6.4	1.0	-1.1	1.0
Aluminijumske legure	7.0	1.0	-1.1	1.2	0.14	6.2	0.9	-0.9	1.1
Titanijumske legure	6.3	1.1	-1.1	1.4	0.7	7.6	1.3	-1.3	1.6
Liveo gvožđe	4.8	1.0	-1.1	1.0	0.52	10.2	2.2	-2.2	2.2
Površinski ojačan čelik	4.4	0.7	-0.8	1.0	0.43	7.7	1.2	-1.4	1.7
Meki čelik	6.4	0.9	-0.9	1.3	0.02	6.5	0.9	-1.0	1.3
Tvrdi čelik	6.5	0.9	-0.9	1.3	0.02	6.6	0.9	-1.0	1.3
Bakar	2.8	0.7	-0.7	0.8	0.80	14.1	3.5	-3.7	4.3
Olovo	2.0	0.5	-0.5	0.7	0.82	10	2.7	-2.7	3.6

Jednačine (2.9) i (2.10), kao i vrednosti empirijski utvrđenih parametara date su u izvornom obliku, što podrazumeva da se veličine izražavaju u anglosaksonskom sistemu jedinica – brzine u ft/s, debljinu prepreke H u in, površinu A u in² i masu penetratora m u grain-ima.

Primenljivost THOR formula nije eksplicitno deklarisana, ali je ograničena na tanke prepreke pri relativno malim udarnim brzinama.

2.6. Poluempirijski modeli

Proučavanje procesa probijanja na elementarnom nivou je zasnovano na primeni osnovnih zakona mehanike krutog tela – zakona o održanju energije i zakona o promeni količine kretanja. Pristup Recht-a i Ipson-a (1963) koji se odnosi na režim probijanja uz formiranje odsečka (plugging) je najznačajniji teorijski doprinos modeliranju procesa penetracije.

Zakon održanja energije za proces probijanja može se napisati u obliku [5]

$$\frac{mv_0^2}{2} = W + A + \frac{(m + m_{pl})v_r^2}{2}. \quad (2.11)$$

Celokupna kinetička energija penetratora u trenutku udara transformiše se u:

- rad W , koji se utroši na deformisanje i zagrevanje odsečka i penetratora, pri njihovom potpuno neelastičnom sudaru (uz pretpostavku da odsečak nije vezan za ostatak materijala prepreke), tj. reč je gubitku kinetičke energije penetratora usled apsolutno neelastičnog sudara sa “slobodnim” odsečkom,
- rad A , koji se utroši na odvajanje odsečka od sekundarne zone prepreke i odgovarajuće deformacije prepreke (prvenstveno smicanje i sabijanje),
- kinetičku energiju penetratora i odsečka posle proboga, pri čemu se pretpostavlja da imaju istu izlaznu brzinu v_r ; m_{pl} je pri tome masa odsečka (odnosno ukupna masa generisane parčadi, ukoliko je fragmentacija prepreke dominantan režim probijanja).

Rad W se jednostavno određuje tako što se najpre izračuna hipotetička zajednička brzina penetratora i odsečka posle neelastičnog sudara, primenom zakona o održanju količine kretanja:

$$v_{r1} = \frac{m}{m + m_{pl}} v_0. \quad (2.12)$$

Traženi rad W predstavlja razliku kinetičke energije sistema penetrator/prepreka pre i posle sudara:

$$W = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{(m + m_{pl})v_{r1}^2}{2} = \frac{m_{pl}}{m + m_{pl}} \frac{mv_0^2}{2}. \quad (2.13)$$

Uvođenjem izraza (2.13) u polaznu jednačinu (2.11) dobija se

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m_{pl}}{m + m_{pl}} \frac{mv_0^2}{2} + A + \frac{(m + m_{pl})v_r^2}{2}. \quad (2.14)$$

Jedančina (2.14) važi i u graničnom slučaju, pri brzini balističkog limita $v_0=v_L$, kada je izlazna brzina penetratora $v_r=0$. Odgovarajuća vrednost rada A_L je

$$A_L = \frac{m}{m + m_{pl}} \frac{mv_0^2}{2}. \quad (2.15)$$

Ako prepostavimo da vrednost ovog rada predstavlja karakteristiku procesa koja ne zavisi udarne brzine $A=\text{const.}=A_L$, iz jednačine (2.14) se dobija konačan izraz za izlaznu brzinu penetratora

$$v_r = \frac{\sqrt{v_0^2 - v_L^2}}{1 + \frac{m_{pl}}{m}}. \quad (2.16)$$

Masa odsečka se najčešće određuje kao $m_{pl}=\rho AH$, dok se brzina balističkog limita može odrediti na osnovu neke od ranije prezentovanih empirijskih relacija.

Tako, npr. jedna varijanta THOR formula podrazumeva korišćenje jednačine za izlaznu brzinu penetratora (2.16), uz određivanje brzine balističkog limita v_L preko izraza (2.10).

Empirijske relacije JTCG/ME (*Joint Technical Coordination Group for Munitions Effectiveness*) takođe uključuju izraz (2.16), dok je brzina balističkog limita definisana sa

$$v_L = C_{bf} \left(\frac{\rho_p HA}{m_{pl}} \right)^{b_f} \sec^h \theta \left(\frac{\rho_p HA}{m_0} \right)^f, \quad (2.17)$$

gde je ρ_p gustina materijala penetratora, C_{bf} , b_f , h i f su empirijske konstante, dok je referentna masa $m_0=6.48\text{g}$. Ova jednačina uglavnom se primenjuje za probijanje tankih prepreka.

Empirijska formula FAA (*Federal Aviation Administration*) koja se uglavnom primenjuje pri probijanju vazduhoplovnih konstrukcija, uz osnovu formulu (2.16), podrazumeva jednačinu za određivanje brzine balističkog limita u obliku

$$v_L = \sqrt{\frac{2dG_d H^2}{m \sin^2 \theta}} \quad (2.18)$$

gde je d prečnik penetratora, dok je G_d dinamički modul smicanja materijala prepreke (za čelik je ovaj parametar 1.3 GPa , dok je za aluminijum 210 MPa).

Konačno, potrebno je navesti *Lambert-Ringers-ovu* generalizaciju jednačine (2.16) u obliku

$$v_r = \begin{cases} 0, & v_0 \leq v_L \\ \alpha(v_0^p - v_L^p)^{\frac{1}{p}}, & v_0 > v_L \end{cases} \quad (2.19)$$

gde su $0 < \alpha \leq 1$ i $p > 1$ empirijski parametri. Ovi parametri mogu se za svaki skup eksperimentalnih podataka odrediti optimizacionim metodama, ali autori daju i empirijske formule za njihovo određivanje. Model je verifikovan na veoma obimnom eksperimentalnom uzorku koji uz to, u pogledu debljine prepreke, udarnih brzina, materijala prepeke i penetratora itd, pokriva veoma širok spektar problema penetracije. Ako se uvedu pomoćne promenljive z i H_v :

$$z = \frac{H}{d} \operatorname{cosec}^{0.75} \theta, \quad H_v = H \operatorname{cosec}^{0.75} \theta \quad (2.20)$$

i pomoćna funkcija $f(z) = z + e^{-z} - 1$, parametar p je definisan izrazom

$$p = 2 + \frac{z}{3}. \quad (2.21)$$

Brzina balističkog limita određena je formulom

$$v_L = u \left(\frac{L}{d} \right)^{0.15} \left(f(z) \frac{d^3}{m} \right)^{0.5}, \quad (2.22)$$

gde je u karakteristika materijala prepreke.

Masa odsečka data je relacijom

$$m_{pl} = \frac{\pi}{4} \rho d^2 H_v, \quad (2.23)$$

i konačno, parametar α može se izračunati na osnovu izraza

$$\alpha = \left(\frac{m}{m + \frac{m_{pl}}{3}} \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (2.24)$$

2.7. Probijanje mehanih prepreka

Prema teoriji koju je postavio Poncelet (Ponsle) otpor kojim se materijal prepreke suprotstavlja prodiranju projektila dat je izrazom:

$$R_x = k_v s (a + bV^2), \quad (2.25)$$

gde su:

a i b - konstante karakteristične za materijal prepreke,

$s = \frac{\pi}{4} d^2$ - poprečni presek projektila,

V - brzina prodiranja kroz prepreku,

k_v - koeficijent koji zavisi od oblika vrha projektila.

Poznavajući ovaj zakon promene otpora možemo postaviti diferencijalnu jednačinu kretanja projektila kroz prepreku:

$$m_p \frac{d^2x}{dt^2} = -k_v \frac{d^2\pi}{4} \left[a + b \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right]. \quad (2.26)$$

Nakon integracije, koristeći da je za $t=0$, put $x=0$ i $dx/dt=V_c$, dobija se:

$$x = k_1 \ln \frac{a+bV_c^2}{a+bV^2}, \quad (2.27)$$

$$t = k_2 \left[\operatorname{arctg} \left(V_c \sqrt{\frac{b}{a}} \right) - \operatorname{arctg} \left(V \sqrt{\frac{b}{a}} \right) \right], \quad (2.28)$$

gde su konstante k_1 i k_2 date izrazima:

$$k_1 = \frac{2m_p}{bd^2\pi k_v}, \quad (2.29)$$

$$k_2 = \frac{4m_p}{d^2\pi k_v \sqrt{ab}}. \quad (2.30)$$

Ako u jednačine (2.27) i (2.28) uvrstimo $V=0$, tj. prepostavimo da se projektil kreće kroz prepreku dok se ne zaustavi, dobićemo izraz za ukupnu dubinu penetracije (x) i vreme za koje će projektil prodati do te maksimalne dubine:

$$x = k_1 \ln \left(1 + \frac{b}{a} V_c^2 \right), \quad (2.31)$$

$$T = k_2 \operatorname{arctg} \left(V_c \sqrt{\frac{b}{a}} \right). \quad (2.32)$$

Koeficijenti a i b , koji karakterišu materijal prepreke, određuju se eksperimentalno i dati su u tabeli 2.3. Što se tiče koeficijenta oblika vrha projektila k_V , on se u proračunima obično usvaja $k_V=1$ za projektile sa vrhom sferičnog oblika, $k_V=0.667$ za projektile sa oživalnim vrhom, a $k_V=1.5$ za projektil sa ravno odsečenim vrhom.

Tabela 2.3. Eksperimentalno određene vrednosti koeficijenata a i b za različite materijale prepreka

Materijal prepreke	$a \cdot 10^{-6}$	$10^6 \cdot b/a$
Krečnjak	12.	15
Zid dobrog kvaliteta	5.52	15
Zid srednjeg kvaliteta	4.4	15
Zid od cigle	3.16	15
Pesak sa šljunkom	0.435	15
Masna zemlja; pesak sa šljunkom 50:50	1.045	15
Zemlja obrasla travom	0.7	60
Nabacana zemlja; glina i pesak 50:50	0.461	60
Vlažna glina	0.266	80
Hrastovina, bukovina, jasen	2.085	20
Brest	1.6	20
Jelovina, breza	1.16	20
Topola	1.09	20

Na kraju, treba napomenuti da postoji veliki broj empirijskih relacija koje se odnose na razne specijalne slučajevе probijanja (npr. za probijanje korišćenjem penetratora posebnog oblika, za problem probijanja cevi i sl.). Još jednom valja napomenuti da je empirijske jednačine potrebno primenjivati krajnje oprezno, jer izvan domena u kojem su verifikovani dobijeni rezultati mogu biti neupotrebljivi. U tom smislu, analitički modeli penetracije, koji su tema narednog poglavља, imaju potpuno zasnovanu fizikalnost i širi dijapazon primene.

3. PROBIJANJE TANKIH PLOČA

Pod tankim pločama podrazumevaju se ploče dovoljno male debljine da se promene napona (prvenstveno smicajnog) duž debljine prepreke mogu zanemariti. U praksi se najčešće smatra da ako je debljina prepreke manja od radijusa penetratora, da se radi o tankoj prepreci. Drugi kriterijum povezan je sa odnosom vremena koja su potrebna da se prilikom udara generisani talasi deformacija reflektuju od zadnje strane prepreke, odnosno penetratora, $n=(L/c_p)/(H/c_t)$, gde je L – dužina penetratora, H – debljina prepreke, a c_p i c_t – brzine deformacionih talasa u materijalu penetratora i prepreke. Prepreka se smatra tankom ako je $n>5$.

Analitički modeli penetracije tankih ploča koriste se pri razmatranju probijanja lako zaštićenih ciljeva. S obzirom da se u ovom slučaju analiziraju različiti materijali prepreke (aluminijum, titanijum, čelik), kao i različite vrste penetratora (razni oblici, udarne brzine i sl.), za slučaj tankih ploča razvijen je najveći broj analitičkih modela penetracije.

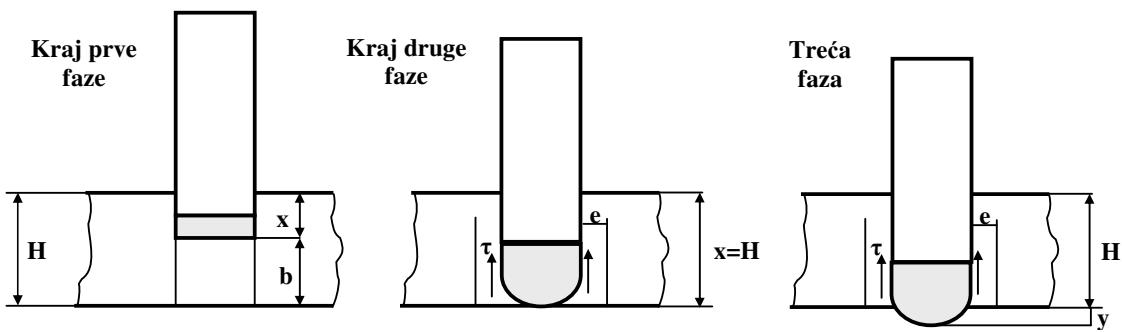
3.1. Trofazni model

3.1.1. Uvod. Osnovne karakteristike procesa

Analitički penetracioni model Awerbucha i Bodnera (1974) čija je karakteristika da, u slučaju probroja, proces uvek prolazi kroz tri različite faze, zasnovan je na primeni zakona kretanja tela promenljive mase. Na pogodan način modeliraju se sile otpora sabijanju i smicanju, kao i inercijalna sila odsečka. Bitna karakteristika modela je da on zahteva poznavanje tri veoma važna parametra samog procesa, koji se određuju eksperimentalno, odnosno a posteriori; to su:

- ulazni i izlazni (ili, ukoliko njihova razlika nije velika, srednji) prečnik otvora D u prepreci koji definiše merodavnu površinu prepreke A izloženu sabijanju; ova površina se najčešće smatra konstantnom ili se uzima da je promenljiva u skladu sa linearom promenom, odnosno rastom prečnika otvora,
- dužina odsečka b koja predstavlja ključni parametar penetracije; eksperimenti ukazuju na činjenicu da, za nepromenjene materijale penetratora i prepreke, veličina b/H ima relativno stabilnu vrednost,
- širina zone smicanja e predstavlja radikalnu dimenziju deformacijom zahvaćene sekundarne zone prepreke i utiče na veličinu napona smicanja; eksperimentalno je utvrđeno da je vrednost e reda veličine poluprečnika penetratora.

Na slici 3.1 predstavljene su faze procesa penetracije.



Slika 3.1. Šematski prikaz faza penetracionog procesa

Prva faza (utiskivanje penetratora) okončava se dostizanjem dubine penetracije definisane dužinom odsečka i otpočinjanjem smicanja. U drugoj fazi (formiranje odsečka) dominira smicanje odsečka i ona se završava potpunim formiranjem odsečka i njegovim pridodavanjem penetratoru. Treća faza penetracije (istiskivanje odsečka) traje sve dok se ne ostvari kritična vrednost deformacije materijala prepreke, odnosno potpuno odvajanje odsečka od prepreke.

Osnovni mehanizam penetracije je postepeno prisajedinjavanje materijala prepreke (odsečka) penetratoru čija je početna masa m_0 . U tom smislu, koordinata x koja definiše dubinu prodiranja ne predstavlja položaj vrha penetratora, već prednjeg dela novoprvidodatog materijala odsečka. U celom toku procesa posmatra se, dakle, kretanje tzv. efektivne mase – mase penetratora i dela odsečka koji ima istu brzinu kao penetrator.

Uočava se da zakon o održanju mase materijala prepreke ukazuje na činjenicu da je opisani model moguć samo ako je materijal prepreke u značajnoj meri stišljiv ili ako postoji radikalni prenos mase iz primarne u sekundarnu zonu prepreke. Ovi efekti u modelu nisu razmatrani, te njihovo apstrahovanje onemogućava tačno određivanje položaja vrha penetratora koji, sa stanovišta probajnosti, i nije značajan u meri u kojoj je to položaj prednjeg dela efektivne mase penetratora.

3.1.2. Prva faza penetracije

U fazi utiskivanja penetratora njegovom kretanju suprotstavljaju se dve sile: sila inercije materijala odsečka F_i i sila otora sabijanja F_C . Jednačina kretanja penetratora ima oblik

$$\frac{d}{dt}(mv) = -(F_i + F_C) \quad (3.1).$$

S obzirom na pretpostavku o ubrzavanju sloja materijala prepreke neposredno uz penetrator od nule do trenutne vrednosti brzine penetratora v , jasno je da penetrator mora savladati izvesnu inercijalnu силу F_i koja predstavlja otpor ovom ubrzavanju. Vrednost inercijalne sile određuje se na osnovu zakona o održanju energije, pri čemu je njen rad na elementarnom pomeranju dx jednak promeni kinetičke energije sloja materijala prepreke elementarne debljine. Prema tome, važi

$$dF_i dx = \frac{1}{2} dm v_n^2 \quad (3.2)$$

gde je v_n - komponenta brzine penetratora u pravcu normalnom na njegovu površinu. Ovde se, dakle, može razmatrati opšti slučaj oblika prednjeg dela penetratora koji ne mora biti ravan. Pri tome je

$$dm = \rho dA_n dx \quad (3.3)$$

gde je A_n - elementarna površina prednjeg dela penetratora projektovana na ravan normalnu na pravac kretanja. Pretpostavlja se da, u opštem slučaju, pridodati materijal prepreke ima brzinu čiji je pravac normalan na površinu penetratora. Iz jednačina (3.2) i (3.3) dobija se

$$dF_i = \frac{1}{2} \rho dA_n v_n^2 \quad (3.4).$$

Za svaki konkretni oblik prednjeg dela penetratora može se integracijom jednačine (3.4) dobiti vrednost ukupne inercijalne sile. U slučaju penetratora sa ravnim prednjim delom, jasno je da važi $v_n = v$, $\int_S dA_n = A$, tako da se dobija

$$F_i = \frac{1}{2} \rho A v^2 \quad (3.5).$$

U opštem slučaju može se pisati

$$F_i = \frac{1}{2} K \rho A v^2 \quad (3.6)$$

gde je K - koeficijent koji zavisi od oblika prednjeg dela penetratora. Lako se može pokazati da se u slučaju sfernog penetratora (ili penetratora sa prednjim delom u obliku polusfere) integracijom izraza (3.4) dobija $K=1/2$, dok se u slučaju koničnog prednjeg dela dobija $K = \sin^2 \alpha$, gde je α - polugao konusa.

Sila otpora sabijanju F_C određuje se jednostavno izrazom

$$F_C = \sigma_c A \quad (3.7)$$

gde je σ_c - najveći normalni napon pri sabijanju (napon kidanja). Izrazima (3.6) i (3.7) definisana je desna strana jednačine (3.1). S obzirom da efektivna masa penetratora raste, leva strana ima oblik

$$\frac{d}{dt} (mv) = \frac{dm}{dt} v + m \frac{dv}{dt} \quad (3.8).$$

Kako je

$$m = m_0 + \rho A x \quad (3.9)$$

sledi

$$\frac{dm}{dt} = \rho A v \quad (3.10)$$

što uz transformaciju

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} \quad (3.11)$$

početnu jednačinu (3.1) prevodi u oblik

$$(m_0 + \rho A x) v \frac{dv}{dx} = - \left(1 + \frac{K}{2} \right) \rho A v^2 - \sigma_c A \quad (3.12).$$

Imajući u vidu početni uslov $x=0, v=v_0$, integracijom poslednje jednačine dobija se zakon promene brzine penetratora u funkciji dubine penetracije x , u obliku

$$v = \left[\left(\frac{m_0}{m_0 + \rho A x} \right)^{2+K} \left(v_0^2 + \frac{\sigma_c}{\rho \left(1 + \frac{K}{2} \right)} \right) - \frac{\sigma_c}{\rho \left(1 + \frac{K}{2} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.13).$$

Kako je, dakle, utvrđena analitička zavisnost $v=v(x)$, numerički se određuje vreme trajanja penetracije, rešavanjem integrala

$$t(x) = \int_0^x \frac{dx}{v(x)} \quad (3.14).$$

Numerički je moguće odrediti usporenje penetratora, kao i ukupnu silu otpora F .

Prva faza se završava kada se ispunii uslov

$$x = H - b \quad (3.15),$$

što uslovljava započinjanje smicanja i promenu zakona kretanja.

3.1.3. Druga faza penetracije

U fazi formiranja odsečka zakon kretanja efektivne mase penetratora dobija modifikovan oblik

$$\frac{d}{dt}(mv) = -(F_i + F_c + F_s) \quad (3.16)$$

gde F_s predstavlja silu otpora smicanja. Pojavljuje se, dakle, nova sila, ali i sile inercije F_i i kompresije F_c menjaju oblik. Naime, uočava se da, bez obzira na inicijalni oblik prednjeg dela penetratora, vrh efektivne mase penetratora zbog težnje ka minimizaciji otpora, poprima u drugoj fazi sforni oblik ($K=1/2$), tako da važi

$$F_i = \frac{1}{4} \rho A v^2 \quad (3.17)$$

Sila sabijanja se modifikuje imajući u vidu činjenicu da na kraju faze formiranja odsečka ova sila ima vrednost nula. Zbog toga se ona modelira paraboličnim zakonom promene, oblika

$$F_c = \sigma_c A \left[1 - \left(\frac{x-a}{b} \right)^2 \right], \quad a = H - b \quad (3.18)$$

Konačno, sila smicanja definisana je jednačinom

$$F_s = \pi D \tau (x - a) \quad (3.19)$$

pri čemu se smicajni napon povećava sa porastom deformacije prema *Bingham*-ovoj formuli

$$\tau = \tau_0 + \mu \dot{\gamma} \quad (3.20).$$

U gornjoj jednačini τ_0 je vrednost kvazistacionarnog napona smicanja, μ je koeficijent viskoznosti materijala prepreke, dok je $\dot{\gamma}$ vrednost ugla klizanja, pri čemu je

$$\dot{\gamma} = \frac{v}{e} \quad (3.21).$$

Uvođenjem izraza (3.17) - (3.21) u početnu jednačinu (3.16) i njenim transformisanjem, dobija se diferencijalna jednačina

$$\frac{dv}{dx} = \frac{-1}{(m_0 + \rho A x)v} \left[\frac{5}{4} \rho A v^2 + \sigma_c A \left[1 - \left(\frac{x-a}{b} \right)^2 \right] + \pi D \left(\tau_0 + \mu \frac{v}{e} \right) (x-a) \right] \quad (3.22)$$

koja se rešava numerički, čime se ponovo dobija zavisnost $v=v(x)$, što omogućava određivanje vremena t i sile otpora F . Druga faza se završava kada efektivna masa penetratora dosegne suprotnu površinu prepreke

$$x = H \quad (3.23)$$

čime je odsečak potpuno formiran, te započinje njegovo istiskivanje.

3.1.4. Treća faza penetracije

U poslednjoj fazi penetracije posmatra se telo nepromenljive mase

$$m = m_0 + \rho A H \quad (3.24)$$

čijem se kretanju suprotstavlja samo sila smicanja. Ako se uvede nova koordinata položaja vrha efektivne mase y (na početku treće faze njena vrednost je nula), jednačina kretanja efektivne mase glasi

$$m\ddot{y} = -\left(\tau_0 + \mu \frac{\dot{y}}{e}\right)A_b \quad (3.25)$$

gde je $A_b = \pi D b$ - cilindrična površina duž koje se odvija smicanje. Ako se imaju u vidu početni uslovi $t = 0, y = 0, \dot{y} = v_2$ (v_2 - brzina na kraju druge faze), integracijom linearne diferencijalne jednačine (3.25) najpre se dobija brzina penetratora u trećoj fazi

$$v = \dot{y} = \left(v_2 + \frac{\tau_0 e}{\mu}\right) \exp\left(-\frac{\mu A_b}{me} t\right) - \frac{\tau_0 e}{\mu} \quad (3.26).$$

Integracijom brzine može se odrediti i pomeranje penetratora

$$y = \int_0^t \dot{y} dt = \frac{me}{\mu A_b} \left(v_2 + \frac{\tau_0 e}{\mu} \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\mu A_b}{me} t\right) \right] - \frac{\tau_0 e}{\mu} t \quad (3.27),$$

pri čemu je ukupno pomeranje

$$x = H + y \quad (3.28).$$

Diferenciranjem jednačine (3.26) može se odrediti i sila otpora u trećoj fazi

$$F = A_b \left(\tau_0 + \frac{v_2 \mu}{e} \right) \exp\left(-\frac{\mu A_b}{me} t\right) \quad (3.29).$$

Treća faza, odnosno ceo proces penetracije, završava se kada ugao klizanja γ dostigne kritičnu vrednost γ_f , odnosno kada pomeranje y dostigne vrednost pri kojoj dolazi do odvajanja odsečka

$$y = y_f = \gamma_f e \quad (3.30).$$

Proces, naravno, može biti okončan i na drugi način – ako se u bilo kojoj fazi realizuje uslov zaustavljanja penetratora u prepreci $v=0$.

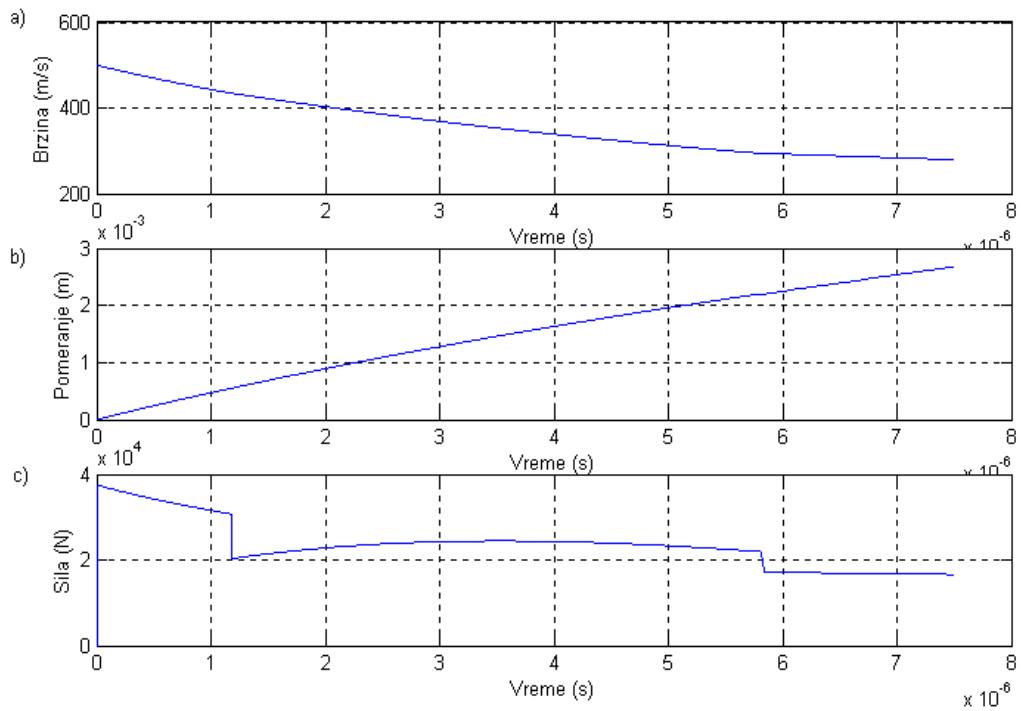
Na slici 3.2 predstavljeni su karakteristični dijagrami promene brzine i pomeranja penetratora, kao i sile otpora, dobijeni korišćenjem realizovanog programa za računar.

Trofazni model predstavlja jedno od najpoznatijih i najpouzdanijih analitičkih rešenja problema penetracije. Neoborivo logičan pristup problemu, jasno definisanje svih relevantnih parametara i jednostavan način rešavanja jednačina kretanja osnovne su karakteristike i prednosti trofaznog modela. Značajno je da ne postoje razlozi koji bi ograničavali primenu modela samo na tanke prepreke.

Osnovni nedostaci modela uslovljeni su njegovim polaznim ograničenjima – posmatra se isključivo nedeformabilan penetrator i ne razmatraju se globalne deformacije prepeke.

Zbog toga se trofazni model primenjuje pri razmatarnju probijanja prepreka penetratorom izuzetno dobrih mehaničkih karakteristika (koji se, dakle, ne deformiše) i pri brzinama znatno većim od brzine balističkog limita (kada globalne deformacije prepeke mogu da se zanemare).

Osim toga, važan nedostatak modela je i to što se podrazumeva poznavanje određenih parametara procesa koji se utvrđuju eksperimentalno.



Slika 3.2. Tipične vremenske zavisnosti brzine, pomeranja i sile otpora koje se dobijaju primenom trofaznog penetracionog modela (probijanje čelične prepreke debljine 2.20 mm čeličnim penetratorom prečnika 4.71 mm sa udarnom brzinom od 500 m/s)

4. DUBINA PRODIRANJA KUMULATIVNOG MLAZA U PREPREKU

Eksperimentalni rezultati pokazuju da sposobnost prodiranja primarnog kumulativnog mlaza zavisi od gustine energije u mlazu u trenutku sudara sa preprekom i kritične brzine prodiranja (V_{pm})_{kr}, pri kojoj se mlaz zaustavlja otporom napadnute prepreke. Otuda brzina (V_{pm})_{kr} zavisi od čvrstoće materijala prepreke u uslovima snažnog impulsnog opterećenja. Ova čvrstoća se ne može teorijski odrediti sa potrebnom tačnošću, jer se ne raspolaže pouzdanim podacima o promeni parametara kristalne rešetke metala u ovakvim uslovima opterećenja. Brzine (V_{pm})_{kr} određene eksperimentalnim putem za nekoliko varijanti materijala obloge kumulativne šupljine i napadnute prepreke date su u tabeli 4.1.

Tabela 4.1. Kritična brzina prodiranja primarnog mlaza (V_{pm})_{kr}

Materijal prepreke	Tvrdoća	Materijal obloge	(V_{pm}) _{kr} (m/s)
Duraluminijum	115 HB	Duraluminijum	2900
Čelik	125 HB	Duraluminijum	3300
Čelik	125 HB	Čelik	2050
Čelik kaljeni	50 HRc	Čelik	2200

Eksperimentalni rezultati upućuju da teorijska obrada fenomena prodiranja kumulativnog mlaza u metalnu prepreku mora polaziti od sledećih fizičkih činjenica:

1. Pri visokim pritiscima koji se javljaju pri sudaru kumulativnog mlaza i metalne prepreke, stišljivost metala se mora uzeti u obzir.
2. Mehaničke osobine metala prepreke imaju bitan uticaj na veličinu prodiranja kumulativnog mlaza. Prodiranje u prepreku i njeno probijanje vezani su za savladavanje otpora prepreke (čvrstoće metala) i prelazak materijala prepreke u kvazitečno stanje.
3. Brzina prodiranja može biti određena kao brzina granične površine metal mlaza - metal prepreke.
4. Dubina prodiranja, pri jednakim ostalim uslovima, zavisi od realne dužine primarnog kumulativnog mlaza, pri kojoj brzina čela mlaza ima vrednost kritične brzine prodiranja (V_{pm})_{kr}. Kada čelo mlaza dostigne ovu brzinu, prestaje prodiranje.

Polazeći od navedenih činjenica dobija se:

$$(V_{pm})_{kr} = V_{pm} \sqrt{\frac{1}{\left[1 + \sqrt{\frac{\alpha_m}{\alpha_p} \frac{\rho_p}{\rho_m}}\right]^2} - \frac{(R_m)_i \alpha_p}{\rho_p V_{pm}^2}}, \quad (4.1)$$

$$L_{pr} = \frac{l_{pm}}{\left(1 + \sqrt{\frac{\alpha_m}{\alpha_p} \frac{\rho_p}{\rho_m}}\right) \left[1 - \frac{(R_m)_i \alpha_p}{\rho_p V_{pm}^2} \left(1 + \sqrt{\frac{\alpha_m}{\alpha_p} \frac{\rho_p}{\rho_m}}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}} - 1. \quad (4.2)$$

Ovde su:

- | | | |
|-------------------------|---|---|
| α_m i α_p | - | stišljivost metala obloge i metala prepreke, |
| ρ_m i ρ_p | - | gustina metala obloge i prepreke, |
| $(R_m)_i$ | - | čvrstoća metala prepreke pri impulsnom opterećenju na pritisak, |

- l_{pm} - dužina primarnog mlaza u momentu kontakta (sudara) sa preprekom,
 \bar{V}_{pm} - srednja brzina primarnog kumulativnog mlaza.

U vezi sa izrazima (4.1) i (4.2) treba imati u vidu i sledeće:

- srednja brzina primarnog kumulativnog mlaza \bar{V}_{pm} određuje se na osnovu pretpostavke o linearnoj promeni od vrednosti V_{pm} do vrednosti $(V_{pm})_{kr}$, pa je:

$$\bar{V}_{pm} = \frac{1}{2} [V_{pm} + (V_{pm})_{kr}] . \quad (4.3)$$

- kako dužina primarnog mlaza l_{pm} u momentu kontakta sa preprekom zavisi od dužine izvodnice metalne obloge, sposobnost prodiranja kumulativnog mlaza, pri ostalim istim uslovima, proporcionalna je dužini izvodnice obloge; ovo pokazuje da će pri istoj visini kumulativne šupljine h , hiperbolični oblik šupljine biti povoljniji od konusnog.
- dužina primarnog mlaza l_{pm} zavisi, osim od dužine izvodnice kumulativne šupljine i od drugih konstrukcionih parametara kumulativnog punjenja: svojstava materijala obloge, osobina eksploziva, tačnosti izrade itd.

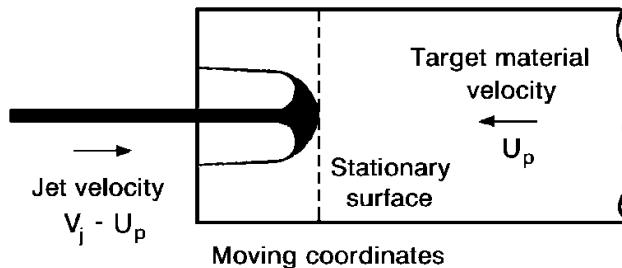
Kod savremenih kumulativnih punjenja sa konusnom šupljinom obloženom čelikom, dužina primarnog mlaza je $l_{pm} \approx 3l_0$, a obloženom bakrom $l_{pm} \approx 6l_0$ (l_0 - dužina izvodnice konusa).

Radi sticanja predstave o principima teorijskog razmatranja dubine prodiranja kumulativnog mlaza u metalnu prepreku, izložiće se jedan jednostavan postupak određivanja sposobnosti prodiranja.

Nakon sudara sa preprekom kumulativni mlaz će, zahvaljujući svojoj velikoj brzini i kinetičkoj energiji, prodirati u prepreku potiskujući radikalno materijal prepreke, a međusobno dejstvo mlaza i prepreke može se razmatrati kao dejstvo idealne tečnosti, primenjujući zakone hidromehanike.

Posmatraće se kumulativni mlaz gustine ρ_m i dužine l_{pm} , koji se kreće brzinom V_{pm} i prodire u metalnu prepreku (slika 4.1). Tačka A (označava kontaktну površinu) kreće se u prepreci brzinom V_p , sve do dostizanja brzine $(V_{pm})_{kr}$. Ako se uvede pokretni koordinatni sistem koji se kreće zajedno sa tačkom A, materijal prepreke će se kretati uлево brzinom V_p , a mlaz udesno brzinom $(V_{pm} - V_p)$. Primenom Bernoulli-jeve jednačine ($p + \rho V^2 / 2 = \text{const.}$) i korišćenjem uslova o jednakosti pritiska sa obe strane kontaktne površine mlaza i prepreke, dobija se:

$$\rho_m (V_{pm} - V_p)^2 = \rho_p V_p^2 . \quad (4.4)$$



Slika 4.1. Šema prodiranja kumulativnog mlaza u prepreku

Sada je:

$$\frac{V_p}{V_{pm} - V_p} = \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_p}} . \quad (4.5)$$

Kako je vreme prodiranja mlaza:

$$t = \frac{l_{pm}}{V_{pm} - V_p}, \quad (4.6)$$

dubina prodiranja mlaza biće:

$$L_{pr} = V_p t = \frac{V_p}{V_{pm} - V_p} l_{pm} = l_{pm} \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_p}}. \quad (4.7)$$

Izraz za L_{pr} odgovara idealizovanim uslovima i nema značajniju praktičnu vrednost. Međutim, ako se proces prodiranja razmatra u realnijim uslovima, očigledno je da intenzitet prodiranja ne zavisi samo od dužine mlaza i gustine, već i od drugih, u prvom redu mehaničkih karakteristika prepreke. Uvođenjem funkcije φ , koja treba da predstavlja gubitke energije mlaza u procesu prodiranja (deformacioni rad, zagrevanje prepreke), stanje ravnoteže u tački A može se predstaviti sledećom jednačinom:

$$\rho_m \frac{(V_{pm} - V_p)^2}{2} = \rho_p \frac{V_p^2}{2} + \varphi. \quad (4.8)$$

Rešenjem jednačine (4.8) po V_p , vodeći računa o rešenju koje ima fizičkog smisla, dobija se:

$$V_p = V_{pm} \frac{\rho_m}{\rho_m - \rho_p} \left[1 - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\rho_p}{\rho_m} \right) \left(1 - \frac{2\varphi}{\rho_m V_{pm}^2} \right)} \right]. \quad (4.9)$$

Uvođenjem ovog izraza za V_p u jednačinu (4.7) izraz za L_{pr} postaje:

$$L_{pr} = l_{pm} \left[1 - \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_m} + \frac{2\varphi}{\rho_m V_{pm}^2} \left(1 - \frac{\rho_p}{\rho_m} \right)} \right] \left[\sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_m} + \frac{2\varphi}{\rho_m V_{pm}^2} \left(1 - \frac{\rho_p}{\rho_m} \right)} - \frac{\rho_p}{\rho_m} \right]^{-1}. \quad (4.10)$$

Funkcija φ ima vrednost $1.75R_{eH}$ (R_{eH} - gornji napon tečenja materijala prepreke) u slučajevima kada je brzina mlaza $V_{pm} < 4000$ m/s pri kojoj proces prodiranja odstupa od idealizovanog. U slučajevima kada je $V_{pm} > 4000$ m/s, može se smatrati da je $\varphi=0$, pa se izraz (4.10) svodi na:

$$L_{pr} = l_{pm} \left(1 - \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_m}} \right) \left(\sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_m}} - \frac{\rho_p}{\rho_m} \right)^{-1}. \quad (4.11)$$

Izraz (4.11) nema smisla u slučaju $\rho_m < \rho_p$ (savremena rešenja kumulativnih projektila imaju oblogu šupljine izrađenu isključivo od bakra, pa je $\rho_m > \rho_p$). Međutim, ako su u pitanju bakarne obloge ($\rho_m=8.9$ g/cm³) i pancirna prepreka ($\rho_p=7.8$ g/cm³, $(R_m)_i \approx 1.471 \cdot 10^9$ Pa), prepostavljajući da je $\alpha_m/\alpha_p \approx 1.25$ i $\bar{V}_{pm} \approx 5000$ m/s, razlika u rezultatima koje daju izrazi (4.2) i (4.11) iznosi 12 % (izraz (4.11) daje veće vrednosti). Ova razlika je približna razlici koja se uočava pri kontrolno-prijemnim ispitivanjima savremenih kumulativnih projektila jedne proizvodne serije, pa za kumulativna eksplozivna punjenja kod kojih je $V_{pm} >> (V_{pm})_{kr}$, bez velikog rizika može koristiti izraz (4.11) za izračunavanje prodiranja kumulativnog mlaza.

Uslov za praktično korišćenje kumulativnog efekta u vojnoj tehnici svodi se na konstataciju: kumulativni mlaz treba da probije pancirnu (po pravilu čeličnu) prepreku određene debljine i kvaliteta, i da nakon probijanja raspolaže energijom dovoljnom za onesposobljavanje cilja koji se nalazi iza prepreke. Praktično iskustvo pokazuje da kumulativni mlaz, čija je sposobnost prodiranja veća za oko 20% od debljine napadnute prepreke, raspolaže nakon probijanja energijom dovoljnom za izbacivanje iz stroja cilja zaštićenog probijenom preprekom.

5. EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE PROBOJNOSTI

Jedino pouzdan metod određivanja probojnosti pancirnih projektila jeste eksperimentalni poligonski metod: gađanjem u oklop poznatih karakteristika. Efekt na oklopu izazvan dejstvom pancirnog projektila razvrstava se, kao što smo ranije napomenuli, u četiri kategorije: proboj, prodror, zador i rikošet.

Pod *probojem* se podrazumeva efekt pri kome je projektil ostavio u oklopu otvor prečnika koji nije manji od $D=d - 2$ (mm) (d - kalibar projektila).

Prodror je takav efekt na oklopu koji karakteriše otvor nepravilnog oblika, površine manje od najvećeg poprečnog preseka projektila; kroz otvor prolaze samo delovi razbijenog projektila, a ne i ceo projektil, kao što je slučaj kod proboga.

Zador je efekt koji nastaje u slučaju zaustavljanja projektila u oklopu ili u slučaju razbijanja tela projektila tokom probijanja. Na suprotnoj strani od mesta pogotka ostaje na oklopu izbočina sa ili bez prskotina.

Rikošet je posledica klizanja projektila po površini oklopa: na mestu pogotka ostaje elipsasti trag vrlo male dubine.

Eksperimentalno određivanje probojnosti obuhvata:

- određivanje granične brzine proboga oklopa date debljine, nagnutog pod unapred određenim uglom prema horizontalnoj ravni,
- određivanje graničnog ugla nagiba oklopa date debljine koga projektil probija pri unapred određenoj udarnoj brzini (određivanje tzv. ugla proboga).

Granična brzina proboga predstavlja upravo onu brzinu pri kojoj se projektil, nakon probijanja oklopa date debljine pod određenim uglom nagiba, zaustavlja odmah iza oklopa. U poligonskoj praksi određivanje granične brzine proboga svodi se na određivanje uslovne granične brzine koja predstavlja aritmetičku sredinu brzine pri kojoj je dobijen probog i brzine pri kojoj je dobijen zador. Uslov je da se brzina proboga i brzina zadora međusobno ne razlikuju za više od 30 m/s.

Sličan postupak se primjenjuje i kod određivanja graničnog ugla proboga: određuje se uslovni granični ugao proboga koji predstavlja aritmetičku sredinu ugla proboga i ugla zadora. Uslov je da razlika između ugla proboga i ugla zadora ne bude veća od 4° , ako je u pitanju granični ugao proboga veći od 45° , odnosno da razlika ne bude veća od 2° , ako je granični ugao proboga manji od 45° .

Eksperimentalno određivanje granične brzine proboga i graničnog ugla proboga vrši se u fazi razvoja i osvajanja novog pancirnog ili potkalibarnog pancirnog projektila. Na osnovu eksperimentalno dobijenih vrednosti graničnih udarnih brzina i graničnih uglova proboga utvrđuju se dijagrami probojnosti. Ovi dijagrami predstavljaju probojnost oklopa poznatih karakteristika u zavisnosti od nagiba oklopa α i od udarne brzine, odnosno daljine gađanja.