

PARČADNO DEJSTVO

1. UVODNA RAZMATRANJA

1.1. Fragmentacija – pojam i primene

Fragmentacija je proces strukturne dezintegracije tela, tj. formiranja izvesnog broja parčadi usled višestrukog loma materijala fragmentacionog tela. Reč je o fundamentalnoj pojavi koja može da se odigrava u različitim prostornim i vremenskim razmerama. Fragmentacija karakteriše veliki broj raznovrsnih fizičkih procesa u prirodnim i tehničkim sistemima, kao što su: sudari različitih objekata (od elementarnih čestica, udara probojnih projektila u prepreku, pa do kosmičkih tela), kontrolisani procesi drobljenja/mlevenja materijala, različite vrste procesa indukovanih eksplozijom i sl. Širenje galaksija predstavlja posledicu Velikog praska – inicijalnog procesa fragmentacije materije.

Primene kontrolisane fragmentacije su brojne i mogu se s obzirom na namenu klasifikovati u dve grupe: vojne i civilne primene.

Vojne primene su u pravilu vezane za oblast balistike na cilju – reč je o grani balistike koja se bavi mehanizmima delovanja projektila i njegovom interakcijom sa ciljem. Prirodna i kontrolisana fragmentacija predstavljaju ključne mehanizme delovanja projektila parčadnog dejstva. Takođe, fragmentacija probojnog projektila, kao i same napadnute prepreke, predstavlja jedan od mogućih ishoda penetracionog procesa. Izučavanje fragmentacije kumulativnog mlaza je veoma važno za ocenu efikasnosti ove vrste projektila probojnog dejstva. Fragmentacija materijala prepreke na njenoj zadnjoj površini usled dejstva udara ili kontaktne detonacije (*spalling*) takođe je važan mehanizam probojnog dejstva. Konačno, proučavanje navedenih vidova fragmentacije značajno je sa stanovišta analize otpornosti i optimizacije zaštite potencijalnih ciljeva koji mogu biti izloženi parčadnom dejstvu. Najznačajnija istraživanja u domenu eksperimentalne fragmentacije, kao i najveći broj teorijskih modela fragmentacije bili su motivisani primenama u domenu odbrambenih tehnologija.

Tradicionalne civilne primene vezane su za fragmentaciju geoloških materijala u rudarstvu, naftnoj industiji i građevinarstvu. Modeliranje procesa fragmentacije značajno je i sa aspekta strukturnog integriteta i sigurnosti rezervoara sa visokoenergetskim materijama. Aktuelna su istraživanja u domenu nuklearne fizike koja su usmerena na bombardovanje i posledičnu fragmentaciju teških atomskih jezgara. Mnogi astrofizički i kosmološki modeli zasnovani su na zakonitostima procesa fragmentacije. Posebno su zanimljiva istraživanja fragmentacije metalnih prstenova i cilindara sa aspekta primene u generatorima elektromagnetnog impulsa putem sabijanja magnetnog fluksa primenom eksploziva. Ovako proizvedeni izuzetno snažni elektromagnetni impulsi (snage reda 10^{13} W) koriste se

za ubrzavanje objekata do veoma velikih brzina u cilju različitih eksperimentalnih istraživanja, ali i kao sredstvo elektronskog ratovanja.

1.2. Podela fragmentacionih procesa

Postoje brojne klasifikacije procesa fragmentacije koje su zasnovane na različitim kriterijumima.

Osnovna podela fragmentacionih procesa vezana je karakter opterećenja koja izazivaju fragmentaciju. Naprezanje, deformisanje i lom materijala mogu biti izazvani kvazistatičkim silama ili dinamičkim opterećenjem, tako da razlikujemo dva osnovna tipa procesa:

- kvazistatičke procese fragmentacije, kao što je drobljenje materijala, karakteriše ponovljeno dejstvo ustaljenih opterećenja koje dovodi do sekvencijalne fragmentacije, tj. ponovljene fragmentacije već formiranih fragmenata;
- dinamičku fragmentaciju, koja je posledica delovanja snažnih impulsnih opterećenja koja praktično izazivaju jednovremeno formiranje izvesnog broja fragmenata; dve osnovne vrste procesa koje izazivaju dinamičku fragmentaciju su udari i eksplozije.

Sa aspekta porekla fragmenata, njihovog dejstva i zaštite od posledica fragmentacije razlikuju se:

- primarna fragmentacija, koja je posledica inicijalne (osnovne) eksplozije ili udara; primarni fragmenti nastaju kao rezultat procesa primarne fragmentacije;
- sekundarna fragmentacija, koja nastaje usled naknadnog dejstva primarne fragmentacije, npr. dejstvo udarnog talasa ili primarnih fragmenata može da izazove sekundarnu fragmentaciju objekata koji se nalaze u okolini.

S obzirom na vrstu materijala fragmentacionog tela, sa stanovišta primene su interesantni: metali, geološki materijali, keramika i staklo. Suštinski se razlikuju procesi fragmentacije krutih i žilavih materijala.

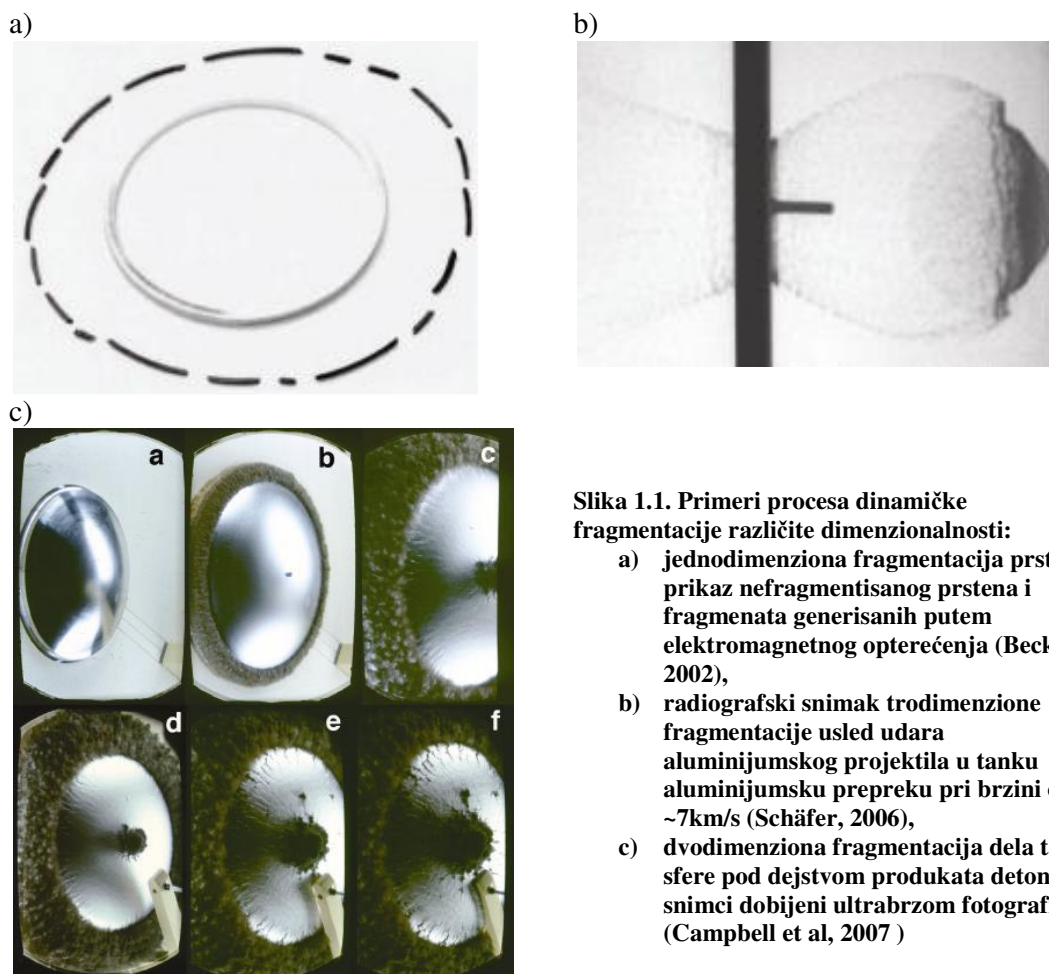
U zavisnosti od broja prostornih dimenzija koje karakterišu fragmentacioni proces, razlikujemo jednodimenzionu (1D), dvodimenzionu (2D) i trodimenzionu (3D) fragmentaciju. Na sl. 1.1 prikazani su primeri fragmentacionih procesa različite dimenzionalnosti.

Bavićemo se prevashodno analizom 1D, 2D i 3D dinamičke primarne fragmentacije metalnih struktura.

1.3. Osobnosti procesa dinamičke fragmentacije

Osnovna osobnost dinamičke fragmentacije i dinamičkog loma materijala u odnosu na kvazistatičke uslove je prisustvo udarnih talasa u opterećenom fragmentacionom telu. Udarne talase nastaju kao posledica delovanja impulsnih opterećenja – udara i eksplozija. Da bi došlo do loma neophodno je da ovi talasi izazovu naprezanja, odnosno deformacije materijala koja prevazilaze kritične vrednosti.

Postavlja se pitanje koja je osnovna razlika u mehanizmima koji sa jedne strane dovode do tipičnog kvazistatičkog loma materijala, a sa druge strane do fragmentacije u uslovima dinamičkog loma.

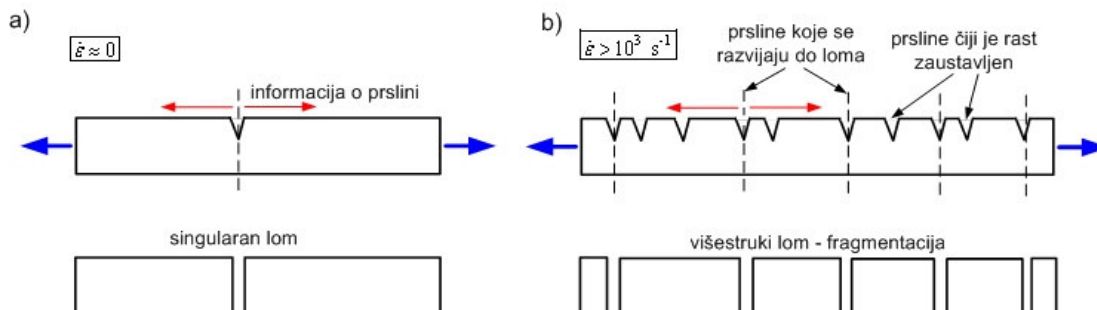


Slika 1.1. Primeri procesa dinamičke fragmentacije različite dimenzionalnosti:

- a) **jednodimenziona fragmentacija prstena, prikaz nefragmentisanog prstena i fragmenata generisanih putem elektromagnetnog opterećenja (Becker, 2002),**
- b) **radiografski snimak trodimenzione fragmentacije usled udara aluminijumskog projektila u tanku aluminijumsku prepreku pri brzini od ~7km/s (Schäfer, 2006),**
- c) **dvodimenziona fragmentacija dela tanke sfere pod dejstvom produkata detonacije, snimci dobijeni ultrabrzom fotografijom (Campbell et al, 2007)**

Razmotrimo najpre kvazistatički lom (sl.1.2a). Pri postepenom povećavanju opterećenja u slučaju zategnutog štapa, pri određenoj kritičnoj vrednosti napona dolazi do formiranja inicijalne prsline (u slučaju krutih materijala) ili lokalizovanog tečenja materijala koje dovodi su kontrakcije poprečnog preseka štapa (za slučaj žilavih materijala). S obzirom da je brzina povećavanja opterećenja mala, informacija o formiranom “slabom” preseku stiže u sve druge preseke opterećenog uzorka pre nego što dođe do značajnog povećanja opterećenja i stvaranja novih prsline ili kontrakcija. Na taj način, dolazi do koncentracije napona na inicijalno formiranom oslabljenom preseku. Rezultat je klasičan kvazistatički lom materijala koji rezultira formiranjem dva fragmenta.

U slučaju impulsnih opterećenja, odnosno dinamičkog loma materijala (sl. 1.2b), brzina porasta opterećenja je znatno veća od brzine prostiranja informacije o inicijalno oslabljenom preseku. Zbog toga dolazi do stvaranja veoma velikog broja oslabljenih preseka opterećenog materijala u veoma kratkom vremenskom intervalu. Zavisno od broja ovakvih preseka, intenziteta i brzine opterećenja, karaktera deformacije, kao i komunikacije između ovih oslabljenih preseka, jedan broj započetih procesa loma se zaustavlja, dok se izvestan broj oslabljenih preseka do kraja razvije do konačnog loma materijala. Tako dolazi do višestrukog loma materijala, odnosno fragmentacije.



Slika 1.2. Fenomenologija nastanka loma materijala: a) kvazistatičko opterećenje dovodi do klasičnog singularnog loma, b) impulsno opterećenje izaziva dinamička naprezanja i dovodi do višestrukog loma materijala, odnosno fragmentacije

Za proces fragmentacije su od ključnog značaja dve grupe ulaznih parametara: karakter opterećenja i osobine materijala. Jedna od najvažnijih fizičkih karakteristika procesa je brzina proizvedenih deformacija $\dot{\epsilon}$ materijala fragmentacionog tela, koja zavisi od dve pomenute grupe parametara. U tabeli 1.1 je predstavljena klasifikacija opterećenja i odgovarajućih metoda njihovog kreiranja i ispitivanja upravo u zavisnosti od brzine deformacija.

Tabela 1.1. Klasifikacija opterećenja s obzirom na karakterističnu brzinu deformacija i odgovarajuće metode ispitivanja; prema (Meyers, 1994)

Brzina deformacije $\dot{\epsilon}$ (s^{-1})	Kategorija	Metoda ispitivanja
$10^{-9} - 10^{-5}$	Relaksacija napona, puzanje	Konvencionalne metode
$10^{-5} - 10^0$	Kvazistatička opterećenja	Hidraulične mašine
$10^0 - 10^3$	Dinamička opterećenja (male brzine deformacija)	Visokobrzinske mašine
$10^3 - 10^5$	Dinamička opterećenja (velike brzine deformacija)	Primena eksploziva
$10^5 - 10^7$	Dinamička opterećenja (ultrabrze deformacije)	Eksplozivi, udari ultra-brzinama, laseri

Procesi dinamičkog loma i fragmentacije materijala koji će se razmatrati u ovom radu spadaju u grupu dinamičkih procesa koje karakterišu velike deformacije i velike brzine deformacija, koje pripadaju intervalu $\dot{\epsilon} = 10^3 \dots 10^5 \text{ s}^{-1}$.

Iz navedenog je jasno da su zakonitosti ponašanja razmatranog materijala fragmentacionog tela u uslovima dinamičkih opterećenja od ključnog značaja za modeliranje dinamičke fragmentacije.

Za dinamičku fragmentaciju je od posebnog značaja proučavanje tri osnovna mehanizma koja dovode do dinamičkog loma materijala (Zurek, Meyers, 1996):

- brzo prostiranje prslina u materijalu, što karakteriše lom dominantno krtilih materijala,
- brzo stvaranje, rast i spajanje mikro-šupljina u opterećenom materijalu predstavlja važan mehanizam koji dovodi do loma žilavih materijala,

- formiranje zona (pojaseva) adijabatskog smicanja predstavlja poseban slučaj loma materijala usled smicanja koji takođe karakteriše dinamička naprezanja žilavih materijala.

U praksi se često istovremeno sreću dve ili sve tri prethodno navedene pojave.

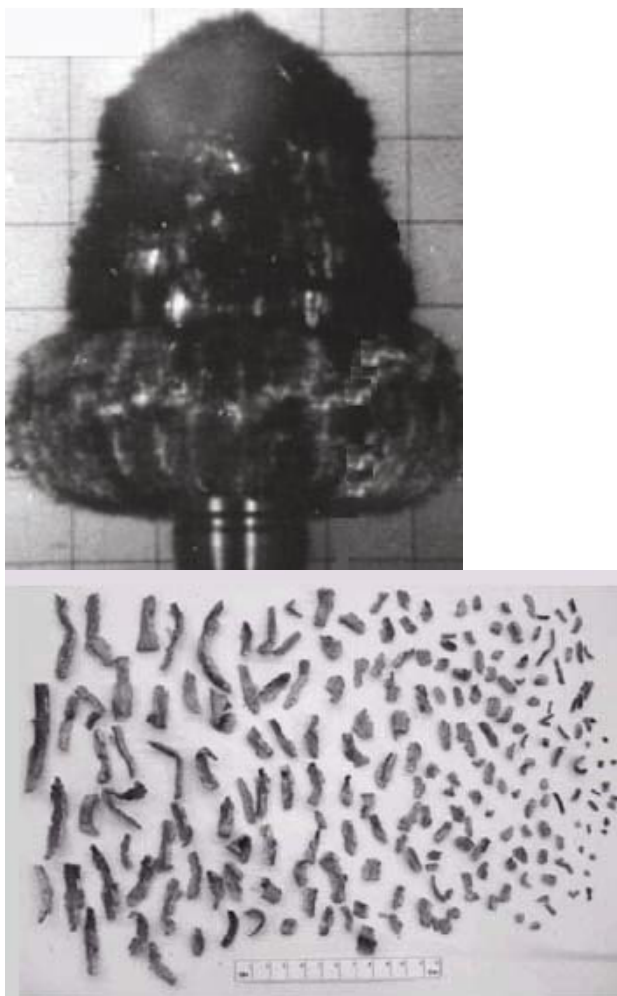
U fokusu naše pažnje je jedna klasa problema dinamičke fragmentacije tela do koje dolazi pod dejstvom snažnog impulsnog opterećenja i koja je od interesa za analizu problema balistike na cilju. Reč je o fragmentacija cilindra pod dejstvom unutrašnjeg pritiska koji stvaraju gasoviti produkti detonacije eksploziva.

1.4. Fragmentacija cilindra pod dejstvom produkata detonacije

Osnovni cilj proučavanja je matematičko-fizičko modeliranje procesa dinamičke fragmentacije u domenu problema balistike na cilju. Pri tome najznačajnije mesto zauzima modeliranje fragmentacije košuljice razornih projektila, kao fenomen od ključnog značaja za projektovanje, redizajniranje i ocenu efikasnosti projektila parčadnog dejstva. Treba istaći da u novije vreme sve značajnije mesto u klasi projektila parčadnog dejstva imaju konstrukcije sa prefragmentisanim parčadima, kao i košuljice kod kojih se ostvaruje tzv. kontrolisana fragmentacija. Na ovaj način se obezbeđuje optimizacija mase i oblika formiranih fragmenata. Međutim, klasično rešenje košuljica koje se rasprskavaju putem prirodne fragmentacije i dalje predstavlja dominantan pristup iz više razloga, od kojih su najznačajniji: (i) strukturna otpornost u uslovima velikih ubrzanja u fazi kretanja kroz cev, odnosno lansiranja projektila, (ii) jednostavnost i tehnološkičnost konstrukcije, te njena pouzdanost i cena.

Detonacijom eksploziva u košuljici projektila formiraju se gasoviti produkti čiji pritisak iznosi nekoliko stotina hiljada bara. Ovaj pritisak izaziva izuzetno snažna impulsna naprezanja i deformacije materijala košuljice i konačno dovodi do gubitka strukturne celovitosti košuljice, tj. do njene fragmentacije. Sam proces traje veoma kratko – od trenutka inicijacije detonacije do formiranja parčadi prođe vreme reda nekoliko desetina mikrosekundi. Usled dejstva udarnih talasa i pritiska košuljica se najpre plastično deformiše poprimajući karakterističan kruškast oblik, pri čemu se prečnik košuljice značajno povećava (približno se udvostručava). Ovi procesi imaju kompleksnu talasnu prirodu i dovode do stvaranja složenog, prostorno nehomogenog naponsko-deformacionog polja u materijalu košuljice. Pri dovoljno velikim vrednostima napona, odnosno deformacija, praktično istovremeno, dešavaju se dva procesa: (i) usled zateznih napona dolazi do formiranja aksijalnih prslina, odnosno do objedinjavanja mikro-šupljina na spoljašnjoj površini košuljice, i (ii) usled snažnog sabijanja na unutrašnjem delu košuljice formiraju se zone smicanja. U zavisnosti od debljine košuljice presudnu ulogu na iniciranje prslina i zona smicanja imaju intenzitet i frekvencija oscilacija napona (deblje košuljice), odnosno strukturna nehomogenost materijala (tanke košuljice). Broj prslina, odnosno objedinjenih mikro-šupljina, kao i zona smicanja raste progresivno i to po različitim pravcima – po dužini košuljice, njenom obimu, u pravcu pod uglom od 45° u odnosu na prethodna dva. Na taj način karakter, raspored i broj krta i plastičnih prslina, odnosno zona smicanja na košuljici određuju veličinu, masu i oblik formiranih fragmenata.

Na sl. 1.3 predstavljena je ekspanzirana košuljica razornog projektila u toku procesa fragmentacije, kao i izgled dela generisanih fragmenata.



Slika 1.3. Snimak ultrabrzom kamerom ekspandirane košuljice razornog projektila u toku procesa fragmentacije koji karakteriše početak isticanja gasovitih produkata detonacije (levo), (Gold, Baker, 2008) i izgled dela fragmenata dobijenih fragmentacijom cilindra (desno), (Dawson, Edwards, 2004)

S obzirom da su vrednosti energije koja se predaje materijalu u toku procesa širenja košuljice značajno veće od energije koja se utroši na deformisanje materijala i formiranje fragmenata, fragmenti nakon formiranja raspolažu značajnom kinetičkom energijom, odnosno brzinom (vrednosti reda 1000 m/s). Ova kinetička energija omogućava dejstvo fragmenata na cilju.

Osnovni cilj modeliranja fragmenatacije košuljice projektila (kao i modeliranje fragmentacionih procesa uopšte) podrazumeva utvrđivanje raspodele mase (odnosno veličine) i oblika parčadi, definisanje njihove raspodele u prostoru, kao i određivanje brzine razletanja fragmenata.

1.5. Pristupi modeliranju dinamičke fragmentacije

Proučavanja dinamičke fragmentacije u osnovi pripada domenu primenjene mehanike čvrstog tela u uslovima velikih brzina deformacije. Reč je o suštinski interdisciplinarnoj oblasti koja pored mehanike deformabilnog tela zahteva primenu rezultata iz mnogih naučnih domena: mehanike loma, teorije udarnih talasa, fizike eksplozije, dinamike gasova, nauke o materijalima, termodinamike, primenjene matematike, itd.

Eksperimentalni pristup predstavlja osnovni izvor kvalitativnih i kvantitativnih informacija o dinamičkoj fragmentaciji. Najčešće se izvode eksperimentalna ispitivanja fragmentacije materijala jednostavnih geometrijskih oblika (uglavnom prstenova, cilindara i sfera) u cilju određivanja mehaničkih karakteristika i fragmentacionih svojstava materijala. U cilju utvrđivanja fragmentacionih karakteristika materijala obavljaju se i ispitivanja primenom različitih metoda udara hiperbrzinama. Pri tome se najčešće koriste tehnike zasnovane na primeni eksploziva i impulsnih elektromagnetnih opterećenja koja neposredno dovode do fragmentacije ili se primenjuju gasni topovi za ubrzavanje materijala do čije fragmentacije dolazi pri udaru u definisanu prepreku. Za beleženje i merenje relevantnih parametara procesa fragmentacije koriste se brojne dijagnostičke i merne tehnike, kao što su: različite tehnike detekcije udarnog talasa, ultrabrzna digitalna fotografija, impulsna radiografija i laserska interferometrija. Primena ovih mernih tehnika u eksperimentima omogućava sa jedne strane vizuelizaciju izuzetno brzih pojava (npr. pojava, karakter i širenje prslina, oblik deformisanog cilindra i sl.) i njihovo kvalitativno opisivanje. Sa druge strane, moguće je i merenje parametara procesa, kao što su npr. vreme trajanja procesa, pomeranja i brzine fragmentacionog tela i sl. Za prikupljanje generisanih fragmenata uz što manja sekundarna oštećenja koristi se veliki broj tehnika zasnovanih na pogodnoj primeni različitih barijera sa materijalima koji omogućavaju "mekano" zaustavljanje fragmenata (nabijeni pesak, drvena strugotina, seno, sneg, voda). Detaljan pregled mernih tehnika značajnih za proučavanje veoma brzih pojava u koje spada i dinamička fragmentacija dat je u (Chhabildas, 1987).

Na bazi rezultata eksperimetalnih istraživanja formirani su brojni empirijski modeli, posebno kada je u pitanju raspodela mase generisanih fragmenata. S obzirom na složenost opisanih pojava koje prate fragmentaciju, analiziranje statističkih zonomernosti raspodele mase fragmenata dobijenih na osnovu velikog broja izvršenih eksperimenata pokazalo se kao veoma racionalan pristup. Empirijski zakoni raspodele mase fragmenata detaljno su analizirani u narednom poglavlju.

Postoje takođe i brojni fizički zasnovani modeli fragmentacije koji omogućavaju analitički pristup rešavanju problema dinamičke fragmentacije. Modeli se zasnivaju na različitim teorijskim pristupima: statističko-mehanički, energetski, pristupi zasnovani na mehanici loma, termodinamici, itd.

Modeliranju dinamičke fragmentacije moguće je pristupiti uz primenu numeričkih metoda koje se zasnivaju na osnovnim zakonitostima fizike eksplozije i mehanike deformabilnog tela primenjenim na diskretizovan sistem eksploziv-obloga. Primena komercijalnih ili specijalnih numeričkih kodova najčešće podrazumeva klasičnu analizu kretanja i deformisanja sistema do određenog trenutka kada se dostignu kritične vrednosti napona i deformacija koje definišu početak fragmentacije. Hidrokodovi u pravilu ne tretiraju masivnu separaciju materijala koja je imanentna višestrukome lomu, odnosno fragmentaciji. Dalje deformisanje materijala se ne razmatra, već se program spreže sa analitičkim ili empirijskim modelima dinamičke fragmentacije. Referentan i savremen numerički pristup analizi fragmentacije košuljice razornih projektila koji podrazumeva korišćenje specijalno razvijenih hidrokodova (CTH) dat je u (Gold, Baker, 2008). Sa druge strane, pristup dinamičkoj fragmentaciji prstena u (Rusinek, Zaera, 2007) je zasnovan na korišćenju komercijalnog softvera (ABAQUS/Explicit).

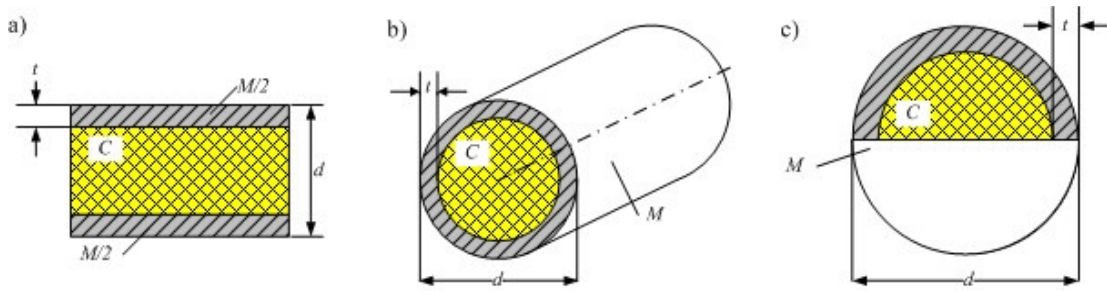
1.6. Pregled razvoja teorije dinamičke fragmentacije

Početak razvoja teorija fragmentacije vezuje se za Drugi svetski rat. Praktično paralelno i nezavisno kreirana su tri važna teorijska pristupa koja se i danas primenjuju kao veoma pouzdani modeli fragmentacije.

U SAD R.W. Gurney se bavio problemom eksplozivne propulzije, tj. određivanja brzine odbacivanja metalne obloge (ili razletanja parčadi) usled dejstva ekspandirajućih produkata detonacije. Koristeći pretpostavke o: (i) raspodeli fiksnog dela unutrašnje energije eksploziva na kinetičku energiju obloge i samih produkata detonacije, (ii) homogenosti produkata detonacije i (iii) linearnoj raspodeli brzine produkata detonacije, dolazi se do brzine odbacivanja obloge u obliku (Gurney, 1943):

$$v = \frac{\sqrt{2E_G}}{\sqrt{\frac{n}{n+2} + \frac{M}{C}}} . \quad (1.1)$$

U poslednjem izrazu E_G predstavlja tzv. Gurney-evu energiju – deo ukupnog energetskog potencijala eksploziva (60-70%) koji definiše sposobnost ubrzavanja obloge i koji predstavlja karakteristiku eksplozivne materije; M/C predstavlja odnos masa metalne obloge i eksplozivnog punjenja, dok se vrednosti parametra $n=1,2,3$ odnose na ravansku, cilindričnu i sfernu geometriju sistema eksploziv-obloga (sl. 1.4)

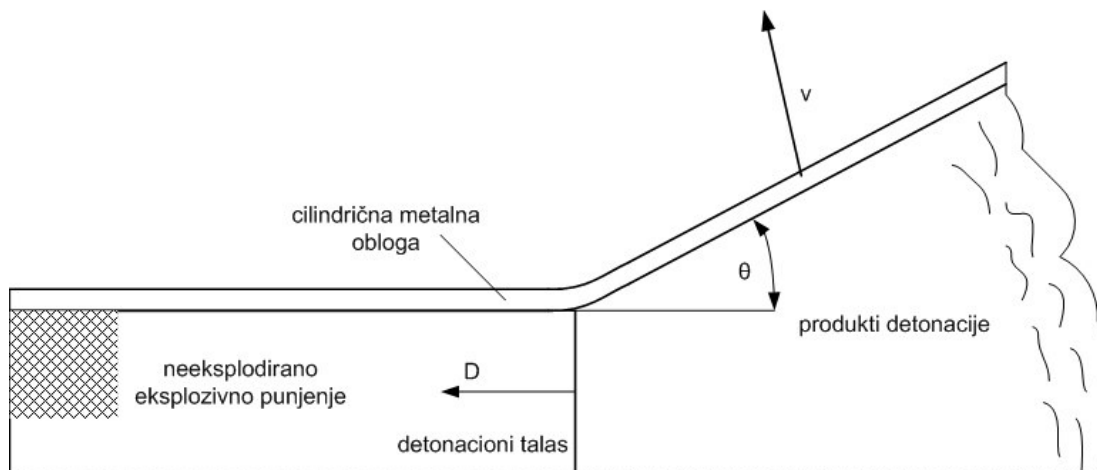


Slika 1.4. Gurney-jev model eksplozivne propulzije: a) ravanska (sendvič), b) cilindrična, i c) sferna geometrijska konfiguracija sistema eksploziv-obloga

Paralelno, u Velikoj Britaniji G.I. Taylor se bavio određivanjem brzine odbacivanja obloge v pod dejstvom bočnog detonacionog talasa i došao do poznatog izraza (rad je u otvorenoj literaturi objavljen znatno kasnije [Taylor, 1963]):

$$v = 2D \sin \frac{\theta}{2}, \quad (1.2)$$

gde D označava brzinu detonacije korišćenog eksploziva, dok je θ ugao odbacivanja obloge (sl. 1.5)



Slika 1.5. Taylor-ov model odbacivanja metalne obloge pod dejstvom bočnog (čeonog) detonacionog talasa

Istražujući u isto vreme takođe u V. Britaniji, N.F. Mott se prvenstveno bavio raspodelom veličine i mase parčadi koja nastaju kao posledica fragmentacije cilindra usled dejstva produkata detonacije. Kombinovanjem teorijskog i empirijskog pristupa došao je (zajedno sa E.H. Linfoot-om) do poznatog izraza za raspodelu mase fragmenata u obliku (Mott, Linfoot, 1943):

$$N(m) = N_0 \exp \left[- \left(\frac{m}{\mu} \right)^{1/2} \right]. \quad (1.3)$$

U prethodnom izrazu $N(m)$ je ukupan (kumulativni) broj parčadi čija je (pojedinačna) masa veća od m , N_0 je ukupan broj fragmenata, dok je μ parametar koji je povezan sa srednjom masom parčadi. Formula (1.3) se i danas primenjuje za određivanje raspodele mase fragmenata pri modeliranju efekata na cilju projektila parčadnog dejstva.

Mott je iste godine (Mott, 1943) takođe formulisao fizički zasnovan model fragmentacije koji omogućava određivanje raspodele veličine fragmenata u slučaju jednodimenzione fragmentacije metalnog prstena. Rad je nešto kasnije objavljen u otvorenoj literaturi (Mott, 1947) i imao je veliki uticaj na kasnije pristupe modeliranju dinamičke fragmentacije.

U narednom periodu koji obuhvata više od tri decenije nije bilo značajnog napretka u domenu proučavanja dinamičke fragmentacije. Međutim, zbog sve širih primena ovih procesa, početkom osamdesetih godina dvadesetog veka D.E. Grady sa saradnicima počeo je da obnavlja interesovanje naučne javnosti za teorijsko modeliranje fenomena koji karakterišu dinamičku fragmentaciju. U više desetina radova koje je od tada objavio Grady se bavio različitim aspektima problema dinamičke fragmentacije. Najznačajniji se odnose na: rezultate dobijene primenom geometrijske statistike na fragmentaciju (Grady, Kipp, 1985a), modeliranje fragmentacije geoloških materijala (Grady, 1981), opšti model određivanja veličine fragmenata (Grady, Kipp, 1985b), energetski pristup modeliranju dinamičke fragmentacije (Grady, 1982), eksperimentalno-teorijski prilaz jednodimenzionoj fragmentaciji (Grady, Benson, 1983), modeliranje fragmentacije usled udara velikim brzinama (Grady, Winfree, 2001), analiza i generalizacija Mott-ovog modela fragmentacije (Grady, 2006), itd.

2. EMPIRIJSKI ZAKONI RASPODELE VELIČINE I MASE FRAGMENTA

2.1. Uvod

Veličina, odnosno masa generisanih fragmenata predstavlja njihovo osnovno obeležje. S obzirom da proces fragmentacije ima elemente slučajnog procesa, u smislu da se pri "identičnim" početnim uslovima dobijaju različiti ishodi procesa, jasno je da se veličina (masa) dobijenih fragmenata mora posmatrati statistički. Zbog toga se raspodela veličine fragmenata opisuje odgovarajućim funkcijama raspodele slučajnih veličina.

Raspodela mase fragmenata se najčešće opisuje kumulativnom funkcijom raspodele. Koristi se i uobičajena funkcija gustine raspodele verovatnoće (histogram) koja je, međutim, mnogo osetljivija u pogledu rasturanja eksperimentalno određenih podataka.

Kumulativni broj fragmenata $N(m)=N(>m)$ je ukupni broj fragmenata čija je pojedinačna masa veća od m :

$$N(m) = N_0 \int_m^{\infty} f_N(m) dm, \quad (3.1)$$

pri čemu je $f_N(m)$ funkcija gustine raspodele mase fragmenata, dok je N_0 ukupan broj formiranih fragmenata. Alternativno se koristi i kumulativna masa fragmenata $M(m)=M(>m)$ koja predstavlja masu svih fragmenata čija je pojedinačna masa veća od m :

$$M(m) = M_0 \int_m^{\infty} f_M(m) dm, \quad (3.2)$$

gde je $f_M(m)$ odgovarajuća funkcija gustine raspodele mase fragmenata, dok je M_0 ukupna masa fragmenata, tj. fragmentacionog tela.

Na slici 3.1. prikazan je tipičan izgled eksperimentalno utvrđene relativne kumulativne masene raspodele broja generisanih fragmenata $N(m)/N_0$ za slučaj jednog projektila parčadnog dejstva (Jovanović, 2002). Na sl. 3.2. ista raspodela fragmenata predstavljena je preko relativne kumulativne mase fragmenata $M(m)/M_0$.

Imajući u vidu vezu između kumulativnih zakona raspodele

$$dM = m dN \quad (3.3)$$

može se pokazati da važi:

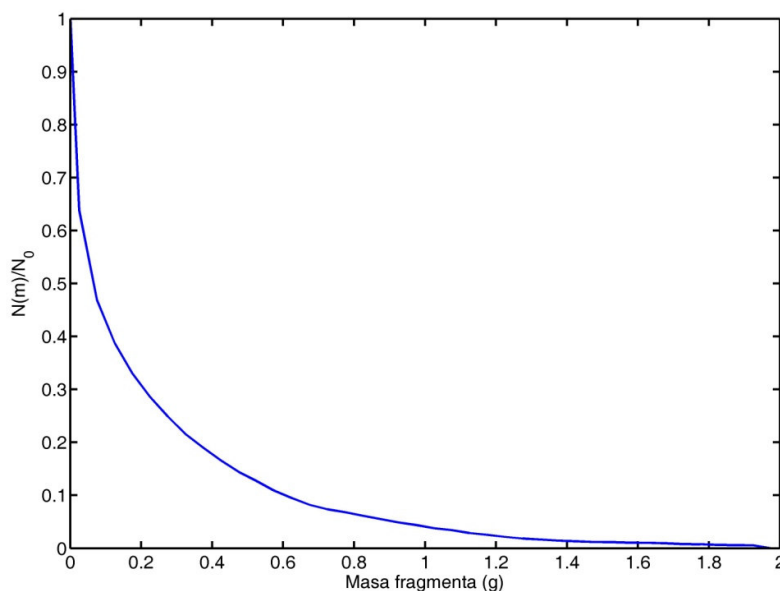
$$M_0 = \int_0^{\infty} N(m) dm. \quad (3.4)$$

Srednja masa fragmenata (očekivana vrednost mase fragmenta), koja predstavlja najznačajniju karakteristiku raspodele, određena je izrazom:

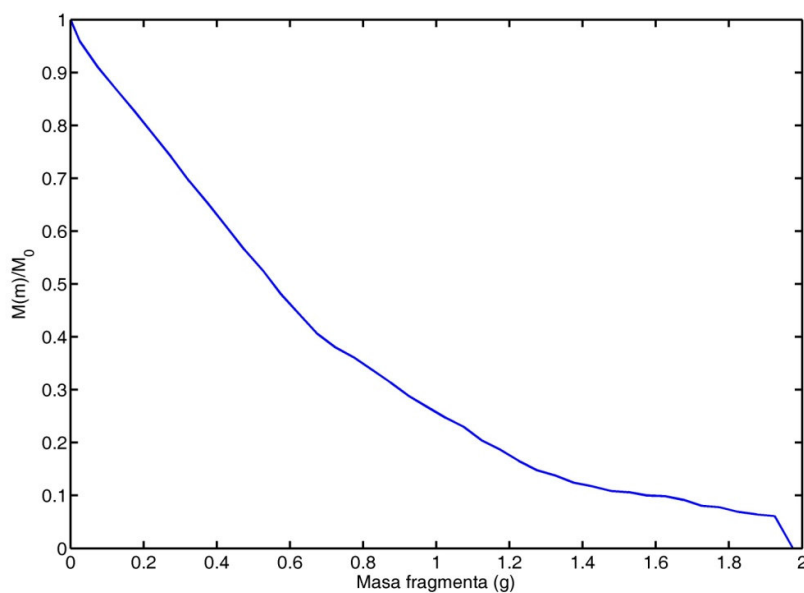
$$\bar{m} = \frac{M_0}{N_0} = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} N(m) dm. \quad (3.5)$$

Veoma korisne numeričke karakteristike navedenih raspodela su i medijane, definisane uslovima

$$N(\tilde{m}_N) = \frac{N_0}{2}, \quad \text{ i } \quad M(\tilde{m}_M) = \frac{M_0}{2}. \quad (3.6)$$



Slika 3.1. Relativna kumulativna raspodela broja generisanih fragmenata na osnovu eksperimentalnih podataka za projektil A u (Jovanović, 2002)



Slika 3.2. Relativna kumulativna raspodela mase generisanih fragmenata na osnovu eksperimentalnih podataka za projektil A u (Jovanović, 2002)

Postoji veliki broj funkcija raspodele kojima se opisuje realna raspodela fragmenata koji su rezultat dinamičke fragmentacije. Najveći broj ovih raspodela zasniva se razmatranjima koja proizilaze iz pojednostavljenog geometrijskog pristupa problemu fragmentacije.

2.2. Geometrijski pristup

2.2.1. Jednodimenziona slučajna fragmentacija

Najjednostavniji slučaj fragmentacije predstavlja jednodimenziona fragmentacija. Pretpostavimo da na slučajan način dolazi do fragmentacija prave, ili ma kakve krive linije dužine L , tako što nasumično raspoređene tačke duž krive određuju mesta prekida – tačke “loma” – razmatrane linije. Cilj je da se odredi raspodela dužina tako formiranih fragmenata. Pretpostavimo da je srednji broj tačaka raspoređenih po jedinici dužine λ ; ova mera definiše gustinu tačaka loma, odnosno srednju dužinu generisanih fragmeneta. Fizički, pretpostavlja se u stvari da su “slabe” tačke u strukturi materijala (mesta koncentracije napona, kao i mikroskopske nepravilnosti – šupljine, uključci, mikroprrsline i sl.) slučajno raspoređene, dok njihova gustina λ zavisi od vrste materijala, njegovih karakteristika, oblika tela, karaktera opterećenja itd. Ako pretpostavimo da je s tačaka loma slučajno distribuirano po celokupnoj dužini linije L , verovatnoća da se na nekom segmentu linije dužine l ($l < L$) nalazi tačno n ($n \leq s$) tačaka, određena je binomnim zakonom raspodele verovatnoće

$$P_l(s, n) = \binom{s}{n} p_l^n (1 - p)^{s-n}, \quad (3.7)$$

gde je $p_l = l/L$ verovatnoća da se proizvoljna tačka nalazi u razmatranom segmentu. Ako se sada koncentrišemo na slučaj generisanja veoma velikog broja fragmenata ($n \rightarrow \infty$, $p_l \rightarrow 0$, $L \rightarrow \infty$), pri čemu je gustina tačaka loma nepromenjena, verovatnoća (3.7) – što se jednostavno pokazuje – transformiše se u Poisson-ovu raspodelu u obliku

$$P(n, l) = e^{-\lambda l} \frac{(\lambda l)^n}{n!}, \quad (3.8)$$

pri čemu je $\lambda = s/L$ ranije pomenuti broj tačaka loma po jedinici dužine.

Poisson-ova raspodela upravo se koristi za modeliranje diskretnih slučajnih veličina koje su vezane za realizaciju događaja u jedinici vremena ili prostora. Ovu raspodelu je u modeliranju fragmentacije najpre koristio Lienau (1936), a kasnije su je detaljno analizirali Gilvarry (1961), Gilvarry i Bergstrom (1961), Grady i Kipp (1985) i Grady (1990).

Na osnovu pretpostavke o Poisson-ovoj raspodeli (3.8), moguće je najpre odrediti elementarnu verovatnoću dP da postoji fragment čija se dužina nalazi u elementarnom intervalu $[l, l+dl]$. Naime, verovatnoća da na segmentu dužine l nema nijednog loma je, na osnovu (3.8)

$$P(0, l) = e^{-\lambda l}. \quad (3.9)$$

Verovatnoća da će se na susednom segmentu razmatrane linije dužine dl naći tačno jedan lom je, prema (3.8)

$$P(1, dl) = \lambda dl, \quad (3.10)$$

pri čemu su zanemarene male veličine drugog reda.

Na osnovu izraza (3.9) i (3.10) može se dobiti tražena elementarna verovatnoća da formirani fragment ima dužinu veću od l a manju od $l+dl$:

$$dp = P(0, l)P(1, dl) = \lambda e^{-\lambda l} dl. \quad (3.11)$$

Iz poslednjeg izraza dobija se funkcija gustine raspodele dužine fragmenta

$$f(l) = \frac{dp}{dl} = \lambda e^{-\lambda l} \quad (3.12)$$

Kumulativna funkcija raspodele verovatnoće $P(l)$, tj. verovatnoća da fragment ima dužinu veću od l dobija se integracijom gustine verovatnoće (3.12) u granicama $l \in [l, +\infty)$,

$$P(l) = P(>l) = e^{-\lambda l}. \quad (3.13)$$

Takođe se na osnovu gustine raspodele slučajne veličine – dužine fragmenta – definisane izrazom (3.12) lako dobija da je srednja (očekivana) vrednost dužine fragmenta $1/\lambda$.

Broj fragmenta po jedinici dužine čija je dužina veća od l je

$$\bar{N}(l) = \bar{N}(>l) = \lambda e^{-\lambda l}. \quad (3.14)$$

Prethodno razmatranje odnosilo se na analizu fragmentacije linije beskonačne dužine, ali je sasvim analogno moguće zaključivati i u slučaju fragmentacije linije konačne dužine L , npr. konačne duži ili kruga. Verovatnoća da će se na segmentu linije dužine l naći n tačaka definisana je izrazom (3.7). Sledeći istu logiku kao u slučaju linije beskonačne dužine dobija se verovatnoća da fragment ima dužinu veću od l

$$P(l) = \frac{\lambda L}{\lambda L + 1} \left(1 - \frac{l}{L}\right)^{\lambda L + 1} \quad (3.15)$$

gde je λ i dalje broj tačaka po jedinici dužine $\lambda = s/L$. Broj parčadi (po jedinici dužine) čija je dužina veća od l je

$$\bar{N}(l) = \lambda \left(1 - \frac{l}{l_0}\right)^{\lambda l_0 + 1}. \quad (3.16)$$

Lako se pokazuje da su formule za verovatnoću nalaženja fragmenta dužeg od l u slučaju linije beskonačne i konačne dužine (3.13) i (3.15), kao i odgovarajući brojevi fragmenata definisani izrazima (3.14) i (3.16), ekvivalentni u slučaju velikog broja tačaka, odnosno fragmenata ($s \gg 1$) i ukoliko su dužine fragmenata znatno manje od ukupne dužine linije ($l \ll L$).

Primenom čistop kombinatornog pristupa takođe se može izvesti relacija (3.13).

Ovim se statistički opravdava korišćenje ove raspodele, ali ne treba izgubiti iz vida da nijedan od prikazanih pristupa ne predstavlja *dokaz* o tome da slučajna jednodimenziona fragmentacija ima eksponencijalnu raspodelu. Naime, moguće je i na drugi način definisati slučajnu fragmentaciju, odnosno koristiti i druge hipoteze o osobinama fragmenata (npr. jednaka zbirna dužina fragmenata u svim klasama dužina i sl.), pa na osnovu toga dobiti drugačije funkcije raspodele dužine parčadi (npr. binomna, log-normalna ili stepena funkcija raspodele).

U slučaju jednodimenzionalne fragmentacije masa fragmenta je proporcionalna njegovoj dužini, tako da kumulativni zakon raspodele mase ima oblik analogan (3.13):

$$P(m) = P(>m) = e^{-\lambda m} = \exp\left(-\frac{m}{\mu}\right). \quad (3.31)$$

gde je $\mu = 1/\lambda$ - srednja masa fragmenata. Kumulativna raspodela mase koja definiše broj fragmenata čija je pojedinačna masa veća od m određena je sa

$$N(m) = N_0 \exp\left(-\frac{m}{\mu}\right), \quad (3.32)$$

gde je N_0 ukupan broj parčadi.

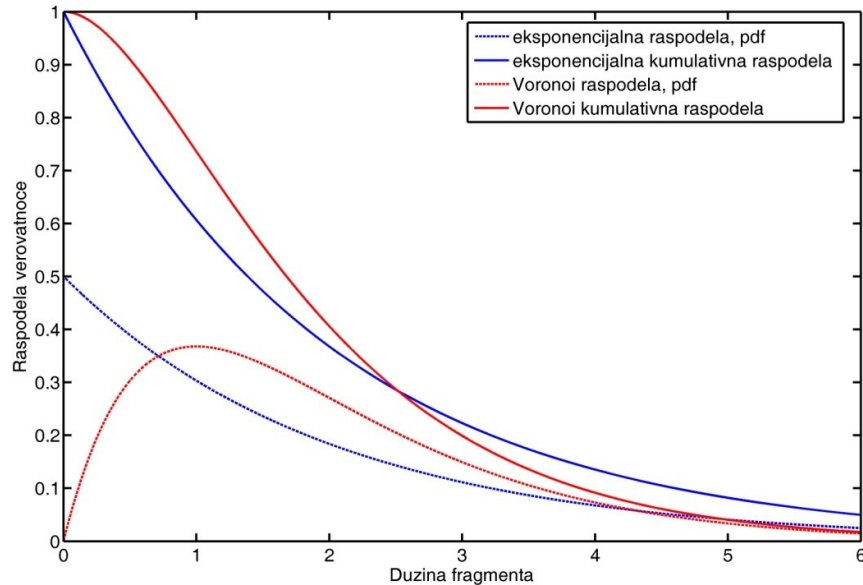
Sličan pristup slučajnoj geometrijskoj fragmentaciji zasniva se na konceptu Voronoi-Dirichlet-ovih dijagrama (Aurenhammer, Klein, 2000). Voronoi dijagram podrazumeva segmentaciju prostora (1D, 2D ili 3D), putem slučajno generisanog skupa tačaka, na izvestan broj podprostora, tako da svaki podprostor sadrži tačno jednu od ovih slučajno raspoređenih tačaka, pri čemu je svaka tačka podprostora bliža pripadajućoj generativnoj tački nego bilo kojoj od preostalih generisanih tačaka. Voronoi algoritam se koristi za modeliranje različitih procesa, uključujući fragmentaciju (Grady, 2006). Fizički, generativne tačke predstavljaju centre budućih fragmenata. U jednodimenzionom slučaju, Voronoi segmentacija linije definisana je središnjim tačkama segmenata koje formiraju susedne slučajno generisane tačke. Koristeći sličan postupak kao u prethodnom slučaju (Grady, 2006), (Kiang, 1966), dobija se funkcija gustine raspodele dužine fragmenata u obliku

$$f(l) = 4\lambda^2 l e^{-2\lambda l}. \quad (3.33)$$

Kumulativni zakon raspodele dužine fragmenata definisan je izrazom

$$P(l) = (1 + 2\lambda l) e^{-2\lambda l}. \quad (3.34)$$

Poređenje Lineau-ove (eksponecijalne) i Voronoi raspodele pri slučajnoj jednodimenzionoj fragmentaciji predstavljeno je na sl. 3.3.



Slika 3.3. Jednodimenziona slučajna fragmentacija: poređenje ekponencijalne (Lineau) i Voronoi raspodele; predstavljene su funkcije gustine raspodele verovatnoće (pdf) i kumulativne raspodele verovatnoće; srednja vrednost dužine fragmenta ista je u oba slučaja ($\lambda=0.5$)

2.2.2. Dvodimenziona fragmentacija

Za praktične primene teorije fragmentacije, posebno u domenu rasprskavanja košuljica projektila parčadnog dejstva, od ključnog je značaja razmatranje dvodimenzione i trodimenzione fragmentacije. Pod dvodimenzionim slučajem podrazumeva se fragmentacija površina, odnosno u praktičnoj primeni fragmentacija tankih ploča i ljuski,

gde se mogu svrstati i tanke košuljice projektila parčadnog dejstva – podrazumeva se, dakle, da sva nastala parčad imaju jednu identičnu dimenziju koja odgovara debljini košuljice.

Kao paradigmatičan primer, razmotrimo najpre dvodimenzionu fragmentaciju ravni putem dva nezavisna skupa međusobno normalnih pravih. Pretpostavimo da je "gustina" linija λ (broj linija po jedinici dužine) jednaka u horizontalnom i vertikalnom pravcu. Imajući u vidu eksponencijalnu gustinu raspodele dužine fragmenata, verovatnoća da fragment ima površinu veću od a određena je izrazom

$$P(a) = P(xy > a) = \lambda^2 \iint_{xy > a} \exp[-\lambda(x+y)] dx dy = \lambda \int_0^{\infty} \exp\left[-\lambda\left(x + \frac{a}{x}\right)\right] dx = 2\lambda\sqrt{a} K_1(2\lambda\sqrt{a}) \quad (3.35)$$

gde je $K_1(\bullet)$ modifikovana Bessel-ova funkcija druge vrste prvog reda.

U seriji radova Mott i Linfoot (1943), odnosno Mott (1943a, 1943b) razmatrali su dvodimenzionu fragmentaciju sa aspekta geometrijske statistike. Pri tome su se oslanjali na rezultate koje je isti pristup dao u domenu jednodimenzionu fragmentacije, a koji se svode na eksponencijalni zakon raspodele dužina fragmenata (3.13), a takođe su došli i do izraza (3.35). Međutim, na osnovu analize fragmenata dobijenih detonacijom razornih projektila, predložili su raspodelu koja ima oblik

$$P(a) = e^{-\sqrt{\alpha a}}. \quad (3.36)$$

Lako se pokazuje da je parametar α je povezan sa srednjom vrednošću površine fragmenta relacijom $\alpha = 2/\bar{a}$. Saglasno izrazu (3.36) i linearnoj vezi između mase i površine fragmenta, dobija se poznati Mott-ov zakon raspodele mase fragmenata u obliku

$$N(m) = N_0 \exp\left[-\left(\frac{m}{\mu}\right)^{1/2}\right] \quad (3.37)$$

gde je parametar μ jednak polovini srednje mase fragmenata

$$\mu = \frac{\bar{m}}{2}. \quad (3.38)$$

Raspodela (3.37) ima opravdanje i u činjenici da je ona analogna eksponencijalnoj raspodeli, pri čemu treba imati u vidu da je $l \sim a^{1/2}$. Takođe, pokazuje se da u slučaju dvodimenzionu fragmentacija putem slučajnog raspoređivanja horizontalnih i verikalnih pravih u ravni raspodela površine (odnosno mase) generisanih fragmenata ima formu vrlo blisku izrazu (3.37).

Teorijski je, međutim, moguće konstruisati veliki broj različitih procedura koje simuliraju slučajnu dvodimenzionu fragmentaciju (Grady, Kipp, 1985), kao što je npr. generisanje izvesnog broja pravih koje imaju slučajno određen položaj i pravac. Ovakva fragmentacija znatno odstupa od Mott-ovog zakona (3.37). Imajući ovo u vidu, Grady i Kipp (1985), i nešto ranije Cohen (1981), usvojili su drugačiji pristup modeliranju dvodimenzionu fragmentacije. Ne ulazeći u način generisanja fragmenata pretpostavlja se da sve moguće realizacije procesa fragmentacije imaju jednaku verovatnoću, uz uslov da je ukupna površina nastalih fragmenata jednaka početnoj površini fragmentisanog tela

$$\sum_j a_j = a_0. \quad (3.39)$$

Ako se, dakle, površina fragmenata posmatra kao skalarna veličina, onda je pristup sasvim analogan ranijem razmatranju jednodimenzione fragmentacije. Prema tome, zakon raspodele mase fragmenata ima isti oblik kao u slučaju jednodimenzione fragmentacije (3.26):

$$N(m) = N_0 \exp\left(-\frac{m}{\mu}\right). \quad (3.40)$$

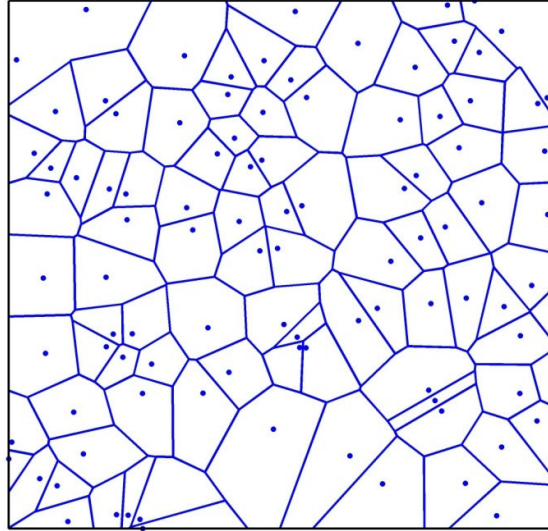
Konačno, Kiang (1966) je predložio aproksimativnu generalizaciju raspodele veličine fragmenata generisanih Voronoi dijagramima (3.33) u obliku:

$$P(s) = \frac{\Gamma(n, \mu ns)}{\Gamma(n)}, \quad (3.41)$$

gde su $\Gamma(\bullet)$ i $\Gamma(\bullet, \bullet)$ redom potpuna i nepotpuna gornja gama funkcija, s je veličina fragmenta (dužina, površina ili zapremina), μ je recipročna vrednost srednje veličine fragmenta, dok $n=2, 4$ i 6 odgovara 1D, 2D i 3D Voronoi dijagramima. Na sl. 3.4. je predstavljena slučajna fragmentacija kvadrata na osnovu principa Voronoi dijagrama. Za dvodimenzioni slučaj ($n=4$), kumulativna raspodela (3.41) glasi:

$$P(a) = \frac{\Gamma(4, 4\alpha a)}{\Gamma(4)} = e^{-4\alpha a} \sum_{k=0}^3 \frac{(4\alpha a)^k}{k!}. \quad (3.42)$$

Na sl. 3.5. dat je prikaz Bessel-ove, Mott-ove, Grady-Kipp i Voronoi raspodele.



Slika 3.4. Slučajna geometrijska fragmentacija kvadrata: nasumično je izabrano 100 tačaka unutar kvadrata koje predstavljaju "centre" fragmenata konstruisanih na osnovu odgovarajućeg Voronoi dijagrama

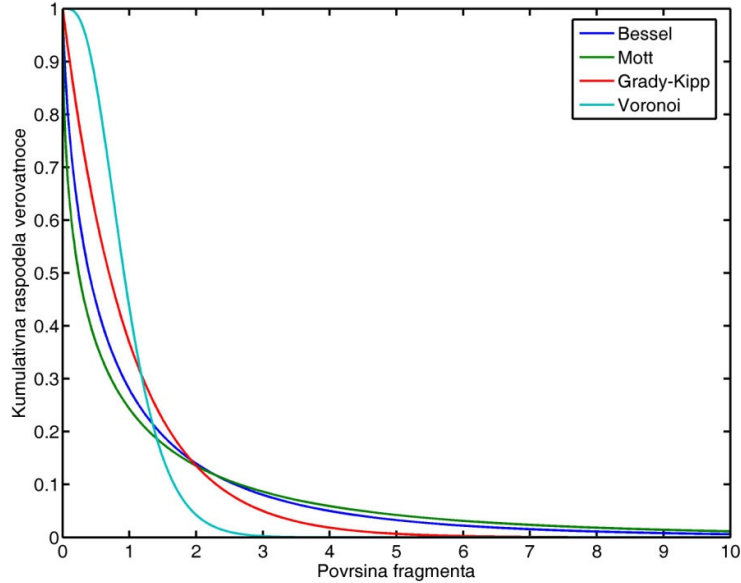
2.2.3. Trodimenziona fragmentacija

Trodimenziona fragmenatcija podrazumeva lom materijala duž sve tri dimenzije fragmentacionog tela. Sa stanovišta primene, ona svakako predstavlja najsloženiji i najznačajniji vid fragmentacije. Najjednostavniji primer 3D fragmentacije predstavlja particija prostora se tri skupa međusobno ortogonalnih ravni. Ako se ponovo pretpostavi

jednaka gustina λ ravni u sva tri pravca, dobija se kumulativna verovatnoća da fragment ima zapreminu veću od v

$$\begin{aligned}
 P(xyz > v) &= \lambda^3 \iiint_{xyz > v} \exp[-\lambda(x + y + z)] dx dy dz = \lambda^2 \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left[-\lambda\left(x + y + \frac{v}{xy}\right)\right] dx dy = \\
 &= \lambda\sqrt{\lambda v} G_{0,3}^{3,0}\left(\lambda^3 v \left| \begin{matrix} - \\ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \end{matrix} \right.\right)
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

gde je G Meijer-ova G -funkcija (Prudnikov et al, 1990).



Slika 3.5. Dvodimenziona slučajna fragmentacija: poređenje kumulativne raspodele verovatnoće u slučaju Bessel-ovog, Mott-ovog, Grady-Kipp i Voronoi zakona raspodele; srednja vrednost površine fragmenta ista je u svim slučajevima ($\bar{a} = 1$)

Primenjujući istu logiku kao u slučaju dvodimenzionalne fragmentacije, Mott je predložio raspodelu prema kojoj je ukupan broj parčadi sa masom većom od m proporcionalan eksponencijalnoj funkciji sa argumentom $m^{1/3}$. Kako je $m^{1/3}$ proporcionalno dužini fragmenta, i uz pretpostavku da svi fragmenti imaju približno isti oblik, sledi da i u slučaju trodimenzionalne fragmentacije važi eksponencijalni zakon raspodele (3.7), koji kada se transformiše dobija oblik

$$P(v) = e^{-\sqrt[3]{\gamma v}}, \tag{3.44}$$

pri čemu važi $\gamma = 6/\bar{v}$, gde je \bar{v} srednja zapremina fragmenata. Zakon raspodele mase fragmenata ima analognu formu

$$N(m) = N_0 \exp\left[-\left(\frac{m}{\mu}\right)^{1/3}\right], \tag{3.45}$$

gde je $\mu = \bar{m}/6$.

Ranije razmotren pristup (Grady, Kipp, 1985) može se primeniti i za trodimenzionu fragmentaciju – ako su sve raspodele fragmenta jednakoverovatne, pri čemu mora biti zadovoljen uslov očuvanja mase, odnosno zapremine

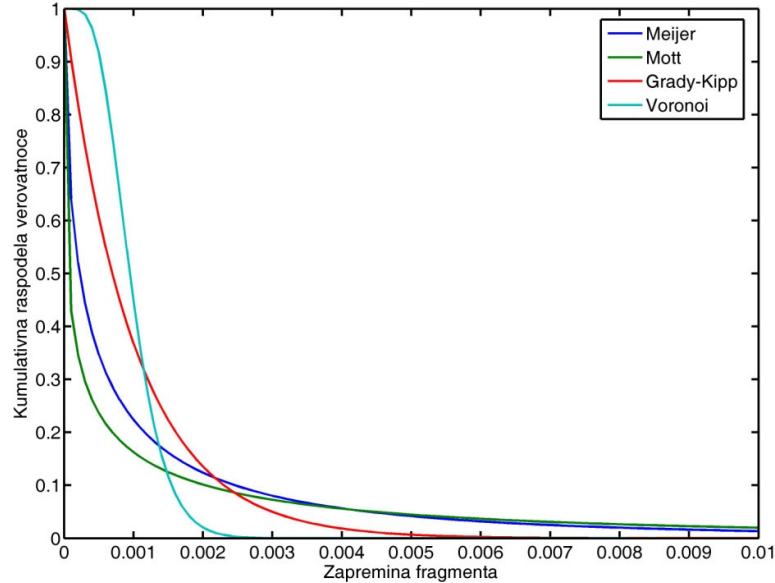
$$\sum_j v_j = v_0 \quad (3.46)$$

ponovo važi zakon raspodele opisan jednačinom (3.40). Dakle, prema pristupu Grady-Kipp, tzv. linearni eksponencijalni zakon raspodele (3.40) predstavlja opšti zakon raspodele mase parčadi pri slučajnoj fragmentaciji, bez obzira na broj dimenzija.

Na kraju, na trodimenzionu fragmentaciju može se primeniti i pristup zasnovan na Voronoi dijagramima. Ako se prema (Kiang, 1966) u izraz (3.41) uvede $n=6$, dobije se zakon raspodele zapremine fragmenata u obliku

$$P(v) = \Gamma(6, 6\gamma v) / \Gamma(6) = e^{-6\gamma v} \sum_{k=0}^5 \frac{(6\gamma v)^k}{k!}. \quad (3.47)$$

Četiri razmotrene raspodele za slučaj trodimenzionalne fragmentacije (Meijer-ova, Mott-ova, Grady-Kipp i Voronoi raspodela) međusobno su upoređene na sl. 3.6.



Slika 3.6. Trodimenzionalna slučajna fragmentacija: poređenje kumulativne raspodele verovatnoće u slučaju Meijer-ovog, Mott-ovog, Grady-Kipp i Voronoi zakona raspodele; srednja vrednost zapremine fragmenta ista je u svim slučajevima ($\bar{v} = 0.001$)

2.4. Ostali empirijski zakoni raspodele mase fragmenata

Zakoni raspodele veličine (odnosno mase) fragmenata razmatrani u prethodnom odeljku predstavljaju rezultat geometrijskog pristupa zasnovanog na slučajnoj fragmentaciji tela. Ovi modeli predstavljaju osnovu na koju su nadgrađeni kompleksniji zakoni raspodele. Oni su nastali uglavnom empirijskim putem – pokušajima usaglašavanja sa mnogobrojnim rezultatima eksperimenata. Ovde će biti razmotreni najznačajniji empirijski zakoni raspodele mase fragmenata.

2.4.1. Generalizovana Mott-ova raspodela

Uopštavanjem izraza (3.37), odnosno (3.45) koji definišu dvodimezionu i trodimenzionu Mott-ovu raspodelu, može se formulisati generalizovana Mott-ova raspodela (Dehn, 1981) uvođenjem fleksibilnog eksponenta ν i vođenjem računa o uslovu normiranosti (3.4)

$$N(m) = \frac{M_0}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\nu}\right)\mu} \exp\left[-\left(\frac{m}{\mu}\right)^\nu\right]. \quad (3.67)$$

Parametar raspodele μ definiše srednju masu fragmenata

$$\bar{m} = \Gamma\left(1 + \frac{1}{\nu}\right)\mu, \quad (3.68)$$

dok parametar $\nu=[1/3, 1/2]$ određuje dimenzionalnost procesa. Oba parametra se određuju numerički – tako da na najbolji način interpoliraju rezultate eksperimenata.

2.4.2. Raspodela Stromsoe-Ingebrigtsena

Najvažniji nedostatak osnovne i uopštene Mott-ove raspodele je teorijska mogućnost postojanja parčadi sa baskonačno velikom masom m , dok je realno, naravno, masa najtežeg parčeta konačna. Zbog toga postoji još jedna modifikacija Mott-ove raspodele autora Stromsoe i Ingebrigtsena (1987):

$$N(m) = \begin{cases} \frac{\mu_0}{2\mu_k} \left(1 - \sin \frac{\pi}{2} \frac{m}{m_{\max}}\right) \exp\left[-\left(\frac{m}{\mu_k}\right)^{\frac{1}{2}}\right], & m \leq m_{\max} \\ 0, & m > m_{\max} \end{cases} \quad (3.69)$$

Raspodelu karakteriše konačna masa najtežeg parčeta. Parametri μ_0 - koji korespondira sa ukupnom masom parčadi M_0 , μ_k koji je analogan parametru μ i m_{\max} koji definiše parče maksimalne mase, takođe se određuju upoređivanjem sa rezultatima eksperimenata.

2.4.3. Generalizovana Grady-Kipp raspodela

Razmatrajući statistički nehomogene raspodele fragmenata, Grady i Kipp (1985) su predložili troparametarsku generalizaciju raspodele definisane izrazom (3.40) u obliku:

$$\frac{N(m)}{N_0} = f e^{-\frac{m}{\mu_1}} + (1-f) e^{-\frac{m}{\mu_2}}. \quad (3.70)$$

Ovaj pristup pretpostavlja da postoje dve klase generisane parčadi, sa odgovarajućim udelima u broju fragmenata f , odnosno $(1-f)$ i srednjim masama μ_1 , odnosno μ_2 .

3.4.4. Lognormalna raspodela

Razmatrajući multiplikativnu prirodu procesa fragmenatcije, nekoliko autora (npr. Baker et al, 1992) je predložilo lognormalnu raspodelu za opisivanje raspodele mase fragmenata:

$$\frac{N(m)}{N_0} = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\ln m - \mu}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right], \quad (3.71)$$

gde je $\operatorname{erf}(\bullet)$ funkcija greške definisana sa $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$.

2.4.5. Weibull-ova raspodela

Kao što je ranije napomenuto, raspodelu mase parčadi moguće je definisati i preko kumulativne mase parčadi $M(m)$. Osnovni model predstavlja dvoparametarska Weibull-ova distribucija (Weibull, 1939) (poznata i kao Rosin-Ramler-ova raspodela) koja je izvorno korišćena za statističku deskripciju čvrstoće materijala, a zatim i za opisivanje raspodele veličine zrna u procesima drobljenja. Kumulativna masa fragmenata definisana je funkcijom

$$M(m) = M_0 e^{-\left(\frac{m}{\mu}\right)^\lambda}. \quad (3.72)$$

Korišćenjem veze između kumulativne raspodele broja i mase fragmenata (3.3) dobija se kumulativni broj fragmenata u obliku:

$$N(m) = \frac{N_0}{\Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)} \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}, \left(\frac{m}{\mu}\right)^\lambda\right), \quad \lambda > 1. \quad (3.73)$$

2.4.6. Held-ova raspodela

Drugačiji pristup modeliranju raspodele mase parčadi, na osnovu analize eksperimentalnih podataka, definisao je Held (1990) formulom

$$M(n) = M_0 [1 - \exp(-Bn^\lambda)], \quad n = 1, 2, \dots, N_0 \quad (3.74)$$

pri čemu je $M(n)$ - ukupna masa prvih n parčadi ako su sva parčad sortirana u opadajući niz od najtežeg prema najlakšem parčetu, n - kumulativni broj parčadi, dok su B i λ - parametri Held-ove raspodele. Held-ov pristup teorijski omogućava određivanje pojedinačne mase svakog parčeta na osnovu jednakosti

$$m_n = M(n) - M(n-1). \quad (3.75)$$

Transformisanjem izraza (3.74) uz korišćenje uslova normiranosti (3.3) dobija se implicitni izraz za kumulativni broj fragmenata

$$m = M_0 B \lambda N^{\lambda-1}(m) e^{-BN^{\lambda-1}(m)}. \quad (3.76)$$

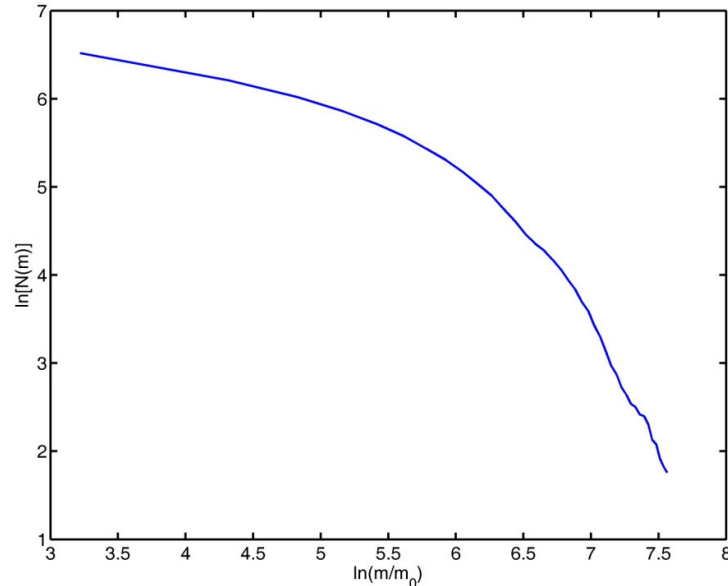
2.4.7. Stepeni zakon raspodele

Na kraju pregleda zakona raspodele mase parčadi potrebno je pomenuti i veoma često korišćeni stepeni zakon raspodele (Inaoka, Ohno, 2003), (Turcotte, 1995) koji je verifikovan za mnoge tipove fragmentacionih procesa (od kosmičkih sudara do fragmentacije velikog broja krutih materijala usled udara i sl.):

$$N(m) \propto m^{-\alpha}. \quad (3.77)$$

Parametar raspodele $\alpha < 1$ najčešće ima vrednost približno 2/3. Smatra se da ova raspodela ima fundamentalnu zasnovanost u fraktalnoj prirodi višestrukog loma i univerzalnu primenu. Ako bi raspodela definisana izrazom (3.77) na valjan način opisivala distribuciju fragmenata košuljice projektila, morala bi da postoji linearna zavisnost između logaritama broja paračadi $\ln[N(m)]$ i mase $\ln(m)$, pri čemu bi nagibom prave bio definisan parametar

raspodele α . Na sl. 3.18. data je karakteristična raspodela kumulativnog broja parčadi (koja odgovara dijagramu na slikama 3.1. i 3.2.) u logaritamskom koordinatnom sistemu.



Slika 3.18. Kumulativna raspodela broja fragmenata u logaritamskom koordinatnom sistemu za eksperimentalne podatke koji odgovaraju projektilu A u (Jovanović, 2002); ista raspodela prikazana je na slikama 3.1. i 3.2

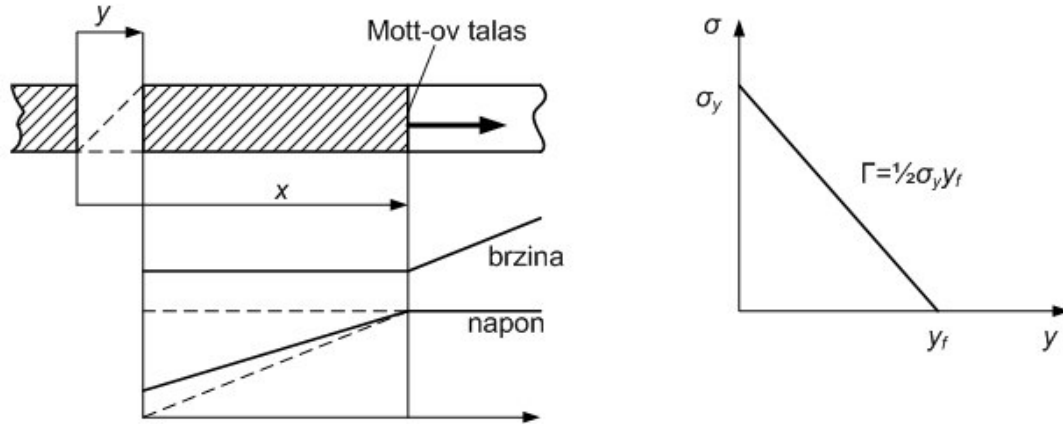
Uočljivo je značajno odstupanje tipične eksperimentalne krive od linearnog zakona. S obzirom da je ovo odstupanje sistematsko (za sve dostupne opitne rezultate), može se zaključiti da stepeni zakon raspodele ne može biti uspešno korišćen za modeliranje fragmentacije projektila, budući da, bez obzira na širok dijapazon primena, očigledno ne obuhvata specifičnosti fragmentacije projektila.

3. ODREĐIVANJE KARAKTERISTIČNE DIMENZIJE FRAGMENTA

U prethodnom poglavlju analizirani su zakoni raspodele veličine fragmenata, pri čemu je uočeno da se u svim modelima pojavljuje određena karakteristična dimenzija fragmenta (najčešće srednja dužina fragmenta). U ovom poglavlju ćemo razmotriti dva jednostavna modela koja omogućavaju da se na osnovu fizički zasnovanog pristupa odredi karakteristična dimenzija fragmenta.

3.1. Energetski pristup modeliranju fragmentacije

Razmotrimo pojavu prsline u zategnutom štapu (sl. 4.10). Informacija o pojavi prsline kreće se određenom brzinom (u vidu tzv. Mott-ovog talasa) i definiše zonu (na sl. 4.10 šrafiranu) rasterećenja u kojoj ne može da dođe do formiranja novih prsline. Pretpostavimo sada da postoje određeni energetske gubici usled loma, odnosno da pad napona u zoni prsline nije trenutno (Kipp, Grady, 1985). Na sl. 4.10 prikazana je kinematika Mott-ovog talasa (čiji je položaj definisan koordinatom x), kao i otvaranja prsline (koordinata y). Takođe je pretpostavljen i linearni pad napona (tj. otpora lomu) u zoni prsline sa povećanjem otvora prsline y .



Slika 4.10. Kinematika Mott-ovog talasa i otvaranja prsline, uz linearni pad napona u zoni prsline

Specifična energija loma je definisana površinom ispod krive napon-pomeranje

$$\Gamma = \frac{1}{2} \sigma_y y_f, \quad (4.39)$$

gde je σ_y napon tečenja, dok je y_f otvaranje prsline koje odgovara završetku loma. Jednačina kretanja rasterećene zone (sl. 4.10) sada se može pisati u modifikovanoj formi

$$\rho \dot{\epsilon} x \frac{dx}{dt} = \sigma(x) - \sigma(y), \quad (4.40)$$

pri čemu su naponi $\sigma(x)$ i $\sigma(y)$ određeni sa

$$\sigma(x) = \sigma_y, \quad \sigma(y) = \sigma_y - \frac{\sigma_y^2}{2\Gamma} y. \quad (4.41)$$

Korišćenjem izraza (4.41) dobija se jednačina kretanja rasterećene zone u obliku

$$\rho \dot{\epsilon} x \frac{dx}{dt} = \frac{\sigma_y^2}{2\Gamma} y. \quad (4.42)$$

Brzina otvaranja prsline određena je relacijom

$$\frac{dy}{dt} = \dot{\epsilon} x. \quad (4.43)$$

Rešavanjem sistema diferencijalnih jednačina (4.42) i (4.43) dobijaju se vremenske zavisnosti pomeranja Mott-ovog talasa i otvaranja prsline:

$$x(t) = \frac{\sigma_y^2}{12\rho\Gamma} t^2, \quad (4.44)$$

$$y(t) = \frac{\dot{\epsilon}\sigma_y^2}{36\rho\Gamma} t^3. \quad (4.45)$$

Jednačine (4.44) i (4.45) važe dok ne dođe do završetka loma ($y < y_f$). Iz jednačine (4.45) može se odrediti vreme t_f potrebno za okončanje loma – realizacijom uslova $y(t_f) = y_f$ dobija se

$$t_f = \left(\frac{72\rho\Gamma^2}{\dot{\epsilon}\sigma_y^3} \right)^{1/3}. \quad (4.46)$$

Rastojanje koje je za ovo vreme prešao Mott-ov talas, tj. dužina zone rasterećenja određuje se uvođenjem vremena definisanog sa (4.46) u jednačinu kretanja talasa (4.44):

$$x_f = \left(\frac{3\Gamma}{\rho\dot{\epsilon}^2} \right)^{1/3}. \quad (4.47)$$

Ako je istovremeno (ili u vremenskom intervalu manjem od t_f) došlo do iniciranja dve prsline na rastojanju manjem od $2x_f$, jasno je da dolazi do interferencije Mott-ovih talasa pre nego što je završen rast prsline. Stoga je jasno da ne može doći do loma na oba mesta, odnosno da dužina fragmenta ne može biti manja od

$$x_{\min} = 2x_f = \left(\frac{24\Gamma}{\rho\dot{\epsilon}^2} \right)^{1/3}. \quad (4.48)$$

Ovim je pokazano da fragmentaciju karaktetriše veoma važna osobina – postojanje minimalne dužine, odnosno mase fragmenta. Pokazano je (Grady, Kipp, 1985) da međudelovanje dva faktora ima ključnu ulogu pri analizi višestrukog loma materijala i veličine generisanih fragmenata: (i) sa jedne strane, to je proces stvaranja novih prsline koji je definisan putem funkcije verovatnoće loma $\lambda(\epsilon)$, odnosno “sejanja” slabih tačaka – budućih prsline, odnosno lomova materijala – koja zavisi od relativne deformacije ϵ , (ii) sa druge strane, energetske pristup pokazuje da postoje ograničenja za ovu funkciju, tj. da zbog nezanemarljivih gubitaka energije usled loma materijala, broj prsline ne može biti neograničeno veliki, odnosno veličina fragmenta ne može biti po volji mala. Za dovoljno velike vrednosti relativne deformacije, energetska ograničenja postaju dominantna, tako da se ocena minimalne dužine fragmenta može smatrati nominalnom srednjom dužinom fragmenata.

Parametar Γ predstavlja karakteristiku materijala koja definiše disipaciju energije tokom procesa rasta prsline. Analogno žilavosti loma K_I – veličini koja se koristi u kvazistatičkoj teoriji mehanike loma – Kipp i Grady (1985) su uveli novu veličinu

$$K_f = \sqrt{2E\Gamma} \quad (4.49)$$

koju su definisali kao žilavost fragmentacije, pri čemu je E je Young-ov modul elastičnosti materijala fragmentacionog tela.

Nominalna dužina fragmenata (4.48) sada se može napisati u formi

$$x_0 = \left(\frac{\sqrt{12} K_f}{\rho c \dot{\epsilon}} \right)^{2/3}. \quad (4.50)$$

U prethodnom izrazu c je brzina elastičnih deformacija u materijalu $c = \sqrt{E/\rho}$.

Recipročna vrednost srednje dužine fragmenta (4.50) je broj fragmenata po jedinici dužine:

$$N = \left(\frac{\rho c \dot{\epsilon}}{\sqrt{12} K_f} \right)^{2/3}. \quad (4.51)$$

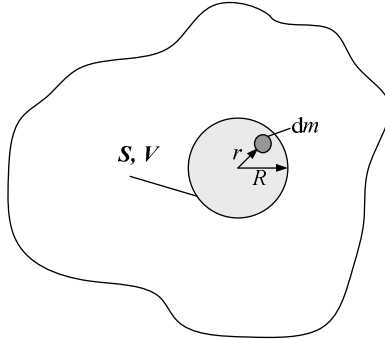
Razmotreni energetski pristup, dakle, omogućava određivanje srednje dužine (mase) fragmenta, ali ne i funkcije raspodele dužine fragmenata.

3.2. Grady-jev energetski pristup

U svom jednostavnom trodimenzionom modelu fragmentacije Grady (1982) je elegantno iskoristio energetski pristup. Izvorni model tretirao je fragmentaciju tečnosti, ali se rezultati mogu generalizovati i za čvrsta tela. Osnovna ideja energetskog pristupa je da se odredi ukupna energija parčadi posle fragmentacije, a zatim na osnovu principa minimalne energije utvrdi nominalna veličina fragmenata.

Ukupna energija fragmenta sastoji se od dve komponente: (i) prva je površinska energija koja nastaje kreiranjem novih površina u toku fragmentacije, (ii) druga komponenta je tzv. lokalna kinetička energija; pri tome se smatra da za fragmentaciju nije relevantna celokupna kinetička energija fragmenta, već samo deo kinetičke energije koji je rezultat kretanja materijala fragmenta u odnosu na njegov centar mase. Ova energija doprinosi ekspanziji fragmentacionog materijala, dok kinetička energija centra mase omogućava dalje kretanje formiranih fragmenata. Takođe je usvojena pretpostavka da su svi fragmenti sfernog oblika i jednake veličine.

Na sl. 4.17 je predstavljeno telo u trenutku fragmentacije, kao i sferni fragment radijusa R . Da bi se odredila ukupna energija fragmenta, najpre je potrebno utvrditi raspodelu brzine materijala unutar fragmenta.



Slika 4.17. Energetski model fragmentacije – parametri sfernog fragmenta

Na osnovu zakona o održanju mase za fragment $d(\rho V)=0$, dobija se

$$V \dot{\rho} = -\rho \frac{dV}{dt}, \quad (4.82)$$

gde je $\dot{\rho} < 0$ brzina promene gustine materijala. S obzirom da se razmatra sferni fragment, važi

$$V = \frac{4\pi}{3} r^3, \quad (4.83)$$

dok je brzina materijala na udaljenosti r od centra fragmenta određena sa

$$v = \frac{dr}{dt}. \quad (4.84)$$

Uvrštavanjem zavisnosti (4.83) i (4.84) u jednačinu (4.82) dobija se brzina u obliku

$$v = -\frac{r\dot{\rho}}{3\rho}. \quad (4.85)$$

Kinetička energija fragmenta koja je posledica kretanja materijala u odnosu na centar mase određena je integralom

$$E_k = \frac{1}{2} \int_V v^2 dm = \frac{2\pi}{45} \frac{\dot{\rho}^2}{\rho} R^5 \quad (4.86)$$

pri čemu je pretpostavljeno da $\dot{\rho}$ na zavisi od položaja r .

Specifična kinetička energija po jedinici zapremine fragmenta je

$$E'_k = \frac{E_k}{V} = \frac{1}{30} \frac{\dot{\rho}^2}{\rho} R^2. \quad (4.87)$$

Ako se uvede parametar A koji predstavlja odnos površine prema zapremini fragmenta

$$A = \frac{S}{V} = \frac{3}{R}, \quad (4.88)$$

specifična kinetička energija fragmenta može se napisati u obliku

$$E'_k = \frac{3}{10} \frac{\dot{\rho}^2}{\rho} \frac{1}{A^2}. \quad (4.89)$$

Površinska energija fragmenta određuje se na osnovu jednačine

$$\Gamma_S = \gamma S \quad (4.90)$$

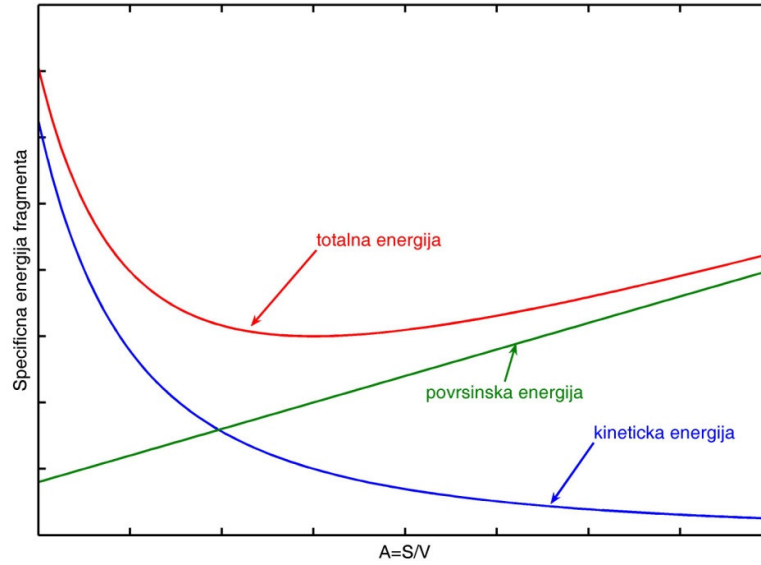
gde je γ specifična površinska energija, pa je površinska energija po jedinici zapremine fragmenta određena sa

$$\Gamma'_S = \gamma A \quad (4.91)$$

Konačno, totalna specifična energija fragmenta, na osnovu (4.89) i (4.91), ima oblik

$$U = E'_k + \Gamma'_S = \frac{3}{10} \frac{\dot{\rho}^2}{\rho} \frac{1}{A^2} + \gamma A \quad (4.92)$$

Na sl. 4.18 predstavljeni su dijagrami totalne energije fragmenta i njenih komponenata – kinetičke i površinske energije, saglasno izrazu (4.92).



Slika 4.18. Kinetička, površinska i ukupna energija fragmenta prema energetsom modelu

Ako se primeni princip minimalne energije, tj. ako se pretpostavi da će se od svih mogućih fragmentacija realizovati ona koja zahteva minimalan utrošak energije, tada se iz uslova

$$\frac{dU}{dA} = 0 \quad (4.93)$$

određuje vrednost parametra A koja odgovara očekivanim (srednjim) dimenzijama fragmenta:

$$A = \left(\frac{3 \dot{\rho}^2}{5 \rho \gamma} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.94)$$

Ako se ima u vidu izraz (4.88), odnosno definicija parametra A , dobija se konačno i srednji prečnik fragmenta

$$d = \frac{6}{A} = 2 \left(\frac{45 \rho \gamma}{\dot{\rho}^2} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (4.95)$$

Na osnovu jednačine (4.85) može se napisati izraz za brzinu deformacije u obliku

$$\dot{\epsilon} = -\frac{\dot{\rho}}{3\rho}. \quad (4.96)$$

U slučaju dominantnog krtog loma materijala, važi relacija koja povezuje površinsku energiju γ i kritičnu vrednost žilavosti loma K_{IC} :

$$\gamma = \frac{K_{IC}^2}{2K}. \quad (4.97)$$

U poslednjoj jednačini K je zapreminski modul elastičnosti materijala

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}, \quad (4.98)$$

gde su E – Young-ov modul elastičnosti, a ν – Poisson-ov koeficijent. Ako se ima u vidu izraz za brzinu prostiranja elastičnih poremećaja u fragmentacionom telu

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}, \quad (4.99)$$

se zamenom izraza (4.96) i (4.97) u izvedenu formulu za srednji prečnik fragmenta (4.95), dobija se:

$$d = \left(\frac{\sqrt{20} K_{IC}}{\rho c \dot{\epsilon}} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (4.100)$$

Svakako treba primetiti da je poslednji rezultat u saglasnosti ranije izvedenom nominalnom dimenzijom fragmenta (4.50). Dakle, drugačijim pristupom potvrđena je ključna zavisnost nominalne veličine fragmenta od brzine deformacije, $d \sim \dot{\epsilon}^{-2/3}$. Takođe, pokazuje se da su kritična vrednost žilavosti loma K_{IC} i žilavost fragmentacije K_f istog reda veličine, odnosno relativno bliske vrednosti na šta je ukazano u (Grady, Olsen, 2003).

4. EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE PARČADNOG DEJSTVA

Eksperimentalno određivanje parčadnog dejstva u realnim uslovima primene razornog projektila skopčano je sa dugotrajnim i vrlo skupim radovima. Zbog toga se pri razvoju novog projektila ili istraživanjima parametara koji će obezbediti optimalno parčadno dejstvo projektila (izbor vrste eksploziva, određivanje optimalne inicijacije, izbor vrste i mehaničkih karakteristika materijala košuljice) eksperimentalno određivanje parčadnog dejstva svodi na određivanje broja i oblika parčadi u koje se košuljica rasprskava pri normalnim uslovima iniciranja i na utvrđivanje zavisnosti verovatnoće pogađanja parčadima u funkciji od rastojanja cilja do mesta eksplozije. Da bi se na osnovu ovih eksperimentalnih rezultata mogao donositi sud o parčadnom dejstvu u realnim uslovima primene, neophodno je poznavati i faktore od kojih zavisi stvarna efikasnost, a koji su van onih faktora koji se normalno eksperimentalnim putem određuju.

Jedan razorni projektil je utoliko efikasniji, ukoliko je veći broj nezaštićenih ciljeva onesposobljen njegovim parčadima. Kada se ima u vidu izgled i pravac snopa parčadi, jasno je da efikasnost projektila zavisi od položaja i rasporeda ciljeva na tlu u odnosu na projektil u trenutku eksplozije, od padnog ugla i padne brzine projektila u trenutku eksplozije (kod razornih projektila sa udarnim upaljačem još i od dubine prodiranja u tlo pre nego što dođe do eksplozije). Zbog nemogućnosti obuhvatanja jednim opštim izrazom svih faktora od kojih zavisi stvarna efikasnost projektila u realnim uslovima primene, teorijsko razmatranje efikasnosti polazi od unapred usvojenih idealiziranih uslova iz kojih rezultira sledeća definicija:

Efikasnost projektila parčadnog dejstva predstavlja broj ljudi pogođenih najmanje jednim ubitačnim parčetom pri eksploziji projektila postavljenog vertikalno na visini od 1 m iznad horizontalnog tla na kome su ljudi u stojećem stavu raspoređeni tako da na svakih 100 m² površine tla dolazi po jedan čovek licem okrenut prema projektilu. *Specifična efikasnost* projektila je količnik efikasnosti i mase projektila.

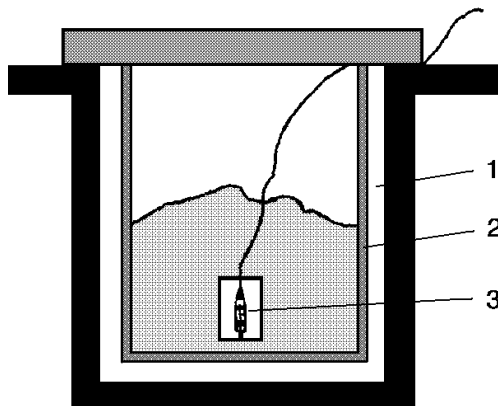
Ako se sa p_x označi verovatnoća pogađanja cilja na rastojanju x , efikasnost je data izrazom:

$$E = \int_0^{\infty} \frac{2\pi p_x x dx}{100}. \quad (4.1)$$

Određivanje efikasnosti, kako pokazuje izraz (4.1) zasnovano je na utvrđivanju promene verovatnoće pogađanja p_x u funkciji rastojanja x . Tačno utvrđivanje ove promene moguće je samo eksperimentalnim putem.

4.1. Određivanje broja parčadi

Određivanje broja i oblika parčadi vrši se rasprskavanjem projektila u jami koja je ispunjena peskom (slika 10.8). Nakon električnim putem izazvane eksplozije projektila, izdvajaju se iz peska parčad metala (prosejavanjem, elektromagnetom i sl.), klasiraju po masi i prebrojavaju.



Slika 10.8. Rasprskavanje projektila u jami

Ovakav opit, ukoliko je pravilno izveden, daje potpuno realnu sliku u pogledu izgleda i broja parčadi. Rezultati neće biti realni u sledećim slučajevima:

- ako se rasprskavanje vrši bez zaštitne obloge oko projektila (obloga je od čamove daske) ili je obloga neposredno uz telo projektila (optimalno rastojanje obloge od tela projektila iznosi oko jednog kalibra; u slučaju manjeg rastojanja ili neposrednog naslanjanja obloge na telo projektila deo energije eksplozivnog punjenja se troši na savladavanje otpora okolnog peska u toku rasprskavanja košuljice),
- ako se rasprskavanje vrši u nedovoljnoj količini peska ili je položaj projektila nepravilan u odnosu na celokupnu masu peska (dolazi do razbijanja parčadi o zidove jame što daje pogrešnu sliku o broju i izgledu parčadi).

Parčad metala izdvojena iz peska, klasifikuje se po masi u nekoliko grupa. Način klasifikacije nije sasvim ustaljen i zavisi od kalibra i vrste razornog projektila. Najčešća klasifikacija koja funkcionalno zadovoljava u najvećem broju slučajeva predstavljena je u tabeli 10.6.

Tabela 4.1. Način klasifikacije fragmenata prema masi i broju

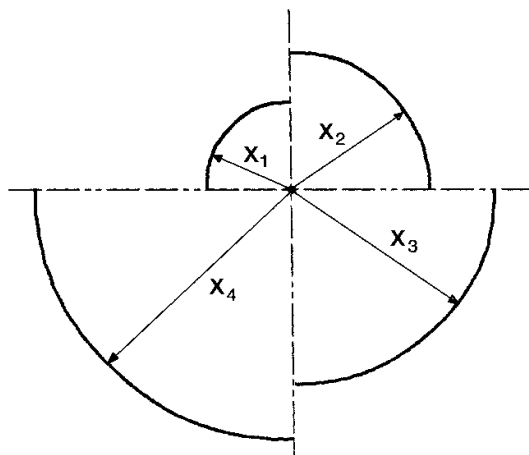
MASA I BROJ PARČADI															
< 5 g		5 ÷ 10 g		10 ÷ 20 g		20 ÷ 30 g		30 ÷ 50 g		50 ÷ 100 g		100 ÷ 300 g		> 300 g	
br.	masa	br.	masa	br.	masa	br.	masa	br.	masa	br.	masa	br.	masa	br.	masa

Kod pravilno izvršenog opita ukupna masa pronađenih parčadi nikada nije manja od mase metala projektila za više od 5%. Veći gubitak parčadi ukazuje na neku nepravilnost u izvođenju opita. Eksperimentalni rezultati rasprskavanja u pesku mogu se koristiti za utvrđivanje ranije definisane kumulativne raspodela mase fragmenata.

4.2. Utvrđivanje verovatnoće pogađanja cilja p_x

Da bi se utvrdila verovatnoća pogađanja (i onesposobljavanja) cilja p_x na rastojanju x od centra eksplozije, elementi od zdrave i suve topolove daske, širine 0.5 m, visine 2 m i debljine 41 mm (proboj ove debljine topolove daske znači da parče poseduje minimalnu kinetičku energiju od 150 J/cm^2) postavljaju se vertikalno, jedan do drugog, po obimu kruga oko tačke rasprskavanja na rastojanju 10 m, 20 m, 30 m i 40 m (ili na 10 m, 15 m, 20

m i 30 m, zavisno od kalibra projektila). Zbog uštede, elementi se postavljaju po četvrtini obima za svako od izabrana četiri rastojanja (kako je pokazano na slici 10.10).

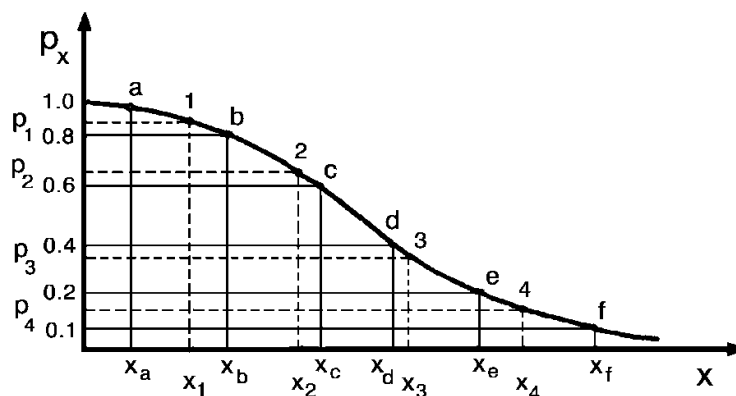


Slika 10.10. Raspored elemenata pri rasprskavanju radi određivanja p_x

Ispitivani projektil se postavlja vertikalno (sa vrhom naviše) u centru, na visini od 1 m, a zatim se električnim putem inicira rasprskavanje. Uobičajeno je, radi veće pouzdanosti rezultata, da se izvrši rasprskavanje 4 projektila jedan za drugim, a da se zatim izvrši prebrojavanje probijenih elemenata u svakom sektoru posebno. Ako su $(n_p)_1$, $(n_p)_2$, $(n_p)_3$ i $(n_p)_4$ brojevi probijenih elemenata u sektorima na rastojanjima x_1 , x_2 , x_3 i x_4 , odgovarajuće verovatnoće pogađanja biće:

$$p_1 = \frac{(n_p)_1}{4(n_e)_1}, \quad p_2 = \frac{(n_p)_2}{4(n_e)_2}, \quad p_3 = \frac{(n_p)_3}{4(n_e)_3}, \quad p_4 = \frac{(n_p)_4}{4(n_e)_4}, \quad (4.2)$$

gde su $(n_e)_1$, $(n_e)_2$, $(n_e)_3$, $(n_e)_4$ brojevi elemenata u sektorima. Na osnovu ovako dobijenih vrednosti verovatnoće pogađanja konstruiše se dijagram $p_x = f(x)$. Dijagram $p_x = f(x)$ dat je na slici 10.11. Na ovoj krivoj mogu se odrediti tačke a , b , c , d , e i f koje odgovaraju vrednostima $p_x = 1; 0.8; 0.6; 0.4; 0.2$ i 0.1 .



Slika 10.11. Verovatnoća pogađanja u funkciji rastojanja

Broj ciljeva pogođenih na rastojanju x_a biće: $\frac{x_a^2 \pi}{100}$, a između rastojanja x_a i x_b :

$0.9 \frac{(x_b^2 - x_a^2) \pi}{100}$, pošto srednja verovatnoća pogađanja između rastojanja x_a i x_b iznosi 0.9.

Ako se zanemari broj pogođenih ciljeva čija je verovatnoća pogađanja manja od 0.1, dolazi se do sledećeg izraza za efikasnost:

$$E = \frac{\pi}{100} \left[x_a^2 + 0.9(x_b^2 - x_a^2) + 0.7(x_c^2 - x_b^2) + 0.5(x_d^2 - x_c^2) + 0.3(x_e^2 - x_d^2) + 0.15(x_f^2 - x_e^2) \right] \quad (4.3)$$

Specifična efikasnost je data odnosom $E' = E/m_p$ (m_p - masa projektila) i predstavlja dosta pouzdan parametar za međusobno upoređenje razornih projektila sa stanovišta efikasnosti parčadnim dejstvom.

Eksperimentalni podaci dobijeni na ovaj način mogu se koristiti za ocenu parčadnog dejstva projektila putem tzv. efikasne daljine parčadi x_{ef} . Efikasna daljina parčadi je rastojanje od tačke rasprskavanja projektila na kome na 1 m² cilindrične površine dolazi jedno ubitačno parče (jedan proboj).

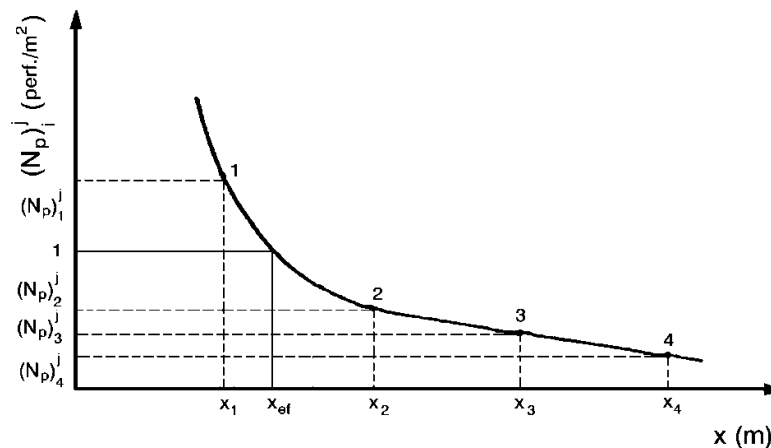
Ako je $(N_p)_x$ ukupan broj proboda na jednom od sektora (u nekim zemljama se u ukupni broj proboda računa i 50 % registrovanih zadora u sektoru), broj proboda na 1 m² površine koji se naziva gustom ubitačne parčadi, dat je odnosom:

$$(N_p)_x = \frac{(N'_p)_x}{\pi x} \quad (4.4)$$

Eksperimentalni rezultati rasprskavanja daju:

$$(N_p)_1 = \frac{(N'_p)_1}{\pi x_1}, \dots, (N_p)_4 = \frac{(N'_p)_4}{\pi x_4} \quad (4.5)$$

Na osnovu ovih vrednosti $(N_p)_x$ konstruiše se dijagram $(N_p)_x = f(x)$, predstavljen na slici 10.12.



Slika 10.12. Efikasna daljina parčadi

Tačka na dijagramu koja odgovara ordinati $(N_p)_x = 1$ proboj/m² određuje efikasnu daljinu parčadi ispitivanog projektila.

U teoriji gađanja pri izračunavanju potrebnog broja razornih projektila parčadnog dejstva za rešavanje različitih vatrenih zadataka koristi se matematičko očekivanje broja pogođenih ciljeva dato izrazom:

$$(n_c)_p = n_c (1 - e^{-N_p}) \quad (4.5)$$

gde je:

n_c - ukupan broj ciljeva,

N_p - gustina ubitačne parčadi na površini na kojoj se nalazi n_c ciljeva.

Izraz (4.5) pokazuje, pored ostalog, da $(n_c)_p$ može biti jednako n_c samo pri $N_p = \infty$. Zbog toga se uslovno usvaja za *površinu potpunog dejstva* ona površina na čijim krajevima matematičko očekivanje broja pogođenih ciljeva iznosi 90 %. Ovom očekivanju odgovara gustina ubitačne parčadi od 2.3.

Za *površinu stvarnog dejstva* usvaja se ona površina na čijim krajevima matematičko očekivanje broja pogođenih ciljeva iznosi 50%. Ovom očekivanju odgovara gustina ubitačne parčadi od 0.693.

4.3. Stvarna efikasnost

Pod stvarnom efikasnošću podrazumeva se parčadno dejstvo razornog projektila u realnim borbenim uslovima primene.

Najveći uticaj na stvarnu efikasnost projektila parčadnog dejstva, snabdevenih tzv. udarnim upaljačem (do aktiviranja upaljača dolazi u trenutku susreta sa ciljem), imaju dva faktora: padni ugao i dubina prodiranja projektila u tlo pre eksplozije.

Pri malim padnim uglovima najveći deo ubitačne parčadi ostaje u tlu u blizini mesta eksplozije ili odlazi u vazduh iznad mesta pogotka, ne pogađajući ciljeve na tlu. Sa povećanjem padnog ugla raste broj efikasnih parčadi. Zbog ove zavisnosti stvarne efikasnosti od padnog ugla neophodno je da se gađanja razornim projektilom parčadnog dejstva (snabdevenim udarnim upaljačem) vrše sa elevacijama većim od 45 ° ili izborom najmanjeg punjenja koje daje najveći padni ugao.

Sa povećanjem dubine prodiranja u tlo naglo opada stvarna efikasnost razornog projektila parčadnog dejstva (veći deo ubitačne parčadi ostaje u tlu). Dubina prodiranja projektila u tlo zavisi od karakteristika trenutnosti i osetljivosti upaljača udarnog tipa.

Kada se ima u vidu zavisnost stvarne efikasnosti od padnog ugla i dubine prodiranja, razumljiv je veliki praktični interes za tzv. gađanja na rikošet: pri susretu sa preprekom pod malim padnim uglom projektil se odbija od površine prepreke i dejstvuje u vazduhu na visini od nekoliko metara iznad cilja. Pri srednjim vrednostima geometrijskih karakteristika tla i padnom uglu oko 20 ° dolazi do rikošeta projektila u 75% slučajeva. Sa povećanjem padnog ugla iznad 20° naglo pada procenat rikošeta.

Posle rikošeta projektil skreće udesno za 30 ÷ 60 ° i dejstvuje u vazduhu na visini od 2 ÷ 3 m (ova visina zavisi od vremena usporenja upaljača). Parčadno dejstvo projektila u ovom slučaju je za 15 ÷ 20% veće od dejstva koje bi se dobilo pri udaru projektila u tlo. Kad je reč o rikošetnom dejstvu projektila treba imati u vidu da je ono moguće samo u slučaju ako je projektil snabdeven upaljačem udarnog ili udarno-inercijalnog tipa sa usporenjem: pri dejstvu na rikošet upaljač mora biti podešen na usporeno dejstvo.

Treba napomenuti da se primenom tempirnih i blizinskih upaljača može postići maksimalno moguća stvarna efikasnost parčadnog dejstva sa razornim projektilima, posebno kad je u pitanju živa sila iza zaklona ili borba protiv artiljerije. Pri rasprskavanju projektila u vazduhu na optimalnoj visini iznad površine cilja utrošak municije se smanjuje za 1.5 do 2 puta za isti stepen neutralisanja u odnosu na dejstvo projektila koji se rasprskavaju udarom u zemlju.