

Balistika na cilju

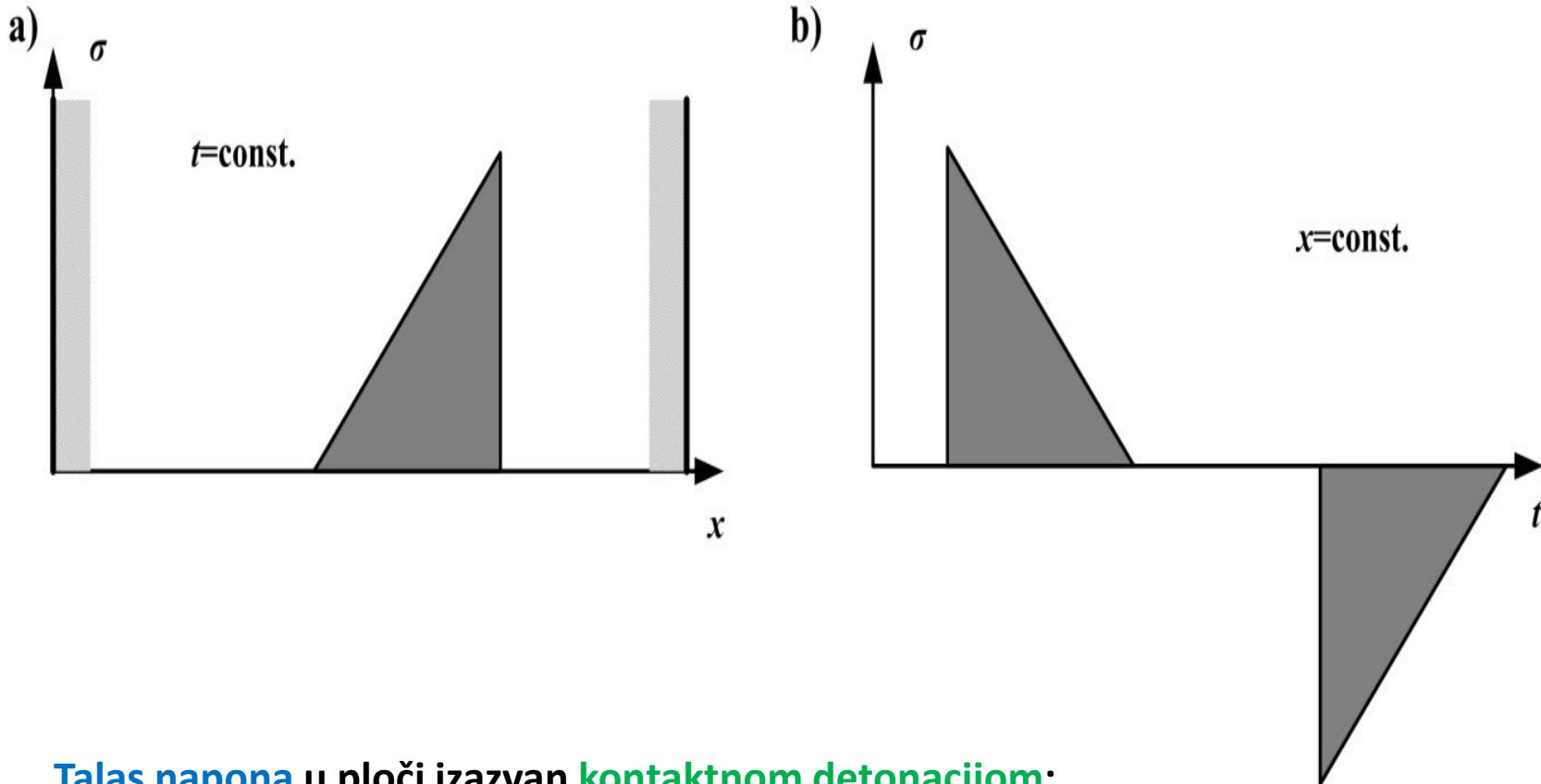
2

**Ponašanje materijala pod dejstvom
dinamičkog opterećenja**

Talas napona

- **dinamički karakter** opterećenja koja deluju na najrazličitije strukture, odnosno ciljeve,
- ovo predstavlja bitnu razliku u odnosu na brojne procese u fizičkim i tehničkim sistemima koji imaju **kvazistatički** karakter,
- kod **eksplozija i udara**, koji su najčešći procesi kojima se bavimo, opterećenje u pravilu deluje vrlo kratko što uslovljava i odgovarajuću prirodu naprezanja napadnute strukture,
- za razliku od **kvazistatičkih** procesa gde se uspostavljaju vremenski nepromenljiva polja napona i deformacija strukture, u slučaju **dinamičkih naprezanja** neophodno je uvesti koncept talasa napona i odgovarajućih deformacija,
- važno je razumeti da ovo podrazumeva promenu napona ne samo u prostoru (od jedne do druge tačke), **već i u vremenu**; razmotrimo promenu napona u ravnoj vertikalnoj ploči izazvanu kontaktnom detonacijom.

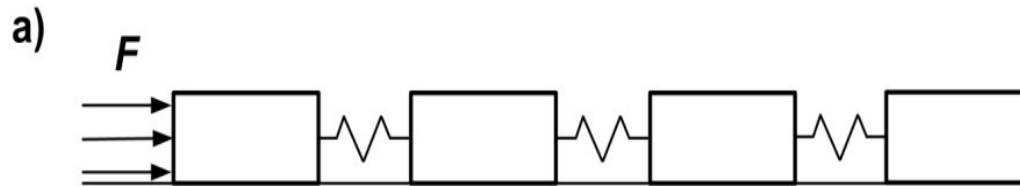
Talas napona



Talas napona u ploči izazvan **kontaktnom detonacijom**:

- a) promena napona duž cele debljine ploče u određenom trenutku (vremenski zamrznut kadar),
- b) promena napona u vremenu za fiksiran presek ploče

Talas napona



Uprošćeni model opterećenja materijala:

a) sabijanje

b) zatezanje

Univerzalna talasna jednačina:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

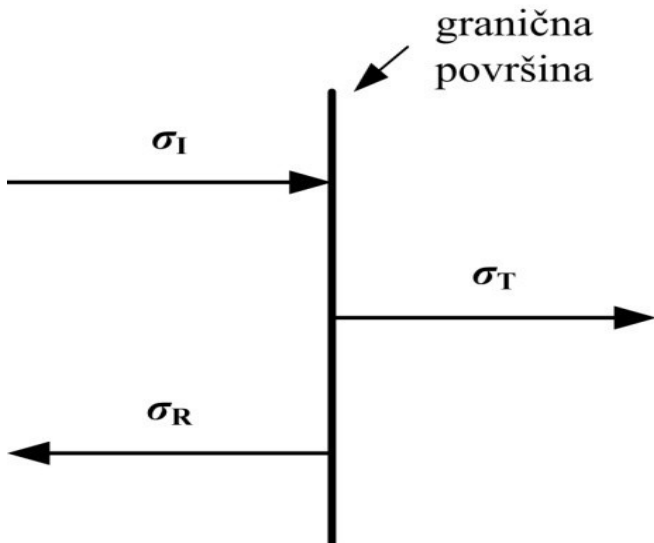
Brzina talasa:

$$c^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon}$$

Brzina elastičnih talasa:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Talas napona



Refleksija i transmisija talasa napona na granici dve sredine

Iz zakona o održanju količine kretanja određuje se materijalna brzina dela opterećene strukture koji je zahvaćen talasom napona:

$$v = \frac{\sigma}{\rho c}$$

Upadni talas napona ima intenzitet σ_I , dok reflektovani i transmitovani talasi napona imaju intenzitete σ_R i σ_T .

Konvencija: sabijanje ima pozitivan, zatezanje negativan predznak.

Smatramo da su poznate gustine materijala ρ i brzine talasa c .

$$\sigma_I + \sigma_R = \sigma_T$$

uslov ravnoteže na graničnoj površini

$$\frac{\sigma_I}{\rho_1 c_1} - \frac{\sigma_R}{\rho_1 c_1} = \frac{\sigma_T}{\rho_2 c_2}$$

uslov kontinuiteta (kompatibilnosti)

$$\sigma_R = \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \sigma_I$$

$$\sigma_T = \frac{2\rho_2 c_2}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \sigma_I$$

Talas napona

$$\sigma_R = \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \sigma_I$$

$$\sigma_T = \frac{2\rho_2 c_2}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \sigma_I$$

- Transmisiona svojstva materijala zavise od proizvoda ρc (**impedansa**)
- Ako dva materijala imaju iste impedanse, tada nema refleksije ($\sigma_R=0$), već se ceo talas transmituje ($\sigma_T= \sigma_I$)

Dva važna specijalna slučaja:

- Talas nailazi na slobodnu površinu materijala 1 (nema materijala 2)

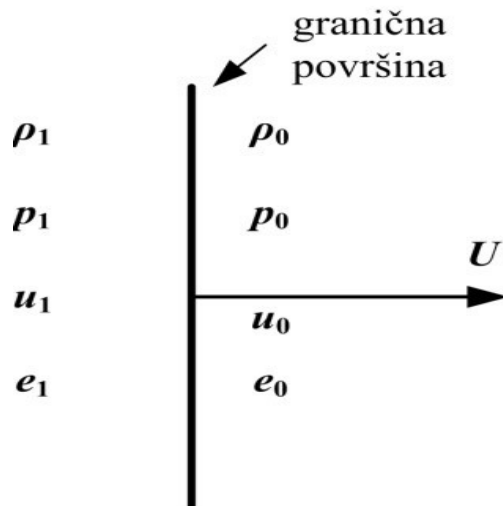
$\rho_2 c_2=0$, sledi $\sigma_R= - \sigma_I$ i $\sigma_T=0$.

Dakle, pri nailasku talasa sabijanja na slobodnu površinu dolazi do njegovog odbijanja i kretanja u suprotnom smeru u vidu talasa zatezanja istog intenziteta (i obratno). Pri tome slobodna površina dobija brzinu jednaku dvostrukoj materijalnoj brzini u sredini 1.

Talas sabijanja nailazi na nepomičnu krutu sredinu (prepreku). Sada važi, $\rho_2 c_2 \gg$ pa sledi $\sigma_R=\sigma_I$ i $\sigma_T=2\sigma_I$.

Dakle, u slučaju nailaska talasa sabijanja na krutu nepomičnu prepreku dolazi do njegove refleksije u formi talasa sabijanja jednakog intenziteta (isto važi i za talas zatezanja). Nepomična prepreka naravno ne dobija nikakvu brzinu, ali trpi sabijanje intenziteta dvostruko većeg od incidentnog talasa.

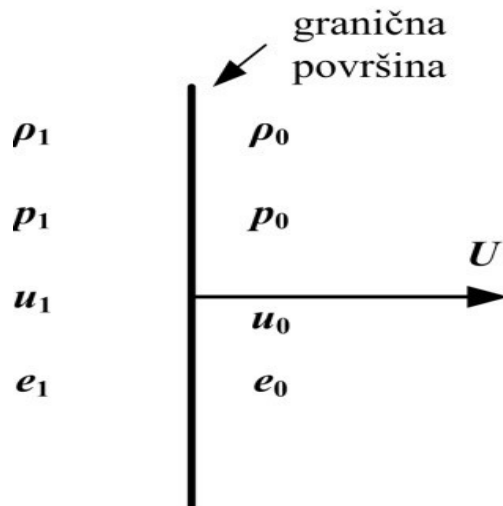
Udarni talasi u čvrstim telima



Osnovni parametri
ravnog udarnog talasa

- Snažna opterećenja, izazvana uglavnom **eksplozijom ili udarom**, mogu da dovedu do formiranja udarnog talasa u čvrstom telu.
- Ovi talasi i njihove interakcije su naročito važne u tretiranju:
 - određenih klasa **penetracionih procesa**, i
 - fenomena **spalling**-a (važan proces koji dovodi do kompromitovanja prepreke bez perforacije).
- Kao i u fluidima, **udarni talasi** u čvrstim telima imaju sledeće karakteristike:
 - iza fronta udarnog talasa dolazi do naglog skoka pritiska, gustine, brzine i temperature opterećenog materijala,
 - brzina prostiranja udarnog talasa veća je od lokalne brzine zvuka.

Udarni talasi u čvrstim telima



Osnovni parametri
ravnog udarnog talasa

Primena **zakona o održanju mase**, **zakona o održanju količine kretanja** i **zakona o održanju energije** daju redom sledeće zavisnosti:

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{v_0}{v_1} = \frac{U - u_0}{U - u_1}$$

$$p_1 - p_0 = \rho_0(u_1 - u_0)(U - u_0)$$

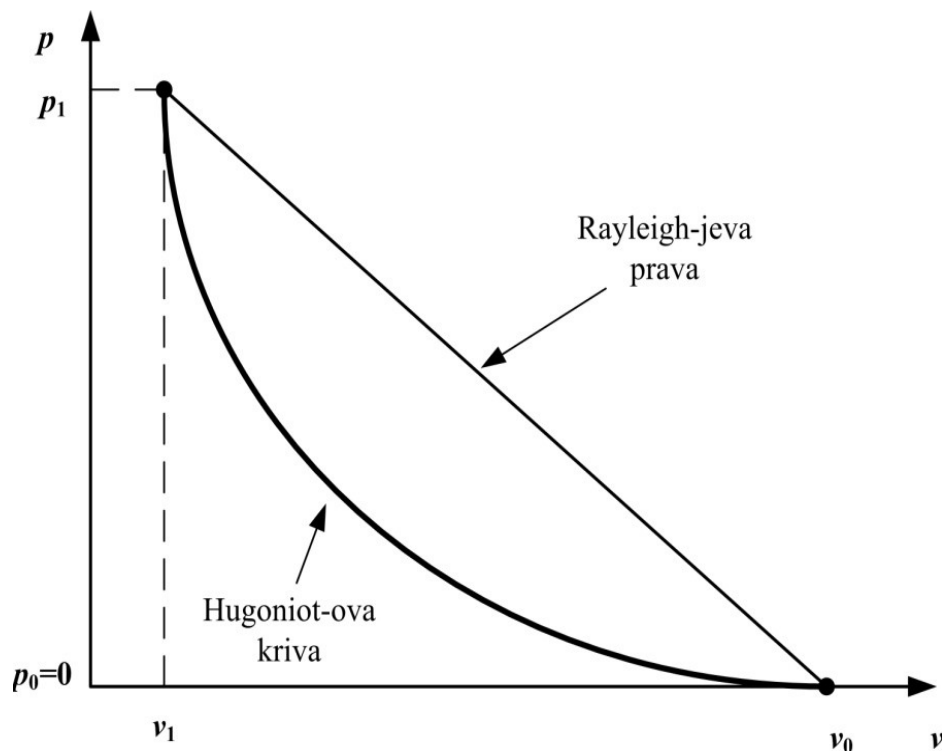
$$e_1 - e_0 = \frac{p_1 u_1 - p_0 u_0}{\rho_0 (U - u_0)} - \frac{1}{2}(u_1^2 - u_0^2)$$

Dodatni uslov – **Hugoniot-ova jednačina**:

- linearni oblik

$$U = c_0 + su$$

Udarni talasi u čvrstim telima



Hugoniot-ova jednačina i Rayleigh-jeva prava u p - v dijagramu

Ako Hugoniot-ovu relaciju iskombinujemo sa jednačinom kontinuiteta i zakonom o održanju količine kretanja, (usvajajući $p_0=0$ i $u_0=0$), dobija se novi oblik **Hugoniot-ove relacije u p - v dijagramu**:

$$p_1 = \frac{c_0^2(v_0 - v_1)}{[v_0 - s(v_0 - v_1)]^2}$$

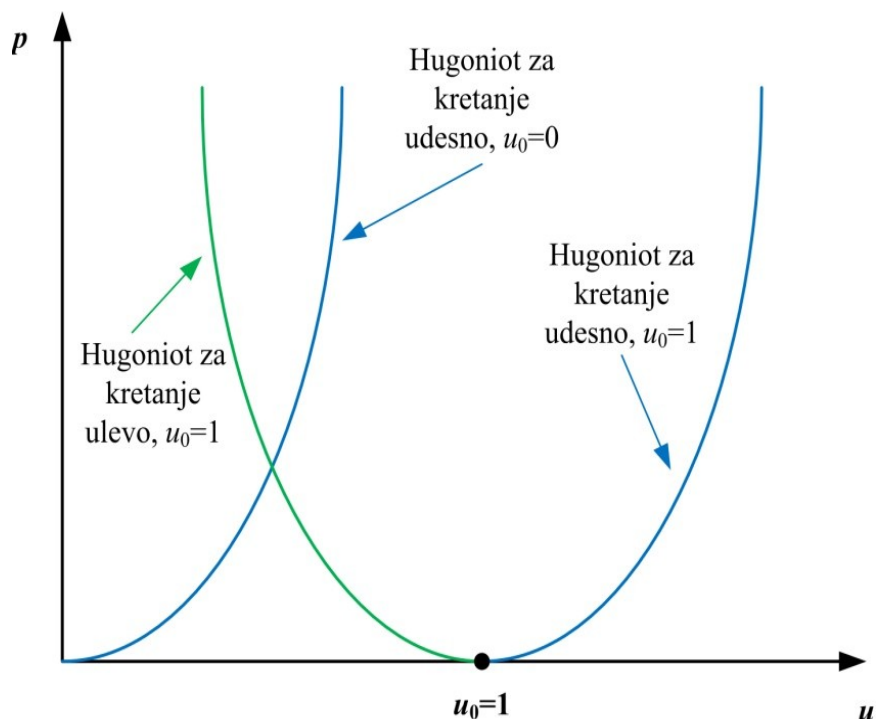
Promena stanja odvija se duž tzv. **Rayleigh-jeve linije**:

$$p_1 = \frac{U^2}{v_0} - \frac{U^2}{v_0^2} v_1$$

Nagib Rayleigh-jeve prave određen je sa:

$$\tan \theta = -\frac{U^2}{v_0^2} = -\rho_0^2 U^2$$

Udarni talasi u čvrstim telima



Primeri Hugonit-ove jednačine u p - u dijagramu za različite vrednosti početne brzine materijala i različite smerove kretanja udarnog talasa

Još jedan važan vid predstavljanja Hugoniot-ove relacije u p - u dijagramu:

$$p_1 = \rho_0 u_1 (c_0 + s u_1) = \rho_0 c_0 u_1 + \rho_0 s u_1^2$$

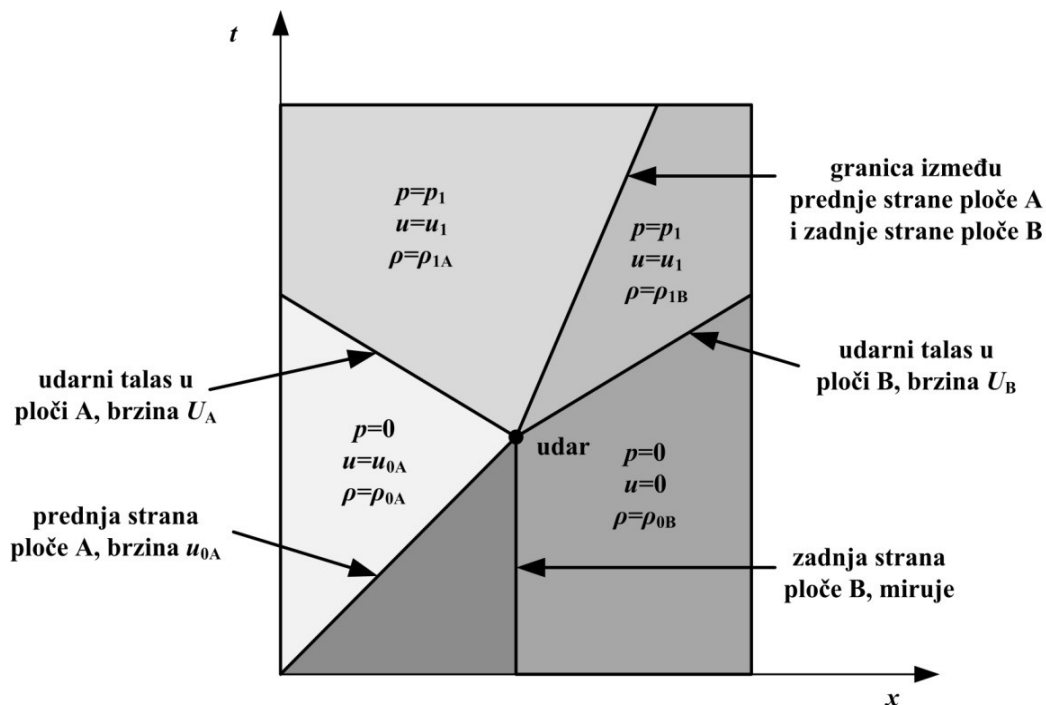
Ako se materijal **ne nalazi u stanju mirovanja** pre prolaska udarnog talasa ($u_0 \neq 0$), tada se prethodna relacija može pisati u obliku ($u_1 > u_0$):

$$p_1 = \rho_0 c_0 (u_1 - u_0) + \rho_0 s (u_1 - u_0)^2$$

U slučaju da se udarni talas kreće **sa desna na levo** ($u_1 < u_0$), jednačina ima oblik:

$$p_1 = \rho_0 c_0 (u_0 - u_1) + \rho_0 s (u_0 - u_1)^2$$

Udarni talasi u čvrstim telima



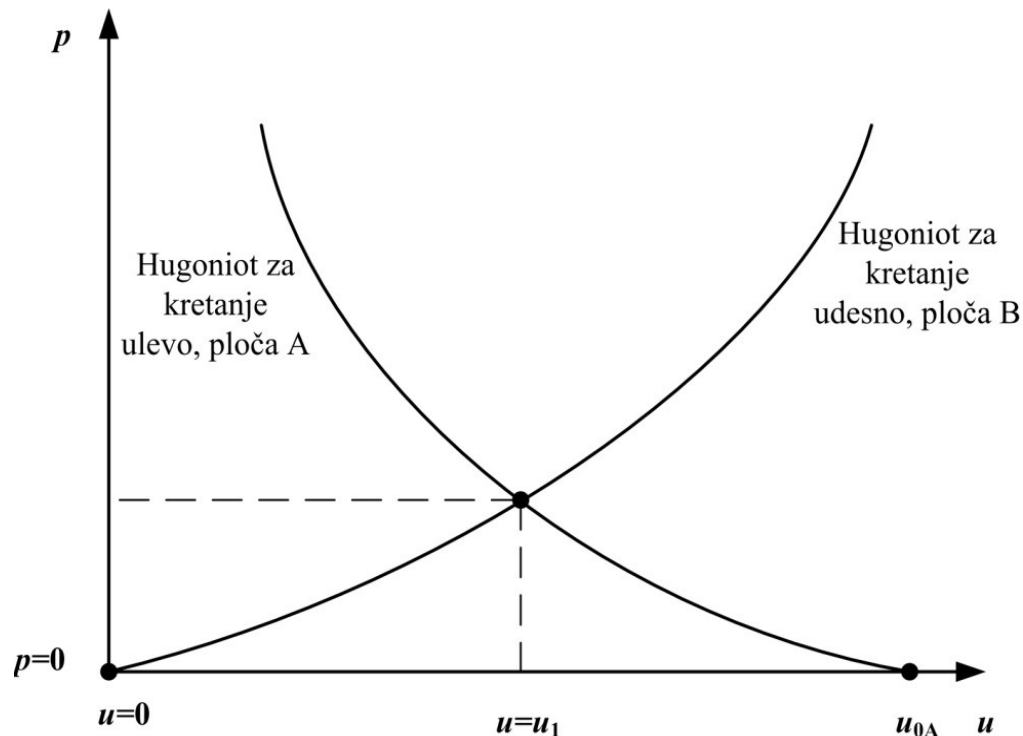
Dijagram t - x za problem sudara dve ploče

Treći značajan način prezentacije prostiranja udarnih talasa predstavljaju **t - x dijagrami**. Na slici je dat primer t - x dijagrama za slučaj **udara ploče A koja se kreće velikom brzinom u ploču B koja miruje**.

Primećujemo da su nagibi pravih jednaki recipročnoj vrednosti brzina.

Pri proračunu se ponovo primenjuju **uslovi kompatibilnosti** – pritisak i brzina materijala u okolini granične površine isti su u oba razmatrana materijala.

Udarni talasi u čvrstim telima



Problem sudara dva ploče u p - u dijagramu

- Na slici je predstavljen isti problem u p - u koordinatnom sistemu.
- Konvencionalno, usvajamo pretpostavku da je pri refleksiji Hugoniot-ova kriva u p - u dijagramu simetrična izvornoj krivoj u odnosu na udarnu brzinu u_0 .