

# Balistika na cilju

3

**Mehanika penetracije**

# Definicija problema i značaj proučavanja probijanja

- Pod *probijanjem* (*penetracijom*) se podrazumeva proces koji započinje udarom *penetratora* u *prepreku* i nastavlja se njegovim kretanjem kroz strukturu prepreke.
- proučavanje ove pojave započeto je sredinom XIX veka; **činjenica** je da ni do danas **nije nađeno** opšte rešenje problema
- Značaj proučavanja penetracije ogleda se u njenoj primeni:
  - *vojna tehnika*, odnosno balistika na cilju,
  - brojne *civilne primene* procesa probijanja kao što su zaštita objekata (npr. nuklearnih elektrana), te primene u rudarstvu i građevinarstvu

# Vrste prepreka i penetratora

- Prepreke – podela prema **vrsti materijala**
  - metali – najznačajniju primenu imaju čelici i laki metali (aluminijum i titanijum)
  - beton, uključujući i armirani beton
  - tlo, koje podrazumeva najrazličitije tipove zemljišta
  - keramički materijali i staklo
  - polimeri i vlaknima ojačani plastični materijali
  - tkanine i kompozitni vlaknasti materijali
- Prepreke – podela prema **debljini**
  - *polubeskonačne prepreke*
  - *debele prepreke i prepreke srednje (umerene) debljine* karakteriše više ili manje značajan uticaj zadnje, slobodne površine prepreke na proces penetracije,
  - *tanke prepreke* su definisane nepromenljivošću napona smicanja duž cele debljine prepreke.
- Za analizu su takođe značajne i **poprečne dimenzije prepreke**.
- Konačno, s obzirom na **broj slojeva** razlikuju se:
  - *monolitne (jednoslojne) i*
  - *višeslojne prepreke*.
- Dalje će biti razmatrane najčešće ravne, homogene i nepokretne, monolitne metalne prepreke različitih debljina.

# Vrste prepreka i penetratora

- *Vrste penetratora*
  - projektili koji se ispaljuju iz streljačkog naoružanja (različiti tipovi pištolja, automata, pušaka i mitraljeza)
  - fragmenti košuljice razornih projektila
  - penetratori potkalibarnih projektila
  - kumulativni mlaz, koji nastaje preoblikovanjem obloge kumulativnih projektila
  - preoblikovani disk, koji deluje na principu *MISZNAY-SHARDIN*-ovog efekta
- Penetratori (izuzev fragmenata) imaju **cilindričan oblik** sa ravnim, sfernim, konusnim, oživalnim ili složenim oblikom prednjeg dela.
- Osim karakteristika prepreke i penetratora, za penetracioni proces su važni i **početni uslovi** pri inicijalnom kontaktu penetratora i prepreke – reč je o **udarnoj brzini** i **udarnom uglu** penetratora.

# Vrste prepreka i penetratora

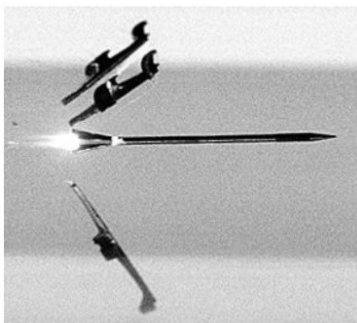
a)



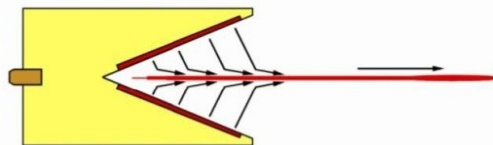
b)



c)



d)



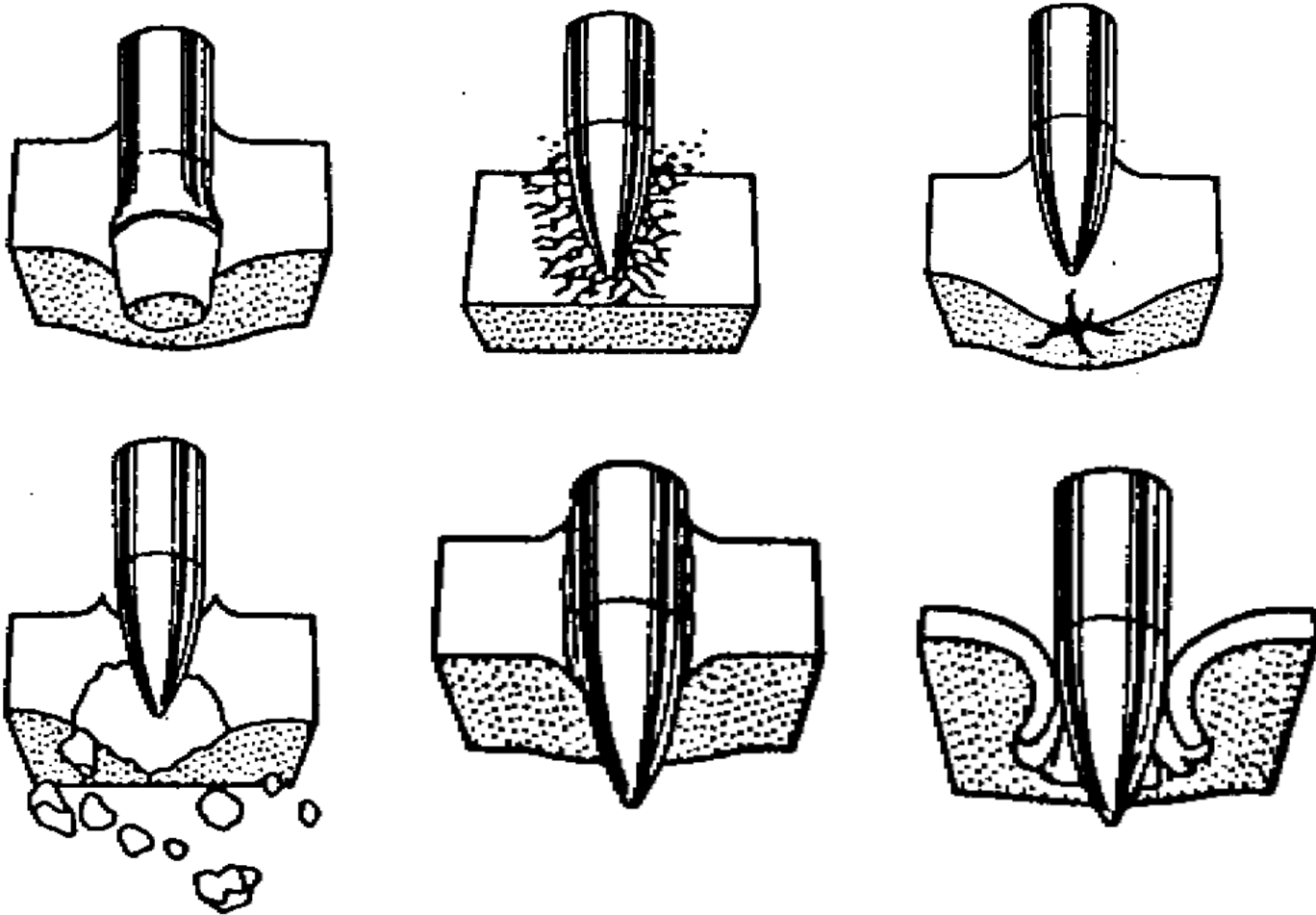
e)



## Različite vrste penetratora:

- a) municija za streljačko naoružanje – selekcija puščanih metaka kalibra 5,56 mm i 7,62 mm
- b) prikaz parčadi nastale fragmentacijom košuljice razornog projektila
- c) penetrator potkalibarnog projektila – trenutak odvajanja nosača neposredno posle izlaska projektila iz cevi
- d) pojednostavljeni šematski prikaz nastajanja kumulativnog mlaza,
- e) EFP projektil – preoblikovanje diska u penetrator

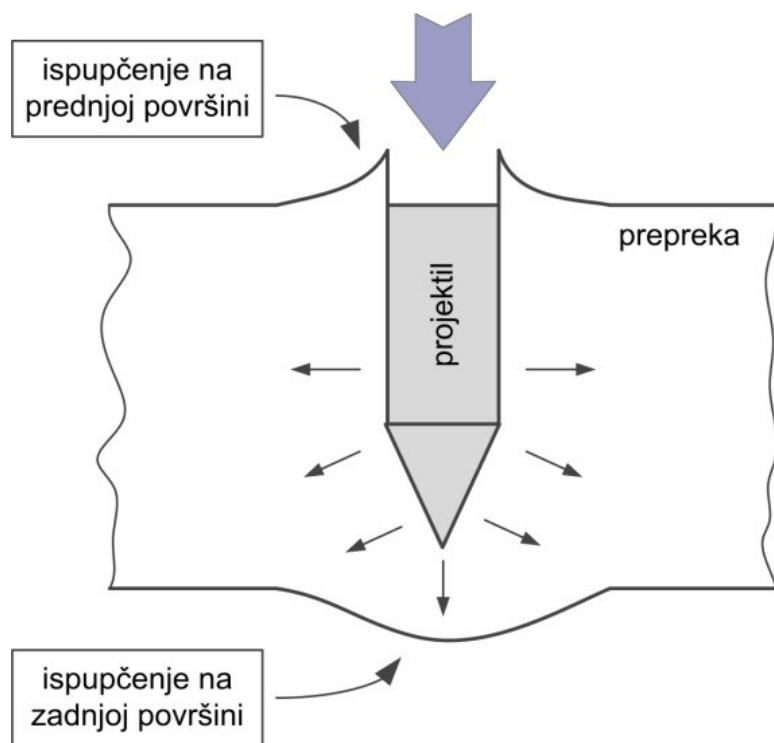
# Tipovi penetracionih procesa



Osnovni tipovi penetracionih procesa:

- a) **formiranje odsečka** (*plugging*), b) **drobljenje**, c) **stvaranje radijalnih naprslina**,
- d) **fragmentacija**, e) **formiranje otvora u prepreci** (*ductile hole enlargement*),
- f) **"rascvetavanje" prepreke** (*petalling*)

# Tipovi penetracionih procesa

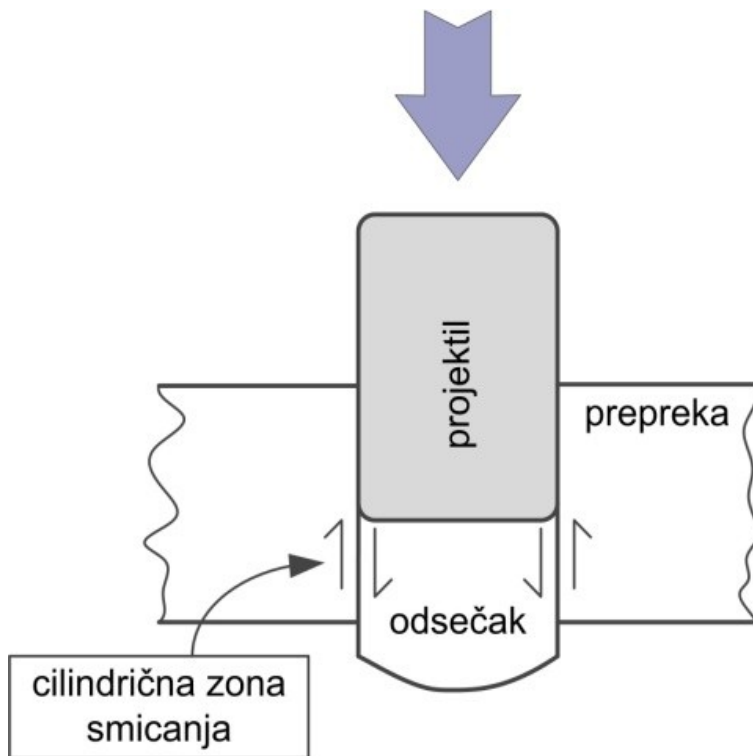


**Plastično formiranje otvora – šematski prikaz mehanizma probijanja**

*Plastično formiranje otvora* (eng. *piercing* ili *ductile hole formation*)

- tipičan je za penetratore **visoke krutosti** sa **oštrim** (oživalnim ili konusnim) **vrhom** i prepreke koje karakteriše **izrazita plastičnost**
- početno utiskivanje penetratora, zatim **plastično deformisanja** materijala prepreke i potiskivanja prvenstveno u radialnom pravcu
- **nema** značajnog **deformisanja projektila** i ne dolazi do **odvajanja** materijala prepreke
- na zadnjoj površini prepreke formira se **ispupčenje**, dok na prednjoj površini prepreke može dolazi do stvaranja manjeg ispupčenja, venca ili do rascvetavanja
- **napon tečenja materijala** prepreke – ključna karakteristika koja definiše otpornost
- **velika apsorpcija energije** penetratora, uz minimizovanje efekata delovanja penetratora iza prepreke

# Tipovi penetracionih procesa

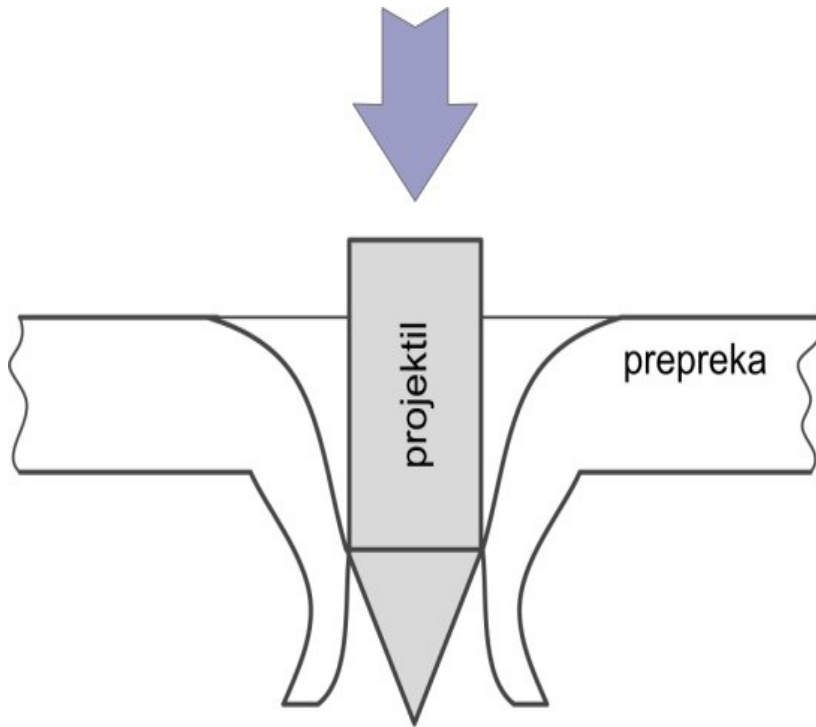


**Formiranje odsečka – prikaz mehanizma probijanja**

## *Probijanje putem formiranja odsečka (plugging)*

- karakteristično za penetratore sa **tupim vrhom** i **tanke prepreke značajne čvrstoće i plastičnosti**
- formiranje cilindričnog **odsečka** materijala prepreke (**plug**) čiji je prečnik približno jednak prečniku penetratora
- dominantna naprezanja prepreke – **sabijanje** i, naročito, **smicanje** odsečka koje u određenom trenutku može da dovede opterećenu zonu u **nestabilno stanje**, što izaziva lom materijala usled smicanja i odvajanje odsečka
- znatno **manja apsorpcija energije** penetratora nego u slučaju plastičnog formiranja otvora
- pored toga, dolazi do generisanja odsečka – potencijalno opasnog **sekundarnog projektila**

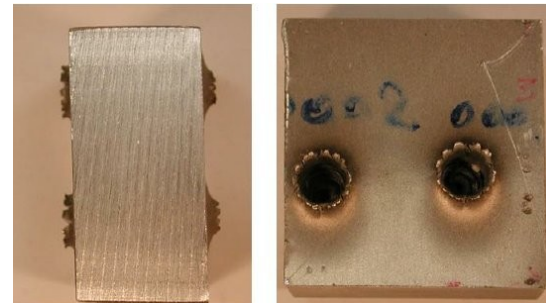
# Tipovi penetracionih procesa



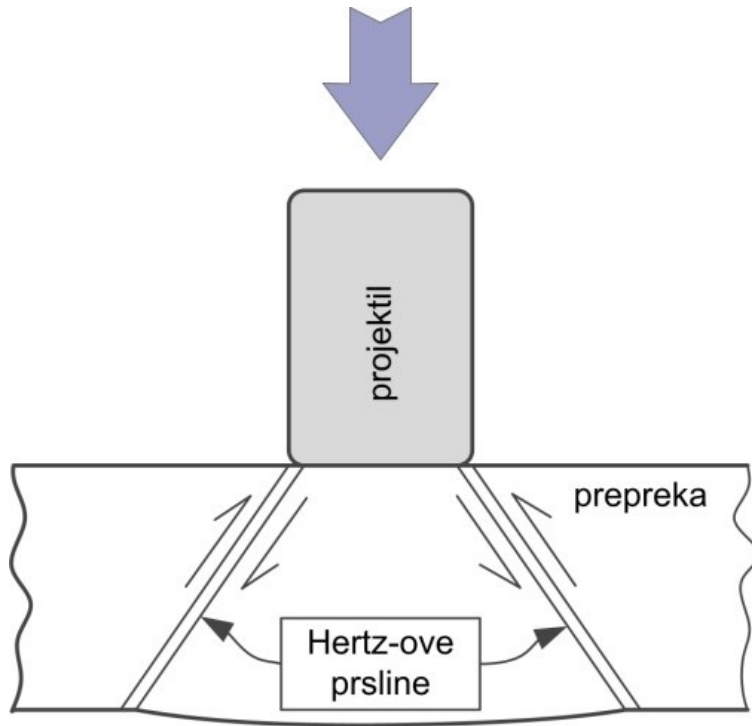
**Rascvetavanje prepreke – šematski prikaz režima probijanja**

## *"Rascvetavanje" prepreke (petaling)*

- specifičan mehanizam probijanja koji se odigrava
  - u slučaju krutih penetratora sa oštrim vrhom
  - prepreka izražene plastičnosti i relativno male debljine
  - pri udaru brzinama koje su nešto veće od minimalno potrebne vrednosti da bi se ostvario proboj
- pojava je generisanje velikih cirkularnih napona u materijalu prepreke koji izazivaju formiranje karakterističnih "latica"



# Tipovi penetracionih procesa

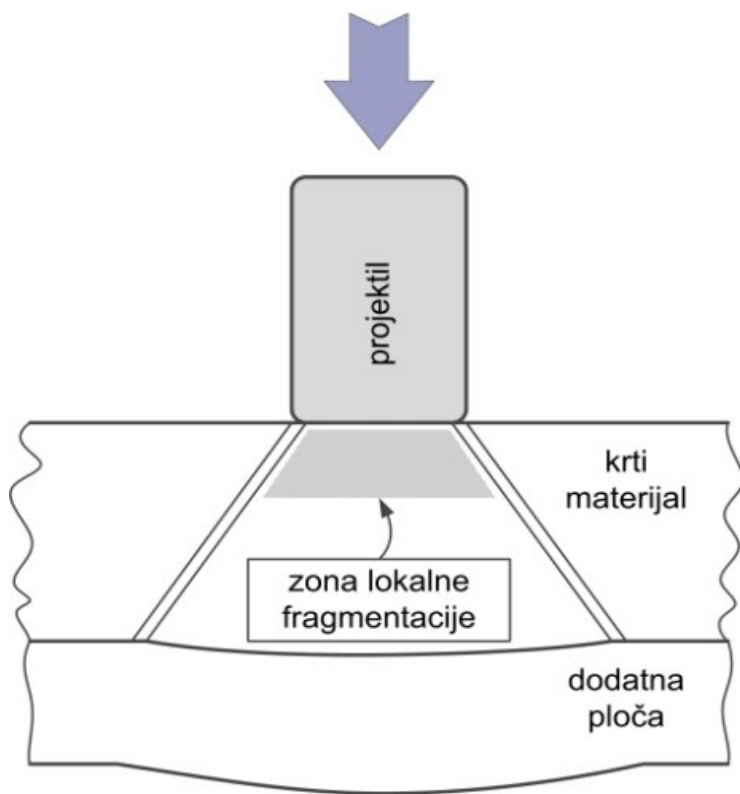


**Formiranje zarubljenog konusa –  
šematski prikaz procesa**

## *Formiranje zarubljenog konusa*

- režim je karakterističan za materijale prepreke koji imaju izraženu **krtost**
- posle udara **projektila tupog** (ili zatupljenog, posle deformisanja) **vrha** velikom brzinom u krtu prepreku, dolazi do formiranja tzv. *HERTZOV*ih prsline koje se pojavljuju najpre oko kontaktne površine
- pod dejstvom impulsa projektila ove prsline nastavljaju da se brzo prostiru **konusno**; na taj način stvara se jedna vrsta **konusnog odsečka** koji se usled smicanja odvaja od ostatka prepreke
- ovaj režim probijanja tipičan je za prepreke izrađene od **keramike**, **stakla**, veoma **tvrdih čelika** i pojedinih kompozitnih materijala visoke krtosti

# Tipovi penetracionih procesa

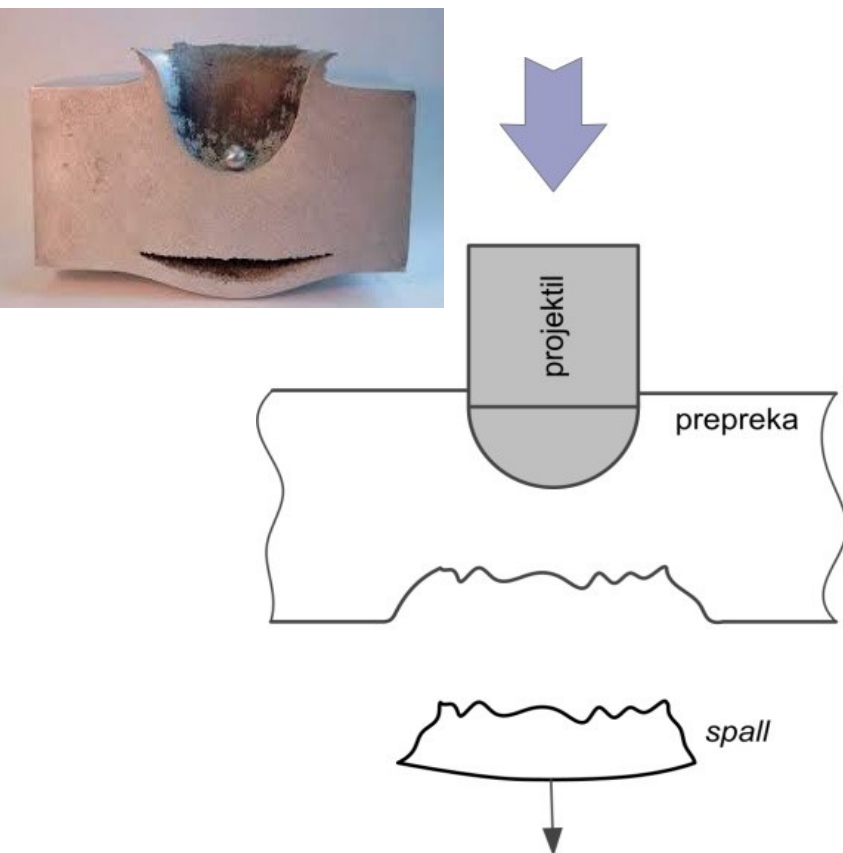


**Drobljenje materijala – šematski prikaz mehanizma probijanja**

## *Drobljenje materijala*

- mehanizam sličan formiranju **zarubljnog konusa** kod krutih materijala
- pri udaru velikom brzinom, u zoni konusa ispred projektila (tzv. *MESCALLOVA* zona) dolazi do **drobljenja materijala**, tj. formiranja vrlo sitnih **fragmenata** čije dimenzije mogu biti i submikronskog nivoa
- ova pojava je primećena kod **keramike**, **stakla** i **betona**; dolazi do vrlo izraženog efekta velikog broja generisanih fragmenata
- međutim, ako se kretanje ovih fragmenata spreči, npr. postavljanjem dodatne metalne ploče iza sloja krutog materijala, ispostavlja se da je na taj način formirana **dvoslojna prepreka** koja vrlo **efikasno apsorbuje udarnu energiju** penetratora
- deo energije projektila se najpre troši na formiranje konusa i drobljenje materijala, a zatim se energija prenosi na veću **kontaktnu površinu** između krutog materijala i metala

# Tipovi penetracionih procesa

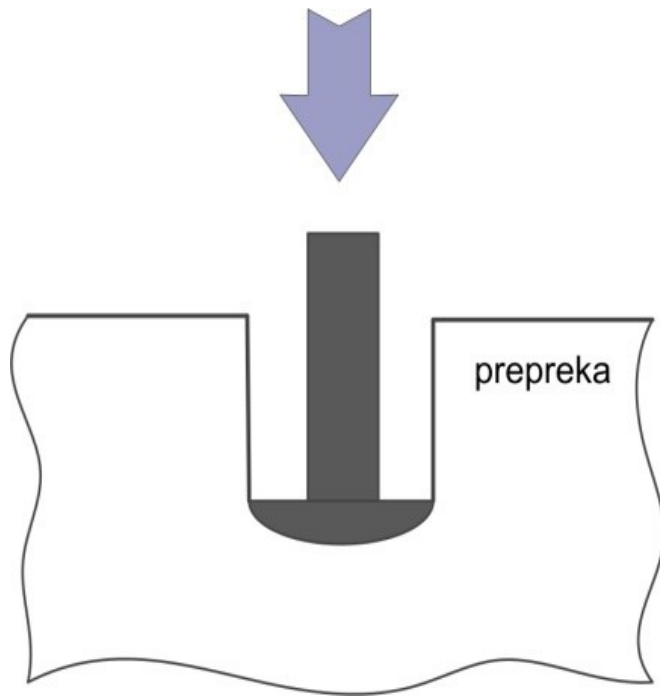


**HOPKINSONOV efekat: a) formiranje sekundarnog projektila u obliku diska, b) primer nepotpuno formiranog diska**

*HOPKINSONOV efekat* (*spalling*, *spallation* ili *scabbing*)

- predstavlja pojavu **odvaljivanja**, tj. **odvajanja** i **odbacivanja** dela materijala prepreke u obliku diska, sa njene zadnje strane
- pojava je tipična za slučaj **kontaktne detonacije** brizantnog eksploziva, ali je moguća i pri **udaru velikim brzinama** u monolitne prepreke velike debljine
- lom materijala nastaje kao rezultat **odbijanja** snažnog **udarnog kompresionog talasa** u prepreci, koji posle **refleksije** postaje talas **zatezanja**; ako je napon u materijalu prepreke dovoljno veliki, dolazi do pojave **spallinga**
- formalno ne dolazi do probijanja prepreke, ali se formira potencijalno vrlo **destruktivan sekundarni projektil** u formi diska
- pojava se jednostavno sprečava uvođenjem **višeslojnih prepreka** sa razdvojenim slojevima

# Tipovi penetracionih procesa



**Erozija materijala u slučaju probijanja velikim brzinama**

## *Erozija materijala*

- u slučaju daljeg **povećanja udarne brzine** penetratora može se pokazati da dinamički pritisak značajno prevazilazi vrednost čvrstoće materijala prepreke i penetratora
- tada se materijali prepreke i penetratora ponašaju **slično tečnostima** i kažemo da dolazi do njihove **erozije** ili **trošenja**
- ovaj mehanizam probijanja tipičan je za **penetraciju kumulativnog mlaza** i **potkalibarnih projektila**

# Pristupi problemu penetracije

- *Empirijske relacije*

- najstariji i najjednostavniji pristup
- podrazumeva postojanje obimne baze podataka
- visoki troškovi ovih ispitivanja i značajno vreme
- empirijske jednačine pouzdano važe samo pod uslovima i ograničenjima izvedenih eksperimenata
- mogućnost uopštavanja ograničena
- ako se pravilno primenjuju, empirijske relacije daju najbolje predviđanje realnih vrednosti parametara penetracije

$$\frac{E}{d} = \frac{\sigma_0 H^2}{10.3} \left( 42.7 + \frac{s}{H} \right)$$

- *Numeričke metode*

- podrazumevaju primenu osnovnih zakona mehanike na diskretizovan sistem penetrator-prepreka
- numerički pristup danas uglavnom podrazumeva korišćenje gotovih softverskih paketa
- pored izvesnih nedostataka (visoka cena softvera, značajno vreme potrebno za modeliranje problema i rad programa) numerički pristup postaje sve dominantniji, a primena softvera uz eksperiment, dobija praktično ključnu ulogu u projektovanju

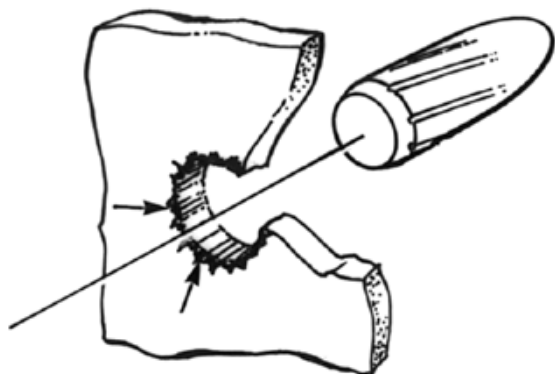


- *Analitičkih modeli*

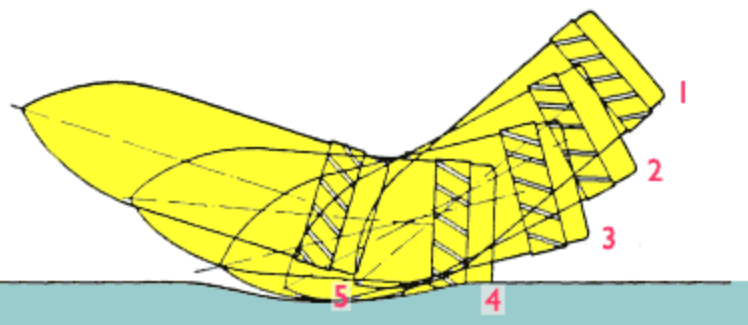
- predstavljaju "kompromisni" prilaz rešavanju problema penetracije
- opservacije nastale na osnovu eksperimentalnih ispitivanja manjeg obima mogu da dovedu do važnih zaključaka
- u sledećem koraku, ovi dominantni fenomeni se kvantifikuju korišćenjem zakona mehanike
- formira se matematički model koji se rešava analitički ili numerički – korišćenjem programa za računar
- jednostavnost i jasna fizička zasnovanost koja ukazuje na suštinske procese koji se odigravaju u toku penetracije
- za svaku klasu penetracionih problema moraju se formirati posebni analitički modeli
- analitički modeli su efikasni, mogu da daju zadovoljavajući nivo tačnosti rezultata
- koristan prediktivni alat za analizu penetracije, a samim tim i projektovanje projektila, odnosno pancirne zaštite

$$v_r = \frac{\sqrt{v_0^2 - v_L^2}}{1 + \frac{m_{pl}}{m}}$$

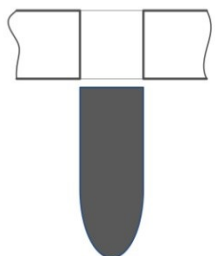
# Osnovni pojmovi mehanike penetracije



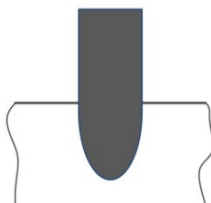
- **proboj** - prolazak celog penetratora kroz prepreku, pri čemu se formira pravilan, približno cilindričan otvor u prepreci,
- **prodor** - granični slučaj probijanja; otvor u prepreci nepravilnog oblika i manje površine od površine poprečnog preseka penetratora; kroz otvor prolaze samo delovi razbijenog penetratora,
- **zador** karakteriše zaustavljanje (zaglavljivanje) penetratora u prepreci ili njegovo razbijanje tokom probijanja,
- **rikošet** predstavlja odbijanje penetratora usled klizanja po površini prepreke ukoliko je ona nagnuta.



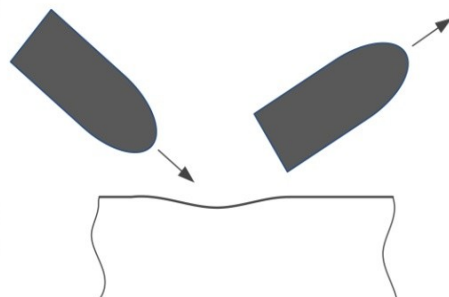
a)



b)



c)



Ishodi procesa penetracije:  
a) proboj, b) zador, c) rikošet

# Osnovni pojmovi mehanike penetracije

- S obzirom da ćemo uglavnom razmatrati normalan udar penetratora u prepreku (dakle, ne dolazi do rikošeta), smatraće se da proces može imati **dva ishoda**, **proboj** – ako ceo penetrator prođe kroz prepreku, ili u suprotnom – **zador**.
- Pod **probojnošću** penetratora podrazumeva se njegova probojna moć – sposobnost probijanja prepreke.
  - može se pokazati da povećanje gustine i dužine penetratora i smanjenje njegovog prečnika, uz pretpostavke o strukturnom integritetu u toku lansiranja i probijanja i ostale nepromenjene uslove, dovodi do povećanja probojnosti penetratora.
- **Otpornost** prepreke podrazumeva nivo sposobnosti odupiranja probijanju.
  - jasno je da povećanje debljine i gustine, kao i poboljšanje mehaničkih karakteristika materijala prepreke doprinose povećanju njene otpornosti.
- U slučaju konkretne interakcije penetratora i prepreke, pojmovi **probojnosti** i **otpornosti** odnose se na ista svojstva sistema, s tim što imaju recipročna značenja – visoka probojnost podrazumeva malu otpornost i obratno.

# Osnovni pojmovi mehanike penetracije

- Pri razmatranju probojnosti/otpornosti veliki značaj imaju tri brzine: **udarna**, **izlazna** i **brzina balističkog limita**:
  - **Udarna brzina**  $v_s$  (ili  $v_0$ ) je trenutna vrednost linijske brzine penetratora u momentu inicijalnog kontakta sa preprekom. Efekti ugaone brzine penetratora oko sopstvene ose, za slučaj žirostabilisanih penetratora, ne uzimaju se u razmatarnje.
  - **Izlazna (rezidualna) brzina**  $v_r$  je brzina penetratora (i odsečka) u trenutku prolaska dna penetratora kroz ravan određenu zadnjom površinom prepreke.
  - **Brzina balističkog limita**  $v_L$  je jedna od osnovnih karakteristika sistema penetrator-prepreka i može se definisati na više načina.

# Osnovni pojmovi mehanike penetracije

- Brzina balističkog limita

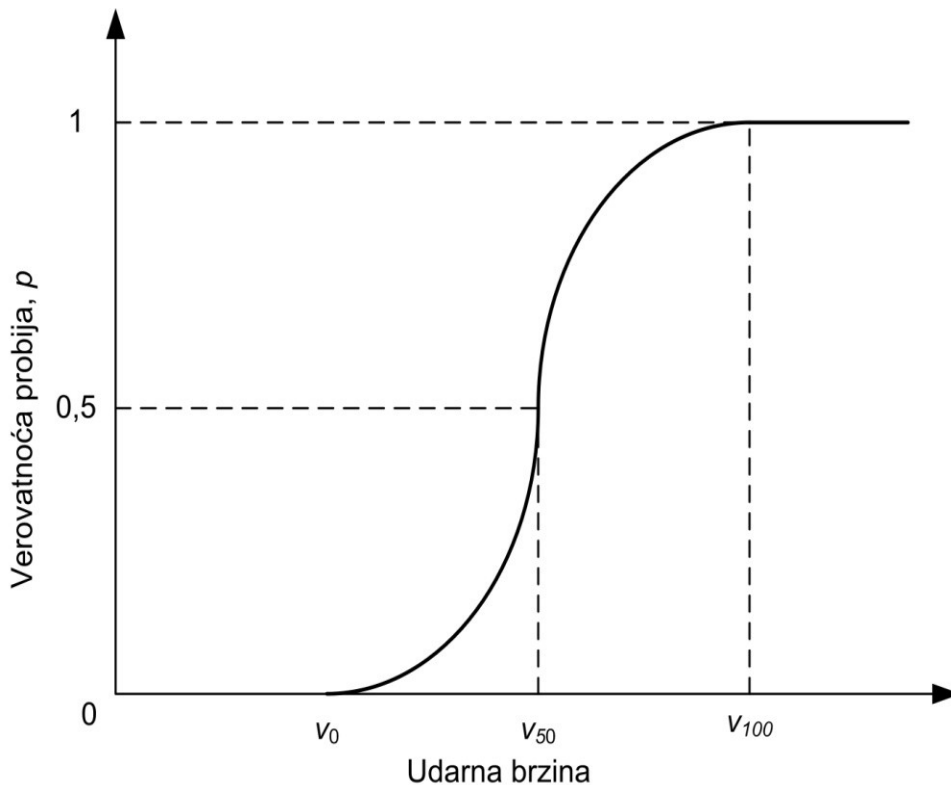
- Teorijski, reč je o minimalnoj vrednosti udarne brzine pri kojoj dolazi do proboja, odnosno maksimalnoj vrednosti udarne brzine pri kojoj ne dolazi do proboja prepreke:

$$v_L = \inf \{v_s : v_r > 0\} = \sup \{v_s : v_r = 0\}$$

- Brzina balističkog limita određuje se **eksperimentalnim putem** – izvođenjem izvesnog broja gađanja različitim udarnim brzinama; brzinom balističkog limita može se smatrati srednja vrednost najmanje udarne brzine  $v_{smin}$  pri kojoj je ostvaren proboj i najveće brzine  $v_{smax}$  pri kojoj je došlo do zadora:

$$v_L = \frac{1}{2} (v_{smin} + v_{smax})$$

# Osnovni pojmovi mehanike penetracije

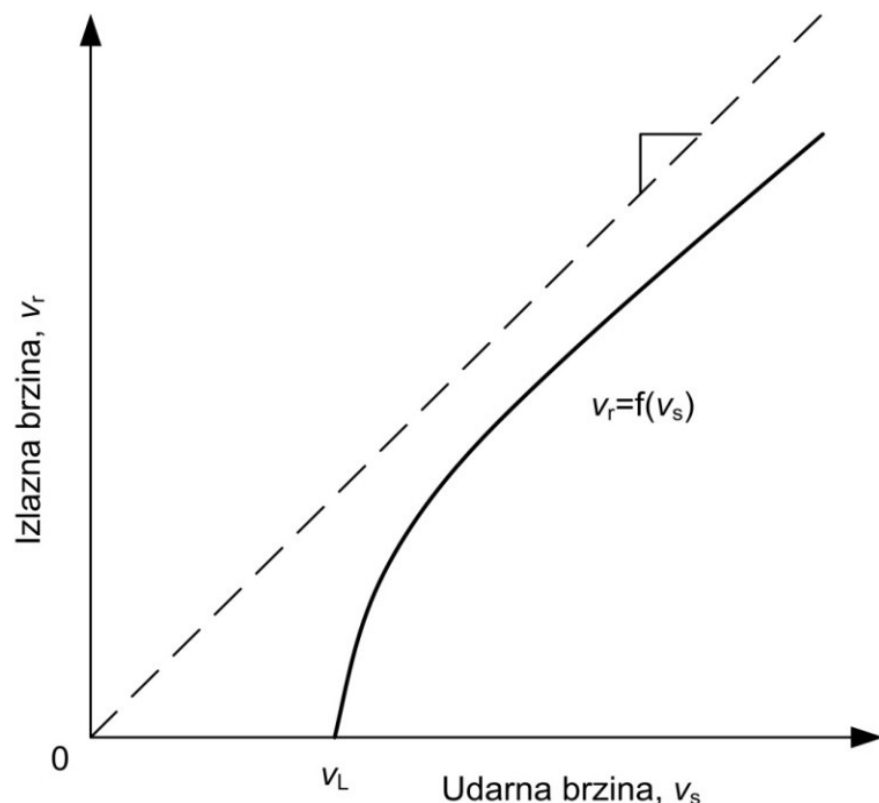


**Verovatnoća probijanja prepreke u zavisnosti od udarne brzine penetratora**

- Suštinski, probijanje je pojava koja ima i **stohastički karakter**.
- Pri izvođenju eksperimenata pod "istim" uslovima, realno se pojavljuju izvesne razlike u početnim parametrima procesa (udarna brzina, udarni ugao, napadni ugao, nehomogenost materijala prepreke,...) koje je teško izbeći, usled čega **dolazi do različitih ishoda procesa**.
- Zato se uvodi pojam **verovatnoće probijanja prepreke  $p$** . Brzina balističkog limita se statistički definiše kao vrednost udarne brzine penetratora (između  $v_{min}$  i  $v_{max}$ ) za koju je verovatnoća probijanja prepreke jednaka jednoj polovini:

$$v_L = v_{50} = v_s \Big|_{p=\frac{1}{2}}$$

# Osnovni pojmovi mehanike penetracije



Izlazna brzine penetratora u funkciji  
njegove udarne brzine

- Važno je napomenuti da **brzina balističkog limita** predstavlja najvažniju, ali ne i jedinu meru probojnosti.
- Naime, često je zbog efekta koji se izaziva iza prepreke, od jednake važnosti i **izlazna brzina penetratora**.
- Zbog toga zavisnost izlazne brzine penetratora od njegove udarne brzine predstavlja najvažniju karakteristku sistema penetrator-prepreka:

$$v_r = f(v_s)$$

# Balans energije pri probijanju

- Pri udaru projektila u prepreku **kinetička energija projektila** pretvara se manjim ili većim delom u mehanički rad razaranja cilja, pri čemu dolazi do probijanja prepreke.
- U opštem slučaju kinetička energija projektila se pri udaru transformiše u **šest različitih oblika energije**:

$$E_k = \frac{mV_C^2}{2} = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 + E_6$$

- $E_1$  - **energija koja se troši na savladavanje kohezionih sila**, tj. na međusobno razdvajanje čestica materijala prepreke; deo ukupne energije koji će biti utrošen na savladavanje kohezionih sila zavisi od mehaničkih osobina, u prvom redu čvrstoće prepreke,
- $E_2$  - **energija koja se troši na davanje izvesnog ubrzanja razdvojenim česticama**, tj. na savladavanje njihove inercije i njihovo pomeranje iz prvobitnog položaja; deo ukupne energije koji će na to biti utrošen zavisi najviše od gustine materijala prepreke,
- $E_3$  - **energija koja se troši na deformaciju samog projektila**; deo ukupne energije koji će na to biti utrošen zavisi od mehaničkih i konstruktivnih karakteristika projektila i prepreke,
- $E_4$  - **energija koja se troši na trenje**; deo energije koji će na to biti utrošen zavisi od velikog broja faktora, od kojih su najvažniji oblik projektila, udarna brzina projektila i mehaničke osobine materijala prepreke,
- $E_5$  - **energija koja se troši na elastične oscilacije prepreke**; taj deo energije uglavnom zavisi od elastičnih osobina prepreke, načina njenog učvršćenja za podlogu i dr.,
- $E_6$  - **energija koja se troši na stvaranje udarnog talasa u prepreci**; taj deo energije najvećim delom zavisi od udarne brzine projektila, kao i mehaničkih i konstruktivnih karakteristika prepreke.

# Empirijske formule

- Formula **Jacob de Marre-a**

- polazna relacija

$$\frac{mv_0^2}{2} = kH^{1.4}d^{1.5}$$

- brzina balističkog limita

$$v_L = K \frac{H^{0.7}d^{0.75}}{m^{0.5}}$$

- generalizovani oblik

$$v_L = K \frac{H^a d^b}{m^{0.5}}$$

Autor	<i>a</i>	<i>b</i>
J. de Marre	0.7	0.75
Euler	1.0	0.5
Nobble	0.5	1.0
Crupp	5/6	2/3

# Empirijske formule

- SRI formula

- *Stanford Research Institute* (1963)
- probijanje ploča od mekog čelika krutim projektilima sa ravnim vrhom, relativno malim udarnim brzinama

$$\frac{E}{d} = \frac{\sigma_0 H^2}{10.3} \left( 42.7 + \frac{s}{H} \right)$$

- $\sigma_0$  – granica kidanja
  - $s$  – raspon prepreke (najmanja udaljenost između oslonaca)
- Oblast primene:
    - relativna debljina prepreke u odnosu na prečnik  $H/d=0.1\div0.6$ ,
    - relativna debljina prepreke u odnosu na njen raspon  $H/s=0.002\div0.05$ ,
    - vitkost penetratora  $L/d=10\div50$ ,
    - odnos raspona prepreke i prečnika penetratora  $s/d=5.0\div8.0$ ,
    - udarna brzina penetratora  $v_0=21\div122$  m/s.

# Empirijske formule

- BRL formula

- *Ballistic Research Institute* (1968)

$$E = 1.4 \cdot 10^9 (Hd)^{1.5}$$

- formula je bliska rezultatu *J. de Marre*-a i predstavlja specijalan slučaj njene generalizacije, s tim što je opitni koeficijent eksplicitno naveden
  - podaci o domenu primenljivosti BRL formule nisu dostupni,
  - izvesne komparativne analize eksperimentalnih rezultata i razmotrenih empirijskih modela **rangiraju** formule:
    - prednost se daje generalizovanoj formuli *J. de Marre*-a,
    - zatim SRI formuli,
    - dok na kraju dolazi BRL formula.

# Empirijske formule

- Ostale empirijske formule koje definišu potrebnu kinetičku energiju penetratora

- Neilson (1985):

$$\frac{E}{\sigma_0 d^3} = A \left( \frac{H}{d} \right)^{1.7} \left( \frac{s}{d} \right)^{0.6}$$

- Jowett (modifikacija):

$$\frac{E}{\sigma_0 d^3} = 1.32 \left( \frac{H}{d} \right)^{1.74} \left( \frac{s}{d} \right)^{0.61} \quad \text{za } 0.1 < \frac{H}{d} < 0.25$$

$$\frac{E}{\sigma_0 d^3} = 0.38 \left( \frac{H}{d} \right)^{0.84} \left( \frac{s}{d} \right)^{0.61} \quad \text{za } 0.25 < \frac{H}{d} < 0.64$$

- do sada analizirane empirijske relacije ograničene su na određivanje kritičnih uslova probojnosti – minimalne kinetičke energije, odnosno najmanje udarne brzine penetratora koja obezbeđuje proboj,
    - one daju odgovor na pitanje da li će doći do proboja prepreke, ali ne omogućavaju određivanje izlazne brzine penetratora  $v_r$  koja je često ključna karakteristika procesa penetracije.

# Empirijske formule

- Empirijske relacije JTCG/ME (*Joint Technical Coordination Group for Munitions Effectiveness*)

$$v_L = C_{bf} \left( \frac{\rho_p HA}{m_{pl}} \right)^{b_f} \sec^h \theta \left( \frac{\rho_p HA}{m_0} \right)^f$$

- gde je  $\rho_p$  gustina materijala penetratora,  $C_{bf}$ ,  $b_f$ ,  $h$  i  $f$  su empirijske konstante, dok je referentna masa  $m_0=6.48\text{g}$ ; ova jednačina uglavnom se primenjuje za probijanje tankih prepreka

- Empirijska formula FAA (*Federal Aviation Administration*)

$$v_L = \sqrt{\frac{2dG_d H^2}{m \sin^2 \theta}}$$

- gde je  $d$  prečnik penetratora, dok je  $G_d$  dinamički modul smicanja materijala prepreke (za čelik je ovaj parametar 1.3 GPa, dok je za aluminijum 210 MPa)

# Empirijske formule

- THOR formule

- *John's Hopkins University* (1963)

$$v_r = v_0 - 10^c (HA)^\alpha m^\beta (\sec \theta)^\gamma v_0^\lambda$$

$$v_L = 10^{c_1} (HA)^{\alpha_1} m^{\beta_1} (\sec \theta)^{\gamma_1}$$

- jednačine su date u izvornom obliku, što podrazumeva da se veličine izražavaju u **anglosaksonskom sistemu** jedinica – brzine u ft/s, debljina prepreke  $H$  u in, površina  $A$  u in<sup>2</sup> i masa penetratora  $m$  u grain-ima,
  - primenljivost THOR formula nije eksplicitno deklarirana, ali je ograničena na tanke prepreke pri **relativno malim udarnim brzinama**.

# Analitički model

- **Model Recht-Ipson (1963)**

- formiranje odsečka

- zakon o održanju energije

$$\frac{mv_0^2}{2} = W + A + \frac{(m + m_{pl})v_r^2}{2}$$

- $W$  - rad koji se utroši na **deformisanje i zagrevanje** odsečka i penetratora, pri njihovom potpuno neelastičnom sudaru (uz pretpostavku da odsečak nije vezan za ostatak materijala prepreke)
- $A$  - rad koji se utroši na **odvajanje odsečka od sekundarne zone** prepreke i odgovarajuće deformacije prepreke (prvenstveno smicanje i sabijanje)
- poslednji član – kinetička energiju penetratora i odsečka posle proboja, pri čemu se pretpostavlja da imaju istu izlaznu brzinu  $v_r$ ;  $m_{pl}$  je pri tome masa odsečka (odnosno ukupna masa generisane parčadi, ukoliko je fragmentacija prepreke dominantan režim probijanja).

# Analitički model (nastavak)

- Rad  $W$  se određuje putem analize neelastičnog sudara:

$$v_{r1} = \frac{m}{m + m_{pl}} v_0 \quad W = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{(m + m_{pl})v_{r1}^2}{2} = \frac{m_{pl}}{m + m_{pl}} \frac{mv_0^2}{2}$$

- Zakon o održanju energije sada glasi:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m_{pl}}{m + m_{pl}} \frac{mv_0^2}{2} + A + \frac{(m + m_{pl})v_r^2}{2}$$

- Ovaj zakon važi i u graničnom slučaju, pri brzini balističkog limita ( $v_0 = v_L$ ,  $v_r = 0$ )

$$A_L = \frac{m}{m + m_{pl}} \frac{mv_L^2}{2}$$

- Ako pretpostavimo da vrednost ovog rada predstavlja karakteristiku procesa  $A = \text{const.} = A_L$ ,

$$v_r = \frac{\sqrt{v_0^2 - v_L^2}}{1 + \frac{m_{pl}}{m}}$$

# Analitički model (nastavak)

- *Lambert-Ringers-ova generalizacija* modela Recht-Ipsona

$$v_r = \begin{cases} 0, & v_0 \leq v_L \\ \alpha(v_0^p - v_L^p)^{\frac{1}{p}}, & v_0 > v_L \end{cases}$$

- gde su  $0 < \alpha \leq 1$  i  $p > 1$  *empirijski parametri*; oni se mogu za svaki skup eksperimentalnih podataka odrediti optimizacionim metodama, ali autori daju i *empirijske formule* za njihovo određivanje

$$z = \frac{H}{d} \operatorname{cosec}^{0.75} \theta \quad H_v = H \operatorname{cosec}^{0.75} \theta \quad f(z) = z + e^{-z} - 1$$

- *Brzina balističkog limita* određena je formulom

$$v_L = u \left( \frac{L}{d} \right)^{0.15} \left( f(z) \frac{d^3}{m} \right)^{0.5}$$

- *Masa odsečka* data je relacijom

$$m_{pl} = \frac{\pi}{4} \rho d^2 H_v$$

- i konačno, *parametar  $\alpha$*  može se izračunati na osnovu izraza  $\alpha = \left( \frac{m}{m + \frac{m_{pl}}{3}} \right)^{\frac{1}{p}}$

- model je *verifikovan* na veoma obimnom eksperimentalnom uzorku.

# Tranzicija režima probijanja

- dva najfrekventnija režima probijanja metalnih prepreka izražene plastičnosti:
  - formiranje odsečka (*plugging*) i
  - plastično formiranje otvora (*piercing*)
- ako razmatramo udar projektila definisanog prečnika  $d$  u metalnu prepreku postavlja se pitanje
  - koji će se od ova dva režima probijanja realizovati?
- plastično formiranje otvora

$$E_a = \int_V \sigma_y dV = \frac{\pi}{4} \sigma_y d^2 H = \frac{\pi}{4} \sigma_y d^3 \frac{H}{d}$$

- formiranje odsečka

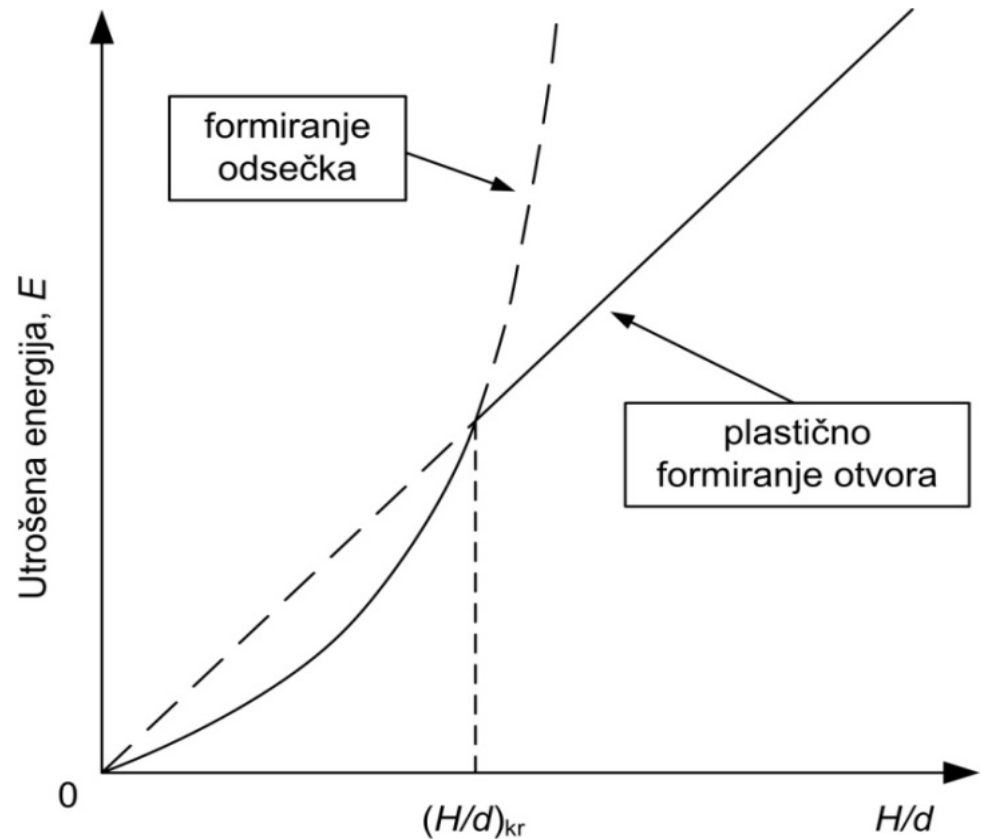
$$E_b = \int_0^H \tau_y \pi d (H - x) dx = \frac{\pi}{2} \tau_y d H^2 = \frac{\pi}{2} \tau_y d^3 \left( \frac{H}{d} \right)^2$$

# Tranzicija režima probijanja

- kritična vrednost debljine prepreke

$$\left(\frac{H}{d}\right)_{kr} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,87$$

- dve zone
- kritična vrednost relativne debljine prepreke, u zavisnosti od **specifičnosti konkretnog procesa probijanja**, najčešće se nalazi u intervalu  $[0,4 \div 1,0]$ .



Zavisnost energije balističkog limita od relativne debljine prepreke za režime probijanja sa formiranjem odsečka i plastičnim formiranjem otvora

# Probijanje tankih ploča

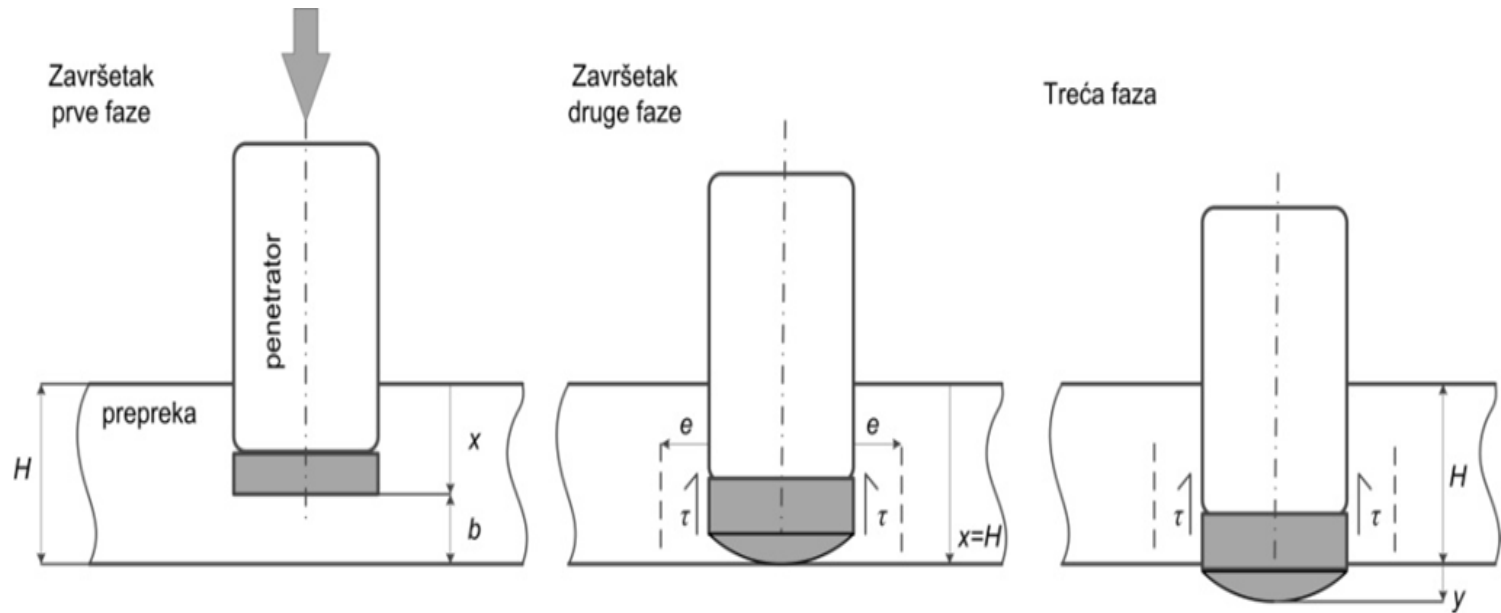
- Pod **tankim pločama** podrazumevaju se ploče dovoljno male debljine da se promene napona (prvenstveno smicajnog) duž debljine prepreke mogu zanemariti
- U praksi se najčešće smatra da ako je **debljina prepreke manja od radijusa penetratora**, da se radi o tankoj prepreci.
- **Drugi kriterijum**: odnos vremena koja su potrebna da se prilikom udara generisani talasi deformacija reflektuju od zadnje strane prepreke, odnosno penetratora,
  - $n = (L/c_p)/(H/c_t)$ ,
    - gde je  $L$  – dužina penetratora,
    - $H$  – debljina prepreke, a
    - $c_p$  i  $c_t$  – brzine deformacionih talasa u materijalu penetratora i prepreke.
  - prepreka se smatra tankom ako je  $n > 5$ .
- **Analitički modeli** penetracije tankih ploča koriste se pri razmatranju probijanja lako zaštićenih ciljeva.
- S obzirom da se u ovom slučaju analiziraju **različiti materijali prepreke** (aluminijum, titanijum, čelik), kao i različite vrste penetratora (razni oblici, udarne brzine i sl.), za slučaj tankih ploča razvijen je najveći broj analitičkih modela penetracije.

# Trofazni model

- Analitički model, [Awerbuch i Bodnera \(1974\)](#)
- u slučaju proboja, proces uvek prolazi kroz [tri različite faze](#),
- zasnovan je na primeni [zakona kretanja tela promenljive mase](#).
- Bitna karakteristika modela je da on zahteva poznavanje tri veoma važna parametra samog procesa, koji se određuju [eksperimentalno](#), odnosno a posteriori; to su:
  - ulazni i izlazni (ili, ukoliko njihova razlika nije velika, srednji) [prečnik otvora  \$D\$](#)  u [prepreci](#) koji definiše merodavnu površinu prepreke  $A$  izloženu sabijanju; ova površina se najčešće smatra konstantnom ili se uzima da je promenljiva u skladu sa linearnom promenom, odnosno rastom prečnika otvora,
  - [dužina odsečka  \$b\$](#)  koja predstavlja ključni parametar penetracije; eksperimenti ukazuju na činjenicu da, za nepromenjene materijale penetratora i prepreke, veličina  $b/H$  ima relativno stabilnu vrednost,
  - [širina zone smicanja  \$e\$](#)  predstavlja radijalnu dimenziju deformacijom zahvaćene sekundarne zone prepreke i utiče na veličinu napona smicanja; eksperimentalno je utvrđeno da je vrednost  $e$  reda veličine poluprečnika penetratora.

# Trofazni model

- faze procesa penetracije



Šematski prikaz faza penetracionog procesa

# Trofazni model

- **Prva faza** (utiskivanje penetratora) okončava se dostizanjem dubine penetracije definisane dužinom odsečka i otpočinjanjem smicanja.
- U **drugoј fazi** (formiranje odsečka) dominira smicanje odsečka i ona se završava potpunim formiranjem odsečka i njegovim pridodavanjem penetratoru.
- **Treća faza** penetracije (istiskivanje odsečka) traje sve dok se ne ostvari kritična vrednost deformacije materijala prepreke, odnosno potpuno odvajanje odsečka od prepreke.
- Osnovni mehanizam penetracije je postepeno **prisajedinjavanje materijala prepreke** (odsečka) penetratoru čija je početna masa  $m_0$ .
  - U tom smislu, **koordinata  $x$**  koja definiše dubinu prodiranja ne predstavlja položaj vrha penetratora, već prednjeg dela novopridodatog materijala odsečka.
  - U celom toku procesa posmatra se, dakle, kretanje tzv. **efektivne mase**
    - mase penetratora i dela odsečka koji ima istu brzinu kao penetrator.

# Trofazni model

## Prva faza penetracije

- U fazi **utiskivanja penetratora** njegovom kretanju suprotstavljaju se dve sile: sila inercije materijala odsečka  $F_i$  i sila otpora sabijanju  $F_C$

$$\frac{d}{dt}(mv) = -(F_i + F_C)$$

- sila inercije** materijala odsečka  $F_i$

$$dF_i = \frac{1}{2} \rho dA_n v_n^2 \quad F_i = \frac{1}{2} \rho A v^2 \quad F_i = \frac{1}{2} K \rho A v^2$$

- ravan vrh,  $K=1$
- sferni vrh,  $K=1/2$
- konični vrh,  $K = \sin^2 \alpha$ 
  - gde je  $\alpha$  - poluugao konusa

- sila otpora sabijanju**  $F_C$  određuje se jednostavno izrazom

$$F_C = \sigma_C A$$

# Trofazni model

## Prva faza penetracije

- Jednačina kretanja

$$(m_0 + \rho Ax)v \frac{dv}{dx} = -\left(1 + \frac{K}{2}\right)\rho Av^2 - \sigma_c A$$

- promena brzine penetratora

$$v = \left[ \left( \frac{m_0}{m_0 + \rho Ax} \right)^{2+K} \left( v_0^2 + \frac{\sigma_c}{\rho \left( 1 + \frac{K}{2} \right)} \right) - \frac{\sigma_c}{\rho \left( 1 + \frac{K}{2} \right)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

- numerički se određuje vreme trajanja penetracije

$$t(x) = \int_0^x \frac{dx}{v(x)}$$

- prva faza se završava kada se ispuni uslov

$$x = H - b$$

# Trofazni model

## Druga faza penetracije

- U fazi formiranja odsečka zakon kretanja je **modifikovan**

$$\frac{d}{dt}(mv) = -(F_i + F_C + F_S)$$

- Sila inercije

$$F_i = \frac{1}{4} \rho A v^2$$

- Sila sabijanja

$$F_C = \sigma_c A \left[ 1 - \left( \frac{x-a}{b} \right)^2 \right], \quad a = H - b$$

- Sila smicanja

$$F_S = \pi D \tau (x - a)$$

- Diferencijalna jednačina kretanja**

$$\frac{dv}{dx} = \frac{-1}{(m_0 + \rho A x)v} \left[ \frac{5}{4} \rho A v^2 + \sigma_c A \left[ 1 - \left( \frac{x-a}{b} \right)^2 \right] + \pi D \left( \tau_0 + \mu \frac{v}{e} \right) (x-a) \right]$$

- Kraj druge faze** - efektivna masa penetratora doseže do suprotne površine prepreke

$$x = H$$

# Trofazni model

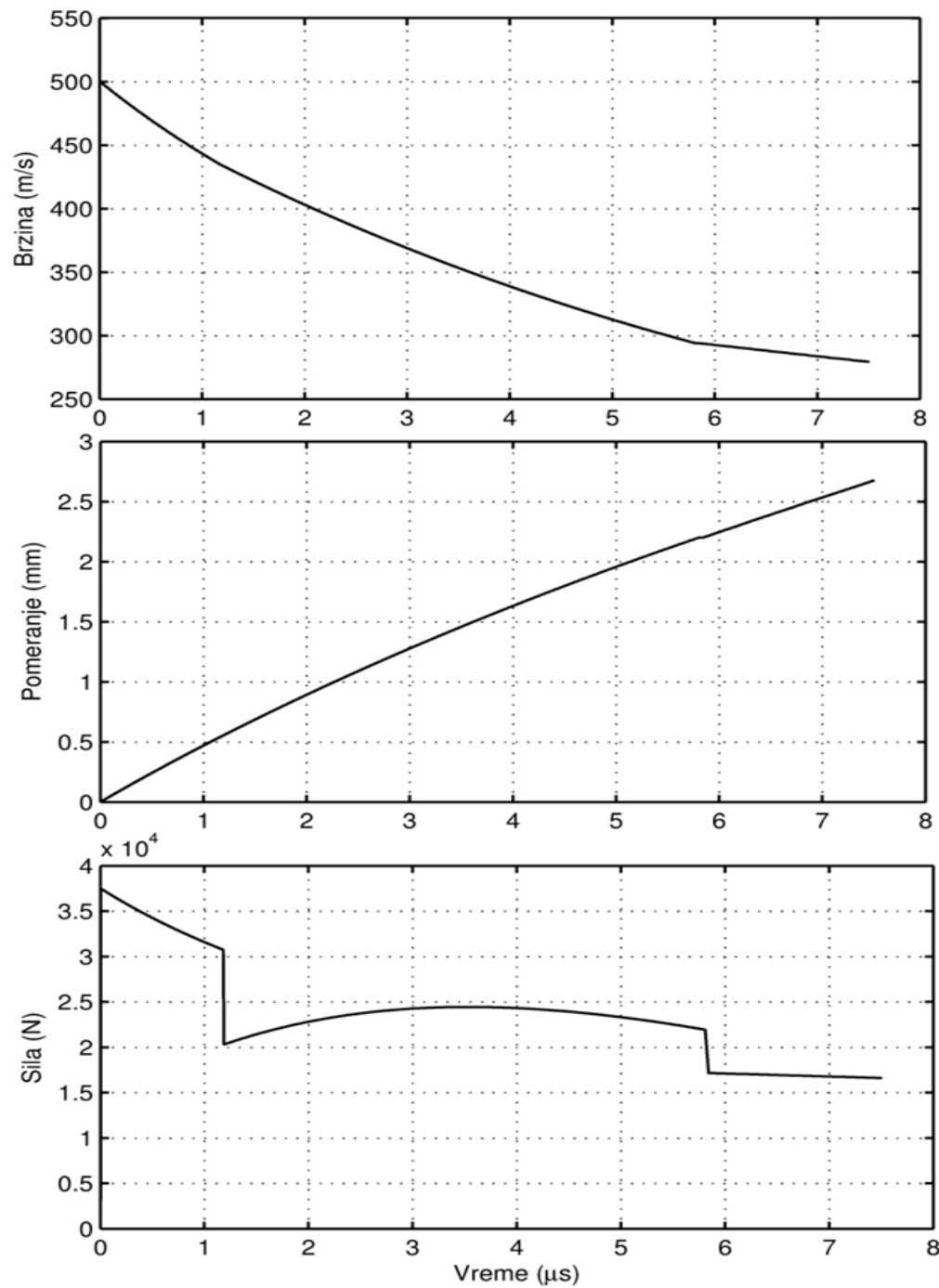
## Treća faza penetracije

- U poslednjoj fazi penetracije posmatra se telo **nepromenljive mase**  $m = m_0 + \rho AH$
- **Jednačina kretanja:**  $m\ddot{y} = -\left(\tau_0 + \mu \frac{\dot{y}}{e}\right)A_b$
- **Brzina penetratora u trećoj fazi**  $v = \dot{y} = \left(v_2 + \frac{\tau_0 e}{\mu}\right) \exp\left(-\frac{\mu A_b}{me} t\right) - \frac{\tau_0 e}{\mu}$
- **Pomeranje penetratora**  $y = \int_0^t \dot{y} dt = \frac{me}{\mu A_b} \left(v_2 + \frac{\tau_0 e}{\mu}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\mu A_b}{me} t\right)\right] - \frac{\tau_0 e}{\mu} t$
- Treća faza, odnosno ceo proces penetracije, **završava se** kada ugao klizanja  $\gamma$  dostigne kritičnu vrednost  $\gamma_f$

$$y = y_f = \gamma_f e$$

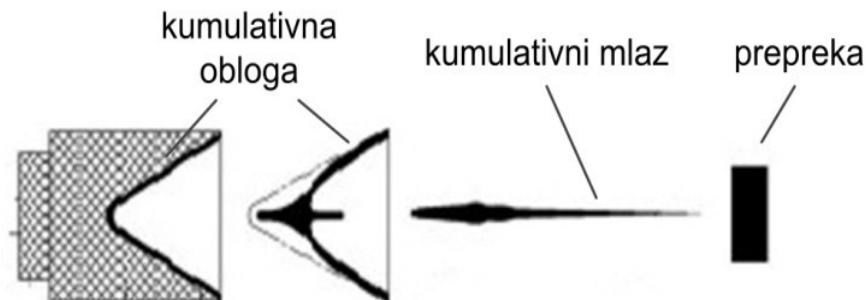
# Trofazni model

Karakteristični dijagrami  
promene brzine i  
pomeranja penetratora,  
kao i sile otpora, dobijeni  
korišćenjem realizovanog  
programa



# Dubina prodiranja kumulativnog mlaza

- **formiranje kumulativnog mlaza**, tj. penetratora projektila kumulativnog dejstva, predstavlja veoma **složen proces**
  - započinje detonacijom eksplozivnog punjenja, a nastavlja se prostiranjem i preoblikovanjem detonacionog talasa, njegovom interakcijom sa kumulativnom oblogom, ubrzavanjem obloge i njenim urušavanjem i, konačno, formiranjem primarnog i sekundarnog kumulativnog mlaza
- pretpostavićemo da su **poznati svi relevantni parametri** formiranog primarnog mlaza: dužina  $l_j$ , masa  $m_j$ , radijus  $r_j$ , kao i brzina mlaza  $v_j$
- nakon formiranja kumulativni **mlaz se izdužuje**, zbog toga što postoji vrlo izražen gradijent brzine – vrh mlaza ima veoma veliku brzinu (reda brzine detonacije korišćenog eksploziva), dok kraj mlaza ima značajno manju brzinu (reda 2 km/s)
- usled ovog izduživanja u nekom trenutku dolazi do **fragmentacije materijala mlaza**
  - to ima za posledicu smanjenje probojnosti zbog nesaosnosti formiranih segmenata
  - ova pojava poznata je kao **partikulacija mlaza**



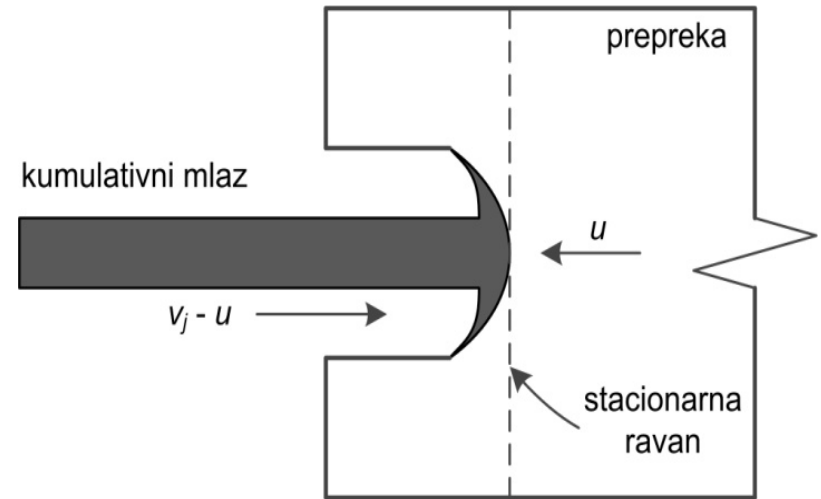
Formiranje kumulativnog mlaza

# Dubina prodiranja kumulativnog mlaza

## Zakon gustina

Pretpostavke:

- ceo mlaz ima konstantnu brzinu  $v_j$
- brzina prodiranja mlaza  $u$  (tj. brzina pomeranja dna formirane šupljine u prepreci) ima konstantnu vrednost
- s obzirom da mora biti  $v_j > u$  dužina mlaza se smanjuje, a proces probijanja se završava kada se ceo mlaz istroši, odnosno erodira



Prodiranje kumulativnog mlaza u prepreku

$$\frac{1}{2} \rho_j (v_j - u)^2 = \frac{1}{2} \rho_t u^2 \quad \frac{u}{v_j - u} = \sqrt{\frac{\rho_j}{\rho_t}} \quad u = \frac{v_j}{1 + \gamma}$$

$$\gamma = \left( \frac{\rho_t}{\rho_j} \right)^{1/2} \quad t = \frac{l_j}{v_j - u}$$

$$P = ut = \frac{l_j}{\gamma} = l_j \sqrt{\frac{\rho_j}{\rho_t}}$$

# Dubina prodiranja kumulativnog mlaza

- Zakon gustina odgovara **idealizovanim uslovima**
  - ukazuje da probojnost kumulativnog mlaza dominantno zavisi od **dužine mlaza**, kao i od **odnosa gustina materijala mlaza** (tj. kumulativne obloge) i prepreke
- u finalnoj formuli za probojnost figuriše **samo dužina mlaza**, ali ne i **gradijent brzine mlaza** koji u stvari definiše ovu dužinu
  - imajući u vidu da je **stvarna dužina mlaza promenljiva sa vremenom**, nije jasno koja dužina mlaza  $l_j$  je merodavna za određivanje probojnosti
- eksperimentalno je pokazano da **mehaničke karakteristike materijala prepreke** značajno utiču na probojnost, što nije obuhvaćeno zakonom gustina
- konačno, ova jednačina ne uzima u obzir veoma izražen uticaj rastojanja baze kumulativne obloge od prepreke (tzv. **standoff**) na probojnost
- Stoga je jasno da se ovaj zakon može koristiti samo za preliminarne analize i približne procene dubine prodiranja kumulativnog mlaza

# Dubina prodiranja kumulativnog mlaza

- Uticaj **partikulacije mlaza** je važan efekat koji nije obuhvaćen zakonom gustina.
- Smatraćemo da posle partikulacije dolazi do formiranja većeg broja **segmenata** koji nemaju međusobnu interakciju, ali zadržavaju **relativnu brzinu** ( $v_j - u$ ).

- **Dinamički pritisak** na graničnu površinu može se odrediti iz sile:

$$F = \dot{m} \cdot v_j = \rho_j A (v_j - u)^2$$

- **uslov ravnoteže** može se napisati u obliku:

$$\rho_j (v_j - u)^2 = \frac{1}{2} \rho_t u^2$$

- Ako poslednji izraz uporedimo sa izvornom jednačinom ravnoteže, očigledno je da se **uslov ravnoteže** može napisati **u opštem obliku**:

$$\lambda \rho_j (v_j - u)^2 = \rho_t u^2$$

vrednost parametra  $\lambda=1$  odgovara kontinualnom mlazu, a  $\lambda=2$  potpuno segmentiranom kumulativnom mlazu

- Vrednosti  $\lambda$  u domenu  $1 < \lambda < 2$  - **do partikulacije mlaza dolazi u toku procesa probijanja**.
- Analogno prethodnom postupku, jednostavno se dolazi do **izraza za probojnost**:

$$P = l_j \sqrt{\frac{\lambda \rho_j}{\rho_t}}$$

- U poslednjem izrazu  $l_j$  je ukupna dužina mlaza (računajući i rastojanja između segmenata) u trenutku udara u prepreku, dok je  $\rho_j$  efektivna srednja gustina mlaza koja se određuje na bazi ukupne dužine mlaza, te stoga ima manju vrednost od gustine u slučaju kontinualnog mlaza.

# Dubina prodiranja kumulativnog mlaza

- Uticaj standoff-a  $s$ , moguće je uzeti u obzir na sledeći način:

$$l = l_0(1 + \alpha s)$$

- gde je  $l_0$  dužina mlaza pri nultom standoff-u, dok parametar  $\alpha$  zavisi od gradijenta brzine mlaza. Tada osnovni zakon gustina dobija **modifikovani oblik**, odnosno proizilazi da je **dubina prodiranja proporcionalna standoff-u**.

$$P = l_0(1 + \alpha s) \sqrt{\frac{\rho_j}{\rho_t}} \quad P \propto (1 + \alpha s)$$

- Ovo je tačno sve dok ne dođe do **partikulacije mlaza**. Ako je mlaz segmentiran pre nego što je počela interakcija mlaza i prepreke ( $\lambda=2$ ), tada važi:

$$P = l_j \sqrt{\frac{2\rho_j}{\rho_t}} = \sqrt{\frac{2m_j l_j}{\rho_t A_j}} = \sqrt{\frac{2m_j l_0(1 + \alpha s)}{\rho_t A_j}}$$

gde  $m_j$  i  $A_j$  označavaju nepromenjene vrednosti mase i površine poprečnog preseka mlaza. U ovom slučaju dobijamo, kao i u slučaju kada do partikulacije mlaza dolazi u toku probijanja ( $1 < \lambda < 2$ ) imamo:

$$P \propto \sqrt{1 + \alpha s} \quad P \propto \sqrt{\lambda(1 + \alpha s)}$$

- Poslednje dve relacije ukazuju na to da **i u slučaju partikulacije mlaza takođe dolazi do povećanja probojnosti** sa rastom standoff-a, iako ta zavisnost nije linearna.

# Dubina prodiranja kumulativnog mlaza

- Eksperimentalna istraživanja pokazuju da postoji **optimalna vrednost standoff-a**, odnosno da se probojnost najpre povećava sa porastom standoff-a i dostiže maksimum, a zatim opada sa daljim rastom standoff-a.
- Uzrok pada probojnosti je **nesaosnost segmenata** mlaza posle partikulacije:
  - ova pojava je neizbežna posledica **asimetrije pri dinamičkom lomu** materijala mlaza, izvesnih nesavršenosti pri formiranju i razvlačenju mlaza, uticaja aerodinamičkih sila itd.
  - formirani segmenti mlaza **rotiraju oko poprečne ose**, te njihov položaj, kao i pravac brzine odstupaju od izvorne ose kumulativnog mlaza
  - energija delova mlaza se ne usmerava samo na dalje povećavanje dubine šupljine, već i na **povećavanje njenog prečnika**
- **Promenljiva efektivna površina poprečnog preseka** mlaza:

$$A_j = A_0 (1 + \beta s^2)$$

gde  $A_0$  odgovara preseku mlaza pri nultom standoff-u

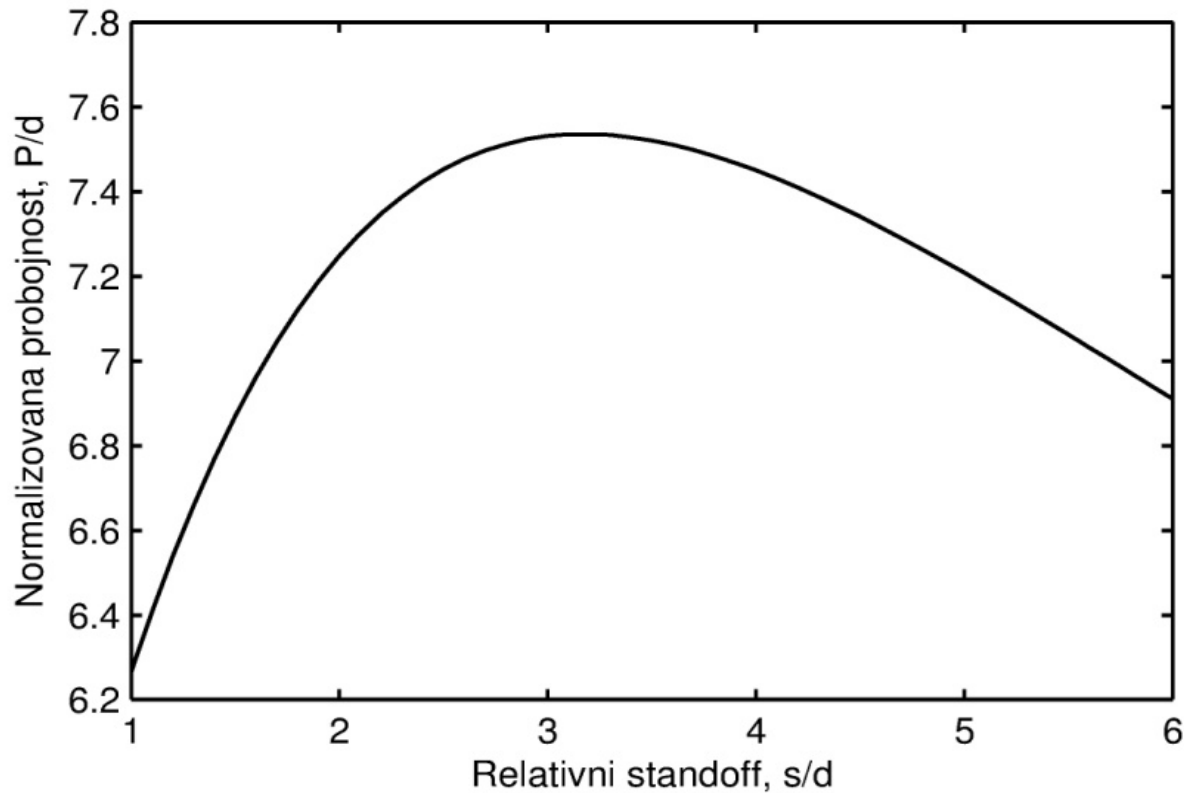
- **uticaj standoff-a na probojnost** se može napisati u opštem obliku:

$$P = \sqrt{\frac{\lambda m_j l_0}{\rho_t A_0}} \sqrt{\frac{1 + \alpha s}{1 + \beta s^2}}$$

- Sada je jasno da se zavisnost probojnosti mlaza od standoff-a može formulisati kao:

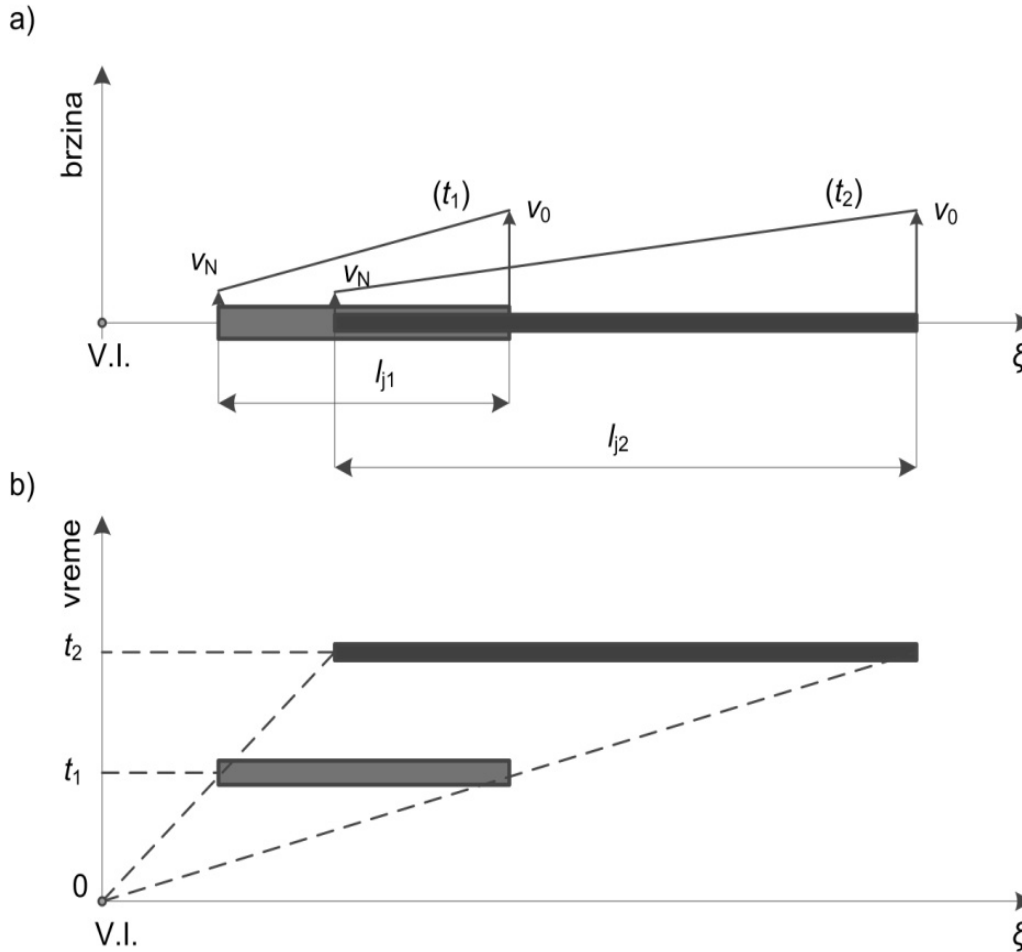
$$P \propto \sqrt{\frac{1 + \alpha s}{1 + \beta s^2}}$$

# Dubina prodiranja kumulativnog mlaza



**Uticaj standoff-a na probojnost kumulativnog mlaza**

# Dubina prodiranja kumulativnog mlaza

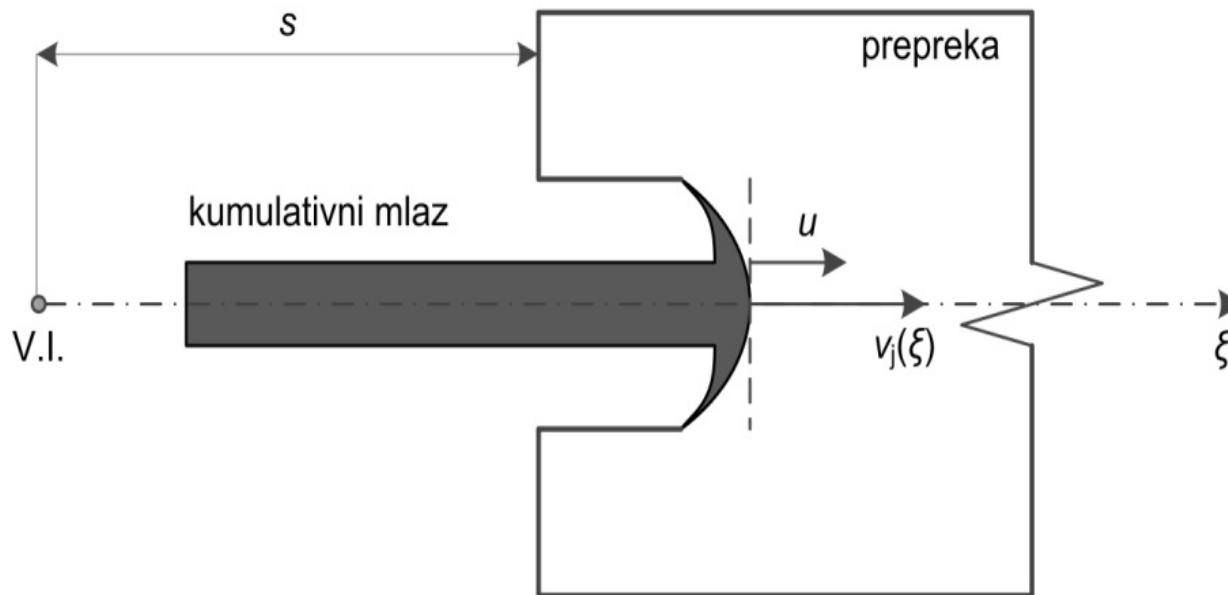


- Probijanje kumulativnim mlazom promenljive brzine
- Važan pojam za razumevanje evolucije kretanja kumulativnog mlaza je koncept tzv. **virtuelnog ishodišta** (eng. **virtual origin**) ili tačkastog izvora mlaza.

**Koncept virtuelnog ishodišta (V.I.) kumulativnog mlaza – karakteristike mlaza u dva trenutka  $t_1$  i  $t_2$ : a) koordinatni sistem položaj-brzina, b) koordinatni sistem položaj-vreme**

# Dubina prodiranja kumulativnog mlaza

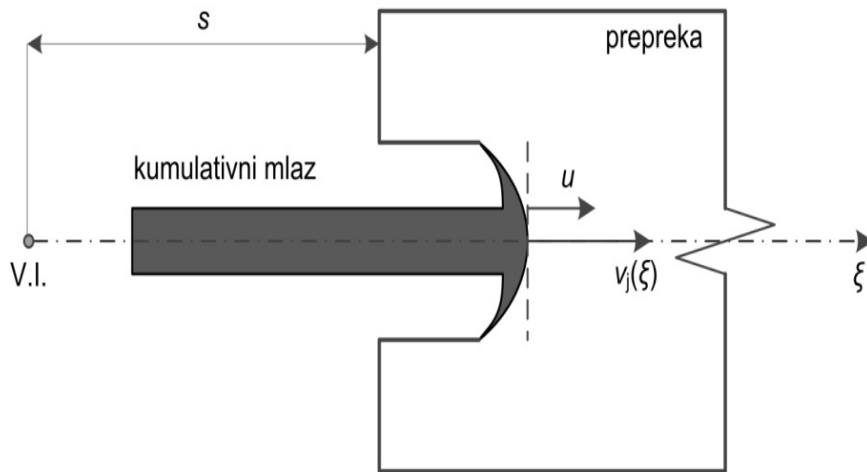
- Jednodimenzijski model probijanja **kumulativnog mlaza promenljive brzine** zasniva se na sledećim pretpostavkama:
  - postoji **virtuelno ishodište**, odnosno raspodela brzine mlaza je **linearna**
  - zanemaruju se **čvrstoća i stišljivost materijala mlaza i prepreke**, kao i u ranije razmatranom pristupu koji je doveo do zakona gustina
  - pretpostavlja se **jednovremena partikulacija mlaza**
  - svaki od novoformiranih segmenata mlaza posle partikulacije deluje na prepreku kao **kontinualan mlaz**



**Probijanje prepreke  
kumulativnim mlazom  
promenljive brzine**

# Dubina prodiranja kumulativnog mlaza

- Osnovne jednačine modela:



**Probijanje prepreke kumulativnim mlazom  
promenljive brzine**

$$u = \frac{v_j(\xi)}{1 + \gamma} \quad u = \frac{d\xi}{dt} \quad \xi = v_j(\xi)t$$

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{1}{1 + \gamma} \frac{\xi}{t} \quad \xi = \xi_0 t^{\frac{1}{1+\gamma}}$$

$$\xi = s \left( \frac{t}{t_0} \right)^{\frac{1}{1+\gamma}} \quad p = \xi - s = s \left[ \left( \frac{v_0}{v} \right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right]$$

$$P = s \left[ \left( \frac{v_0}{v_{\min}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right]$$

- $v_{\min}$  je od 2 do 3 km/s

# Dubina prodiranja kumulativnog mlaza

- Prethodna relacija važi ako je

$$t_0 < T < t_b$$

- $T$  – trenutak završetka procesa probijanja (takođe mereno od trenutka "formiranja" mlaza u virtuelnom ishodištu)
- $t_b$  - momenat partikulacije mlaza

- Sa druge strane, razmotrimo slučaj relativno velike vrednosti standoff-a, pri kojoj je do partikulacije došlo pre nego što je započeto probijanje, tj.

$$t_b < t_0 < T$$

Dubina prodiranja segmenata mlaza jednaka je dubini prodiranja koju bi ostvario kontinualni mlaz čija je dužina pre partikulacije:

$$P = \frac{l_j(t_b)}{\gamma} = \frac{(v_0 - v_{\min})t_b}{\gamma}$$

# Dubina prodiranja kumulativnog mlaza

- Konačno, postoji i **treća mogućnost** – da do partikulacije mlaza dođe u toku procesa probijanja, odnosno posle kontakta vrha mlaza sa preprekom  $t_0 < t_b < T$

Tada **standoff zadovoljava uslov:**

$$v_0 t_b > s > v_{\min} t_b \left( \frac{v_{\min}}{v_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

- Dubina prodiranja kumulativnog mlaza** u ovom slučaju se dobija kao zbir penetracije kontinualnog mlaza (do trenutka  $t_b$ ) i segmentiranog mlaza (od  $t_b$  do  $T$ ). Korišćenjem ranije izvedenih relacija jednostavno se pokazuje da važi:

$$P = \frac{1}{\gamma} \left[ (\gamma + 1) s^{\frac{\gamma}{1+\gamma}} (v_0 t_b)^{\frac{1}{1+\gamma}} - v_{\min} t_b \right] - s$$

# Dubina prodiranja kumulativnog mlaza

- U prethodnim relacijama brzina mlaza  $v_{\min}$  je korišćena kao **kritični parametar** koji definiše završetak procesa penetracije
- Međutim, **eksperimentalna ispitivanja** su pokazala da ovaj parametar nije konstanta za određeni sistem mlaz/prepreka, odnosno da značajno raste sa povećanjem standoff-a
- S druge strane, pokazuje se da je **minimalna brzina probijanja**:

$$u_{\min} = \frac{v_{\min}}{1 + \gamma}$$

praktično nezavisna od standoff-a

- Naredno unapređenje – zasnovano na **zameni minimalne brzine mlaza  $v_{\min}$ , najmanjom brzinom probijanja  $u_{\min}$**  pri kojoj je proces penetracije putem erozije materijala i dalje moguć
- Minimalna brzina probijanja  $u_{\min}$  je reda 1,0 km/s i približno se može proceniti u funkciji BRINELL-ove tvrdoće materijala prepreke na bazi empirijske relacije:

$$u_{\min} \text{ (km/s)} = 0,44 + 0,00206 \cdot \text{BHN}$$