

Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 3

1. Naći ono rešenje diferencijalne jednačine

a) $\frac{T'''}{\cos \frac{\pi t}{3}} + t = 0$, $T = T(t)$, koje zadovoljava početne uslove $T(1/2) = 1$, $T'(1/2) = 0$, $T''(1/2) = -1$ (ukoliko takvo rešenje postoji); (4p)

b) $h = H'' + 2H''$, $H = H(h)$ koje zadovoljava početne uslove $H(3) = 1$, $H'(3) = 0$, (ako takvo rešenje postoji). (5p)

c) Naći opšte resenje diferencijalne jednačine $2\rho\rho'' = 3\rho'^2 + 4\rho^2$, $\rho = \rho(\varphi)$, ako je poznato da ρ uvek mora biti pozitivno i da predstavlja rastuću funkciju po argumentu φ . (6p)

2. Naći opšte rešenje nehomogene linearne diferencijalne jednačine 2.reda

$$(x+1)y'' - (5x+6)y' + (6x+8)y = -3(x+1)^3 e^{4x}, \quad y = y(x), \quad x > 0. \quad (10p)$$

ukoliko je poznato da njena odgovarajuća homogena jednačina ima (jedno) rešenje u obliku eksponencijalne funkcije. .

3. Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine 3. reda

$$2y''' - y'' - 3y' - y = \operatorname{ch} \frac{x}{2} + x \sin^2 \frac{x\sqrt{5}}{4}, \quad y = y(x). \quad (12p)$$

4. Odrediti funkciju $f(x, y, z)$ takvu da vektorsko polje brzine nestišljivog fluida $\vec{A}(x, y, z) = (y + z, z + x, f(x, y, z))$ bude harmonijsko uz uslov $\vec{A}(\vec{0}) = \vec{0}$, a zatim naći njegov skalarni i bar jedan vektorski potencijal, kao i onu strujnicu koja prolazi kroz tačku $(1, 2, 3)$. (13p)

5. Odrediti dva puta diferencijabilnu funkciju $f(r)$ takvu da je

$$\nabla^2 f(r) = r^2,$$

gde je \vec{r} vektor položaja proizvoljne tačke u prostoru, a r njegov intenzitet. (10p)

Nastavnici: Aleksandar Pejčev
Jelena Tomanović

Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadatka.

SREĆNO!!!

Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 3

1. Naći ono rešenje diferencijalne jednačine

a) $\frac{T'''}{\sin \frac{\pi t}{3}} + t = 0$, $T = T(t)$, koje zadovoljava početne uslove $T(1/2) = 1$, $T'(1/2) = 0$, $T''(1/2) = -1$ (ukoliko takvo rešenje postoji); (4p)

b) $h = H'' + 2H''$, $H = H(h)$ koje zadovoljava početne uslove $H(3) = 1$, $H'(3) = 0$, (ako takvo rešenje postoji). (5p)

c) Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine $3\rho'^2 + 4\rho^2 = 2\rho\rho''$, $\rho = \rho(\varphi)$, ako je poznato da ρ uvek mora biti pozitivno i da predstavlja rastuću funkciju po argumentu φ . (6p)

2. Naći opšte rešenje nehomogene linearne diferencijalne jednačine 2. reda

$$(x+1)y'' - (5x+6)y' + (6x+8)y = 3(x+1)^3 e^{4x}, \quad y = y(x), \quad x > 0. \quad (10p)$$

ukoliko je poznato da njena odgovarajuća homogena jednačina ima (jedno) rešenje u obliku eksponencijalne funkcije. .

3. Naći opšte rešenje diferencijalne jednačine 3. reda

$$2y''' - y'' - 3y' - y = \operatorname{sh} \frac{x}{2} + x \cos^2 \frac{x\sqrt{5}}{4}, \quad y = y(x). \quad (12p)$$

4. Odrediti funkciju $f(x, y, z)$ takvu da vektorsko polje brzine nestišljivog fluida $\vec{A}(x, y, z) = (y + z, f(x, y, z), x + y)$ bude harmonijsko uz uslov $\vec{A}(\vec{0}) = \vec{0}$, a zatim naći njegov skalarni i bar jedan vektorski potencijal, kao i onu strujnicu koja prolazi kroz tačku $(3, 2, 1)$. (13p)

5. Odrediti dva puta diferencijabilnu funkciju $f(r)$ takvu da je

$$\nabla^2 f(r) = -r^2,$$

gde je \vec{r} vektor položaja proizvoljne tačke u prostoru, a r njegov intenzitet. (10p)

Nastavnici: Aleksandar Pejčev
Jelena Tomanović

Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

SREĆNO!!!