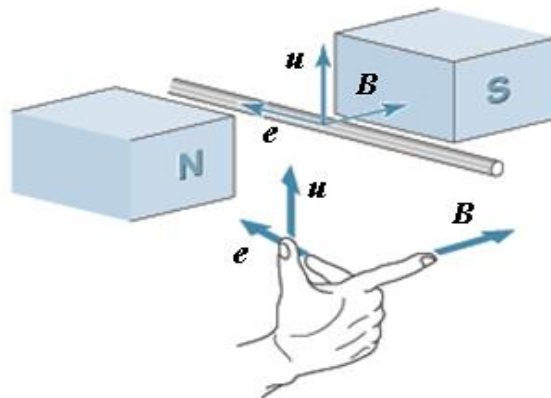


# 4 Машине за једносмерну струју

Генератори једносмерне струје (тзв. динамо машине) су најстарије електричне машине. Динамо машина је реверзибилна, што значи да може да ради не само као генератор, већ и као мотор. Генератори и мотори за једносмерну струју се данас све мање користе. Уместо њих, користе се напредније машине за наизменичну струју. Појавом асинхроног мотора једносмерни мотори постају све мање актуелни, међутим, и данас, мотор једносмерне струје има изванредне особине у погледу регулисања брзине обртања, еластичности рада и могућности постизања великог почетног момента.

## 4.1 Принцип рада

Већина електричних машина функционише на принципу узајамног деловања између проводника са струјом и електромагнетског поља. Принцип рада **генератора** заснован је на Фарадејевом закону електромагнетне индукције, релација (2.1), који поред осталог, имплицира да се електромоторна сила (напон) индукује у проводнику који се креће тако да пресеца линије магнетног флукса, као што је илустровано на слици 4.1.



Слика 4.1 Индуковање емс, правило десне шаке за одређивање смера.

Дакле, ако се прав проводник оријентисане дужине  $l$  креће брзином  $u$  кроз хомогено магнетно поље индукције  $B$ , тада се у проводнику индукује електромоторна сила  $e$  према релацији:

$$e = l \cdot (u \times B). \quad (4.1)$$

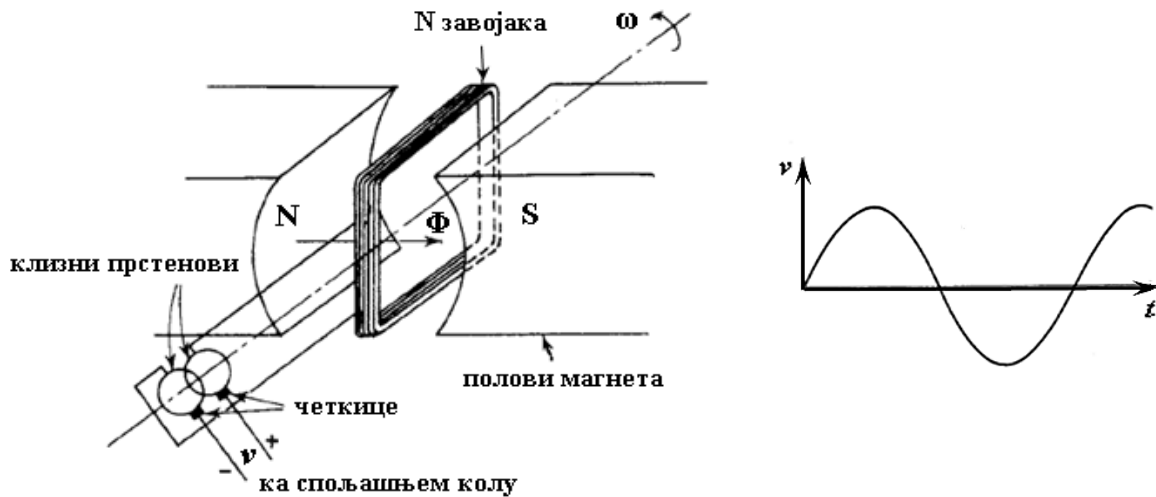
Смер индуковане емс се, онда, поклапа са смером вектора  $l$  (оријентисана дужина проводника). За одређивање смера индуковане емс може се користити и правило десне шаке, како је показано на слици 4.1. Ако палац показује правац и смер кретања проводника, а кажипрст правац и смер линија магнетске индукције, онда средњи прст показује смер индуковане електромоторне силе. Ако се прав проводник дужине  $l$  креће тако да је брзина  $u$  нормална на дужину проводника, тада је једино компонента брзине  $u_{\perp}$  управна на линије хомогеног магнетног поља  $B$  ефективна у индуковању емс  $e$ :

$$e = Blu_{\perp}. \quad (4.1.a)$$

Ако се правоугаони намотај од  $N$  завојака, дужине  $l$  и полупречника  $r$ , окреће константном угаоном брзином  $\omega$  у униформном магнетном пољу индукције  $B$ , тада се у намотају индукује синусна емс  $e$ :

$$e = 2BNlr\omega \sin(\omega t) = BNA\omega \sin(\omega t), \tag{4.2}$$

где је  $A = 2rl$  површина намотаја кроз коју вектор магнетске индукције  $B$  ствара флуks. Ако занемаримо отпорност намотаја, напон на крајевима намотаја једнак је индукованој емс,  $v = e$ , и доступан је на четкицама, као што је приказано на слици 4.2.

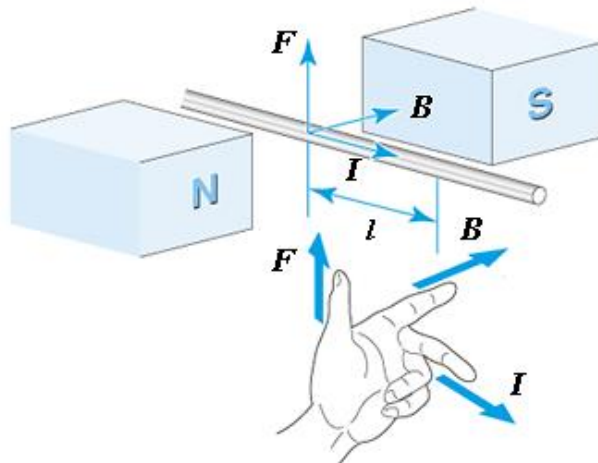


Слика 4.2 Елементарни генератор наизменичног напона.

Принцип рада **мотора** заснован је на Амперовом закону о сили, релација (1.2), који указује да на прав проводник дужине  $l$  са струјом  $I$ , који се налази у хомогеном страном магнетском пољу индукције  $B$ , делује сила:

$$F = Il \times B. \tag{4.3}$$

Вектор  $l$  је оријентисана дужина проводника у смеру струје  $I$ . За одређивање правца и смера Амперове силе може се користити правило леве шаке, илустровано на слици 4.3.



Слика 4.3 Амперова сила, правило леве шаке.

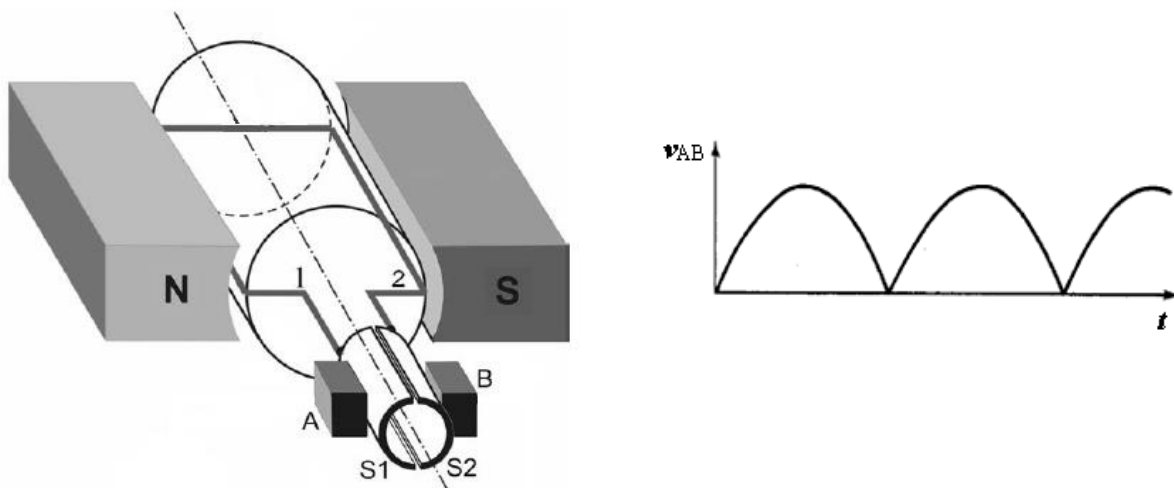
Ако средњи прст показује смер струје кроз проводник, а кажипрст правац и смер линија магнетске индукције, онда палац показује правац и смер силе на проводник. Векторски производ у изразу (4.3) указује да је ефективна само нормална компонента вектора  $I_{\perp}$  (управна на линије магнетске индукције), па се интензитет Амперове силе може изразити као:

$$F = B(I)_{\perp}. \quad (4.3.a)$$

Ако се намотај генератора са слике 4.2 равномерно okreће, на његовим прикључцима (четкицама) добија се наизменични синусни напон, чија је средња вредност нула. Ако се, пак, на четкице намотаја доведе побудни синусни напон, на намотај ће деловати наизменични синусни обртни момент, чија је средња вредност нула. Ако се на четкице прикључи једносмерни напон, резултујући момент ће тежити да постави намотај у неутрални положај максималног флуksа, приказан на слици 4.2.

## 4.2 Улога комутатора

Да би се добио једносмерни напон различит од нуле на четкицама (генераторски режим), или обезбедио једносмерни обртни момент различит од нуле на намотај (моторни режим), механизам са клизним прстеновима и четкицама, приказан на слици 4.2, мора се модификовати. Уместо два клизна прстена по којима су клизиле четкице повезане са намотајем, користи се само један клизни прстен подељен на два једнака, међусобно изолована полупрстена, означена са S1 и S2 на слици 4.4. Четкице означене са А и В клизе по полупрстеновима S1 и S2, а цео систем назива се комутатор.



Слика 4.4 Елементарни једносмерни генератор – мотор са комутатором.

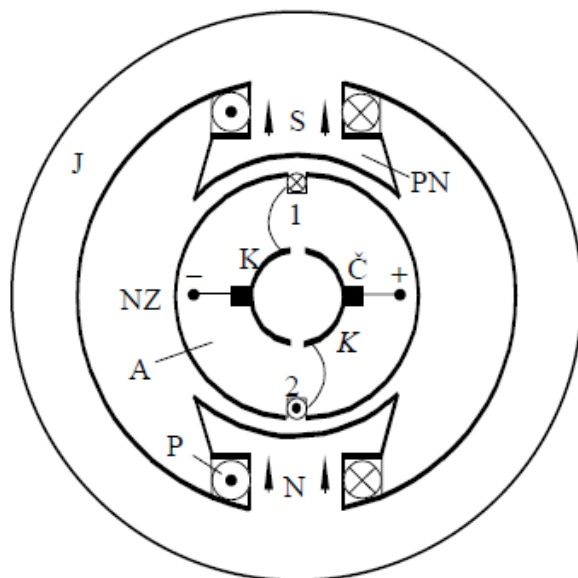
Може се једноставно показати, применом правила десне шаке, да у овом систему четкице имају дефинисане поларитете и да њихова потенцијална разлика, тј. излазни напон  $v_{AB}$ , приказан на слици 4.4 десно, има средњу вредност различиту од нуле, па се уређај са слике 4.4 понаша као једносмерни генератор.

Применом правила леве шаке, може се показати да ако се на четкице доведе једносмерни напон, на намотај 1-2 на слици 4.4 деловаће једносмерни обртни момент узрокујући обртање намотаја на једну страну, па се уређај са слике 4.4 понаша као једносмерни мотор.

Комутатор је саставни део велике већине једносмерних машина, изузеци су тзв. хомополарне машине и Фарадејев точак.

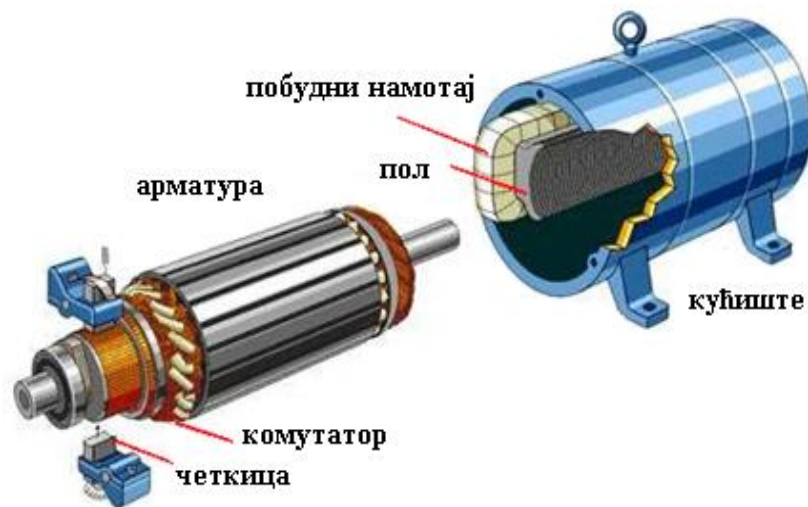
### 4.3 Намотаји статора и ротора

На слици 4.5 шематски је приказана поједностављена машина за једносмерну струју са два пола и једним намотајем. Главни (челични) полови (N и S) причвршћени су за јарам (J) гвозденог статора (непокретни део машине). Полови (N и S) на себи носе побудни намотај (P) кроз које протиче побудна струја. Неке машине имају више побудних намотаја по једном полу. На врху пола налазе се полни наставци (PN) који су врло близу покретног дела машине, ротора који се често назива арматура (A) или индукт. Полни наставци као и сам пол најчешће се израђују од челичних лимова и то из практичних разлога, а не због смањења вртложних губитака у језгру, јер кроз намотаје протиче једносмерна струја.



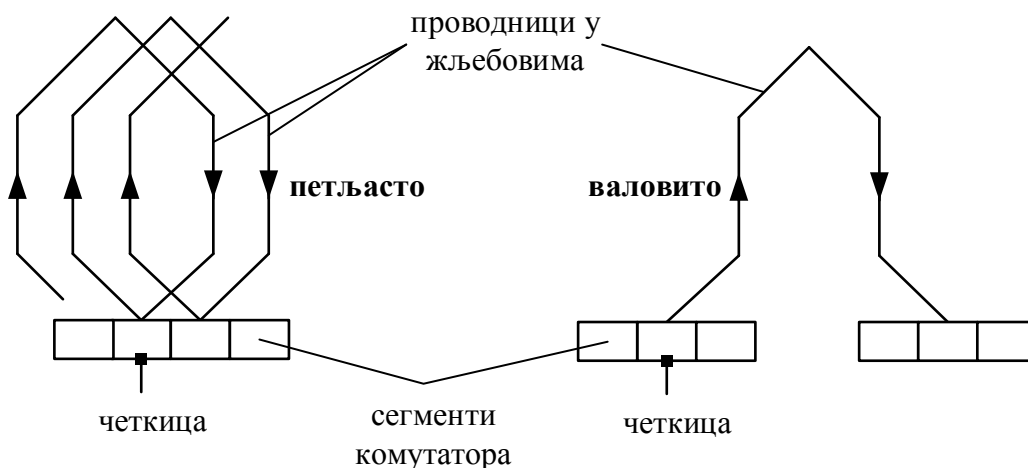
Слика 4.5 Шематски приказ двополне машине за једносмерну струју. Ознаке: J - јарам, S и N - главни полови, P- побудни намотај, PN - полни наставци, A - арматура (ротор), K - комутатор (колектор), Џ - четкице, NZ - магнетно неутрална зона (оса), 1 и 2 – поједностављени намотај ротора (индукта).

На ротору се налази комутатор (K) на који налажу четкице (Џ). Комутатор је издељен на међусобно изоловане сегменте (у приказаном случају на слици постоје два таква сегмента). Четкице се постављају у неутралну магнетну зону (NZ) главних половина (N и S). Намотај ротора (1-2) повезан је са сегментима комутатора (K) на који налажу четкице (Џ). Арматура машине се најчешће налази на ротору и састоји се од језгра, које се прави од челичних лимова и које на себи носи арматурне намотаје. На слици 4.6 приказана је једносмерна машина са више арматурних (роторских) намотаја. Комутатор се најчешће израђује од бакарних сегмената међусобно изолованих лискуном преко којих клизе графитне четкице. Ако арматура има више намотаја, онда клизни прстен комутатора мора бити подељен на више сегмената. Крајеви сваког арматурног намотаја повезани су са одговарајућим сегментима на клизном прстену.



Слика 4.6 Једносмерна машина са више намотаја на ротору (арматури).

Арматура може бити намотана на два начина: петљасти и валовити (слика 4.7). Код петљастог мотања, крај намотаја и почетак њему суседног намотаја повезани су на исти сегмент комутатора, и тако редом, док се сви намотаји не повежу. При петљастом мотању, број паралелних путања за струју  $a$  једнак је броју полова машине  $2p$ , где је  $p$  број пари полова (углавном се користи у струјно захтевним применама). Други начин намотавања је валовито, када су крајеви истог намотаја раздвојени за више сегмената комутатора. Код валовитог мотања број паралелних путања за струју  $a$  увек је једнак 2. Овакав начин намотавања омогућава сабирање напона у свим проводницима између четкица и користи се у напонски захтевним применама. Поред овога, намотаји се могу повезивати и у редно-паралелне комбинације.



Слика 4.7 Повезивање намотаја арматуре са комутатором.

#### 4.4 Индукована електромоторна сила ротора

Нека проводник ротира брзином од  $n$  обртаја у минути у магнетном пољу које формира  $2p$  полова (односно  $p$  пари полова), сваки пол са флуksom  $\phi$ . Укупан флукс који

проводник "пресече" за један минут је, онда,  $2p\phi n$ . За један секунд, проводник "исече" шездесети део укупног флукса,  $\Delta\phi = 2p\phi n / 60$ , а индукована емс у проводнику је онда:

$$e = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{2p\phi n}{60} = \frac{p\phi n}{30} \text{ [V]} \quad (4.4)$$

Ако има укупно  $z$  проводника у арматури, повезаних у  $a$  паралелних грана, тада је ефективни број серијски (редно) повезаних проводника  $z/a$ , па је укупна индукована електромоторна сила у арматури  $E$ , према релацији (4.4):

$$E = \frac{2p\phi n}{60} \frac{z}{a} = \frac{zp}{\pi a} \phi \omega_m \text{ [V]} , \quad (4.5)$$

где је  $\omega_m = 2\pi n / 60$  [rad/s], а  $p$  број пари полова. Релација (4.5) може се записати као:

$$E = k_a \phi \omega_m = k_g \phi \cdot n , \quad (4.6)$$

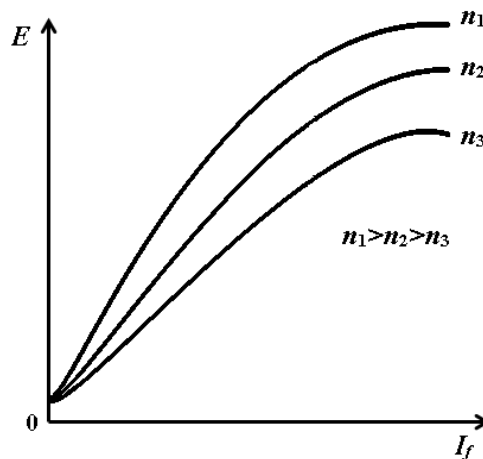
где су  $k_a = \frac{zp}{\pi a}$  и  $k_g = \frac{zp}{30a}$  константе. Ако је магнетно коло линеарно, тј. ако током рада машине не наступа сатурација, тада је флукс директно сразмеран побудној струји:

$$\phi = k_f i_f , \quad (4.7)$$

па релација (4.6) постаје:

$$E = k i_f \omega_m \quad (4.8)$$

где је  $k = k_f k_a$  нова константа. Ако је магнетно коло нелинеарно, зависност индуковане електромоторне силе у арматури  $E$  од побудне струје магнетског поља  $I_f$  је нелинеарна крива са брзином  $n$  као параметром, као што је илустровано на слици 4.8.



Слика 4.8 Индукована емс арматуре (ротора)  $E$  у функцији  $I_f$  за нелинеарна кола.

## 4.5 Обртни момент мотора

Механичка снага која се развија у ротору је  $P_m = M_e \omega_m$ , где је  $M_e$  електромагнетни момент и  $\omega_m$  угаона брзина ротора. Ако се овај момент развија при струји арматуре  $i_a$

и индукованој емс у арматури  $E$ , онда је електрична снага ротора  $P_e = Ei_a$ . Занемарујући све губитке у арматури (ротору) следи:

$$M_e \omega_m = Ei_a, \quad (4.9.a)$$

а ако  $E$  изразимо преко релације (4.6) добија се:

$$M_e = k_a \phi i_a. \quad (4.9.b)$$

Ова једначина је позната као једначина момента. Ако је магнетно коло линеарно, важи:

$$M_e = k_i i_f i_a, \quad (4.10)$$

где је  $k = k_f k_a$  константа електромеханичког претварања енергије, као у изразу (4.8). Иако у изразима (4.7–4.10) фигуришу тренутне вредности напона и струја, ови изрази су валидни и за вредности у стабилном, устаљеном стању.

## 4.6 Брзина обртања мотора

Арматура (роторски намотај) једносмерног мотора може се шематски представити као на слици 4.9.  $E$  је индукована електромоторна сила у намотају арматуре,  $I_a$  струја арматуре, а  $R_a$  отпорност арматуре. У стабилном стању важи:

$$V - E = I_a R_a. \quad (4.11)$$

Ако изразимо  $E$  преко (4.6) и заменимо у (4.11) следи:

$$\omega_m = \frac{V - I_a R_a}{k_a \phi}, \quad (4.12)$$

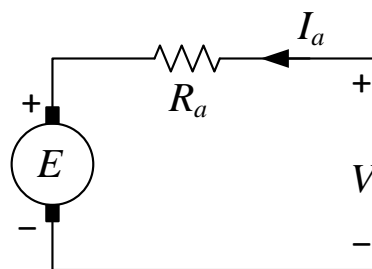
што за линеарно магнетно коло,  $\phi = k_f i_f$ , постаје

$$\omega_m = \frac{V - I_a R_a}{k I_f}. \quad (4.13)$$

Алтернативна форма израза (4.13) је:

$$n = \frac{V - I_a R_a}{k_m I_f} = \frac{V - I_a R_a}{k_g \phi} \text{ [obr/min]} \quad (4.14)$$

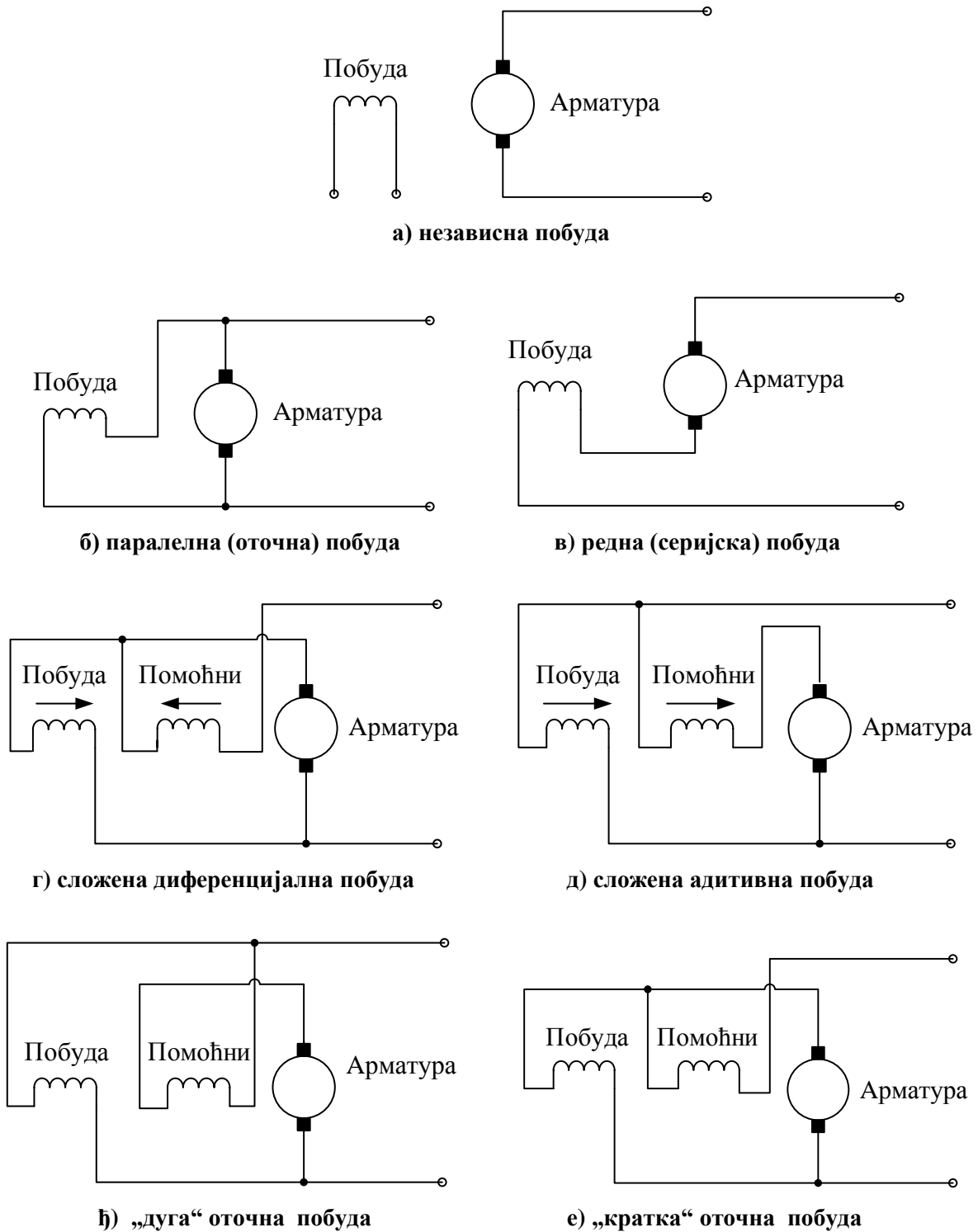
где је  $k_m = 2\pi k / 60$  [ $\Omega$ min]. Релација (4.13) или (4.14) је позната као једначина брзине.



Слика 4.9 Шематски приказ арматуре (ротора).

### 4.7 Подела према начину побуђивања

Једносмерне машине могу се класификовати на основу електричне везе између намотаја статора (побуде) и намотаја ротора (арматури). На сликама 4.10.а-е приказани су различити начини повезивања побудног и арматурног намотаја.



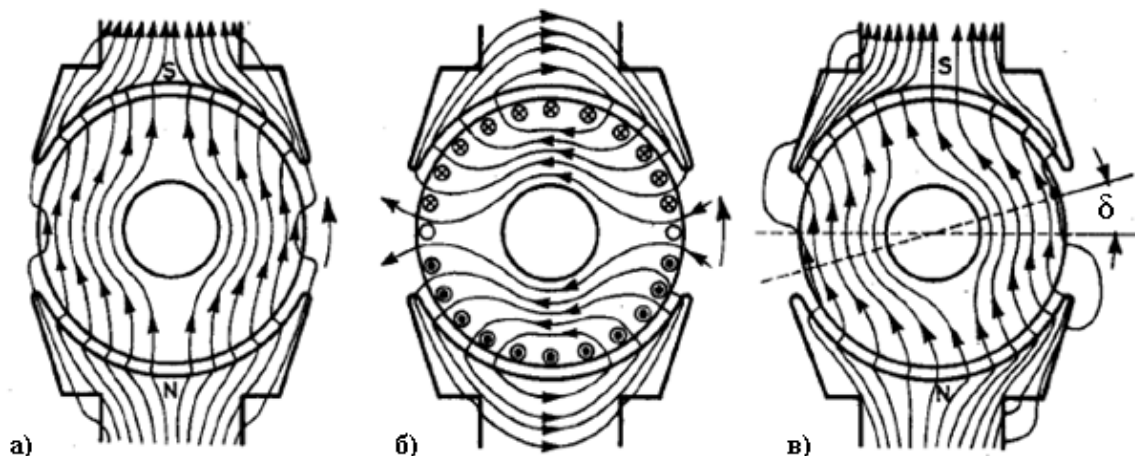
Слика 4.10 Различити начини побуђивања једносмерне машине.

Побудни намотај се на шемама представља симболом калема или отпорника и окарактерисан је својом отпорношћу. Арматуру представљамо као на слици 4.9, редном везом индуковане електромоторне силе и отпорности арматурног намотаја. Поред побудног и арматурног намотаја, понекада се користи и трећи (помоћни) намотај.

#### 4.8 Поље у зазору и реакција индукта

Поред побудног намотаја, магнетно поље у једносмерној машини ствара и струја која протиче кроз намотаје арматуре. За роторски намотај (арматуру), често се користи и назив индукт, а за статорски (побудни) намотај и назив индуктор. До сада није разматран утицај роторског поља (реакције индукта) на магнетно поље у једносмерној машини, већ се сматрало да магнетно поље потиче искључиво од струје кроз индуктор, што и јесте тачно за неоптерећену машину, тј. за машину која ради у празном ходу, са отвореним електричним колом индукта.

У празном ходу у машини постоји само магнетско поље индуктора (статора), док се при оптерећењу, услед струје индукта (ротора), јавља и магнетско поље ротора (појава позната под називом реакција индукта). Магнетно поље ротора је попречно постављено у односу на магнетно поље статора. На слици 4.11.а-в приказана су редом, побудно магнетно поље, поље (реакција) ротора и резултантно магнетно поље у машини. Резултантно магнетно поље је закривљено, а магнетна оса ротора одступа од његове геометријске осе (угао  $\delta$  на слици 4.11.в).

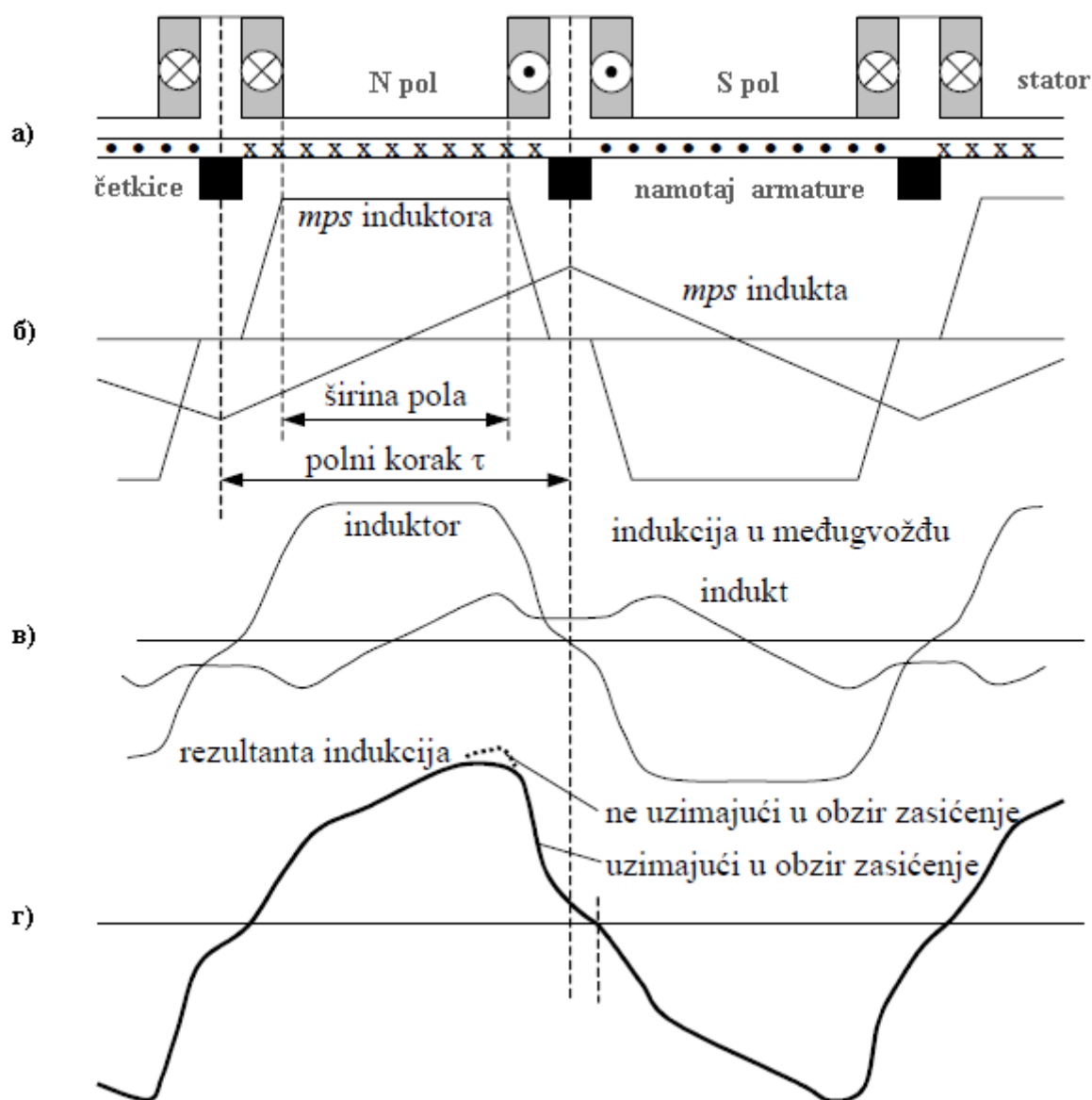


Слика 4.11 Магнетна поља: а) побуде, б) реакције индукта и в) резултантно поље.

На слици 4.12.а приказана је машина једносмерне струје са два истакнута пола (N pol и S pol). Магнетно поље индуктора формира побудни намотај обмотан око тела полова. Магнетомоторна сила побудног намотаја ( $m_{ps}$  индуктора на слици 4.12.б) има просторну расподелу облика правоугаоног таласа. Између полова статора и арматуре (индукта) налази се узак ваздушн зазор. Намотаји арматуре (ротора) приказани су у попречном пресеку у развијеном облику. Четкице се постављају између полова, тако да буду у неутралном магнетном подручју побудног поља. Магнетомоторна сила ротора ( $m_{pr}$  индукта на слици 4.12.б) има просторну расподелу облика троугаоног таласа. Густина магнетног флуksа (магнетна индукција) у међугвожђу поља индуктора и индукта приказана је на слици 4.12.в, а резултатна (збирна) индукција на слици 4.12.г. Реакција индукта утиче како на просторну расподелу флуksа у ваздушном зазору, тако и на величину резултантог флуksа по полу. Резултанта расподела флуksа је

окарактерисана повећањем флукса под једним крајем полног наставка и смањењем под другим крајем. Због засићења, ово повећање флукса је мање од смањења, тако да се резултатни флукс због реакције индукта, ипак смањује.

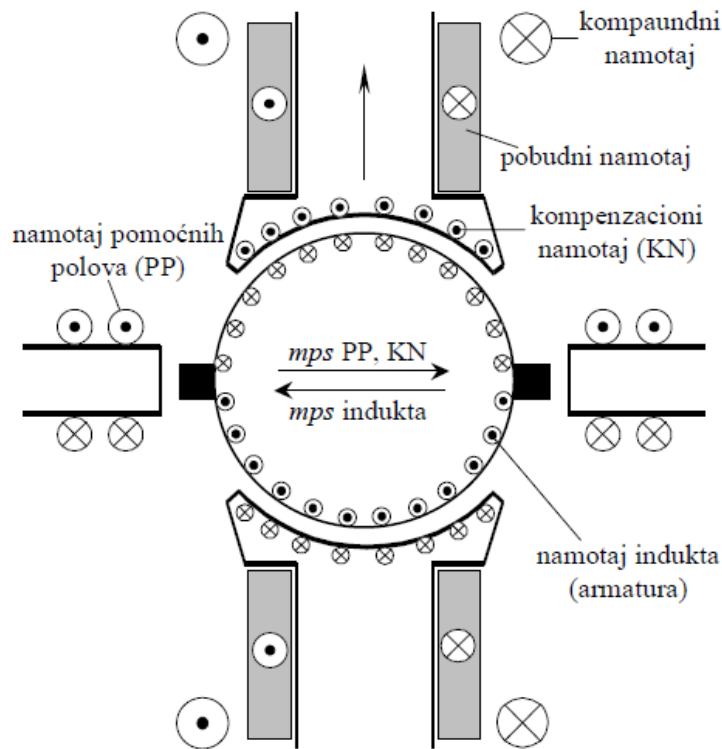
Неповољне последице које прате реакцију индукта су: губитак на индукованој електромоторној сили услед смањења резултантног флукса; комутација се услед помераја магнетне осе (слика 4.11.в) не дешава се у оптималном магнетно неутралном тренутку, што је праћено варничењем; повећање максималне индукције изазива веће губитке у гвожђу и повећање напона међу суседним сегментима комутатора, што може довести до прескакања варница и појаве тзв. кружне ватре око комутатора. Варнични лукови кратко спајају носаче четкица и стварају додатне проблеме у раду машине.



Слика 4.12.а-г Реакција индукта.

Мере које су предузимају у циљу сузбијања неповољних последица реакције индукта су померање четкица и увођење додатних намотаја. Померање четкица у стварну магнетно неутралну зону се врши помоћу посебних полуца. Ово је најстарија, врло непрактична, и данас углавном напуштена метода. Увођење додатних намотаја,

приказаних на слици 4.13, врши се са циљем да њихова магнетомоторна сила поништи деловање реакције индукта. За поништење реакције индукта у простору испод пола се употребљавају компаундни и компензациони намотај. Компаундни намотај је најједноставније и најјефтиније решење, али делује само на избегавање губитака у индукованој емс. Састоји се од неколико навојака жице обмотаних око магнетских полова. Кроз тај намотај се пропушта струја индукта у истом смеру као и струја побудног намотаја. Компензациони намотај је најбоље, али и најскупље решење. Смештен је у жлебове на полним наставцима статора, кроз проводнике се пропушта струја индукта, али тако да је смер струја супротан. За поништење реакције индукта у простору између главних полова употребљава се намотај помоћних полова, који је физички смештен на симетрали између главних полова. Главна функција намотаја помоћних полова је побољшање комутације. Магнетомоторна (ммс) сила компензационог намотаја мора бити једнака и супротна ммс индукта, док код намотаја помоћних полова ммс мора бити таква да прво поништи ммс индукта, а затим да створи супротно поље ради побољшања комутације.



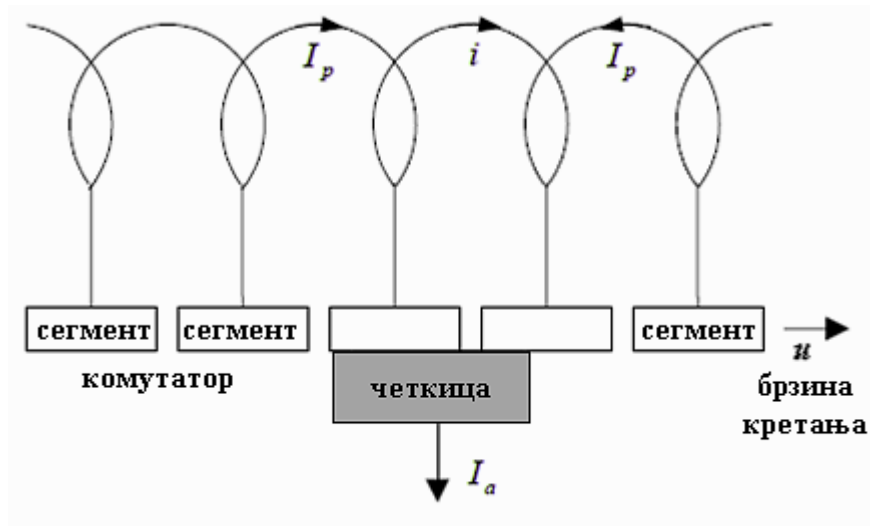
Слика 4.13 Намотаји машине за једносмерну струју.

## 4.9 Комутација

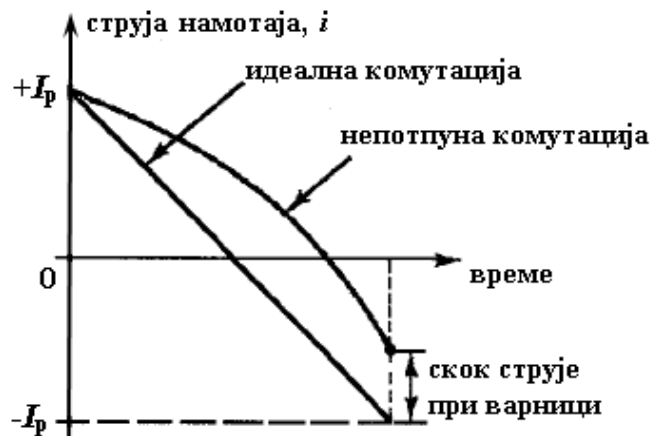
Под комутацијом се подразумева процес промене смера електромоторне силе, односно струје навојка, приликом проласка навојка кроз магнетно неутралну зону. За време трајања комутације, четкице кратко спајају навојак или део навојка. Струја проводника са вредности  $+I_p$  прво пада на вредност нула, а затим расте у супротном смеру до вредности  $-I_p$ . Квалитет комутације оцењује се према њеним последицама које се манифестују у појавама варничења између комутатора и четкица. Лоша комутација се огледа у знатном варничењу код номиналног оптерећења или код мањих

преоптерећења. Комутација без варничења је неопходан услов сигурног и дугог рада машине једносмерне струје. Узроци лоше комутације могу бити механички (истрошеност комутатора, вибрације комутатора, површинска оштећења и нечистоћа четкица и комутатора, итд) и електрични (утицај отпора и индукованих емс услед самоиндуктивности и међуиндуктивности). У електричном погледу, на комутацију највише утиче отпор четкица, положај четкица у односу на неутралну осу и деловање помоћних полова.

Идеална комутација приказана је правом линијом на слици 4.15. Међутим, пошто намотај поседује незанемариву индуктивност  $L$ , то се при промени смера струје  $i$ , приликом комутације, у намотају индукује контраелектромоторна сила  $e = L(\Delta i / \Delta t)$ , која се противи наглој промени струје кроз намотај. Као последица, наступа непотпуна комутација, приказана на слици 4.15, када струја кроз намотај не промени у потпуности своју вредност у тренутку када четкица прелази са једног на други сегмент. Ова разлика струје се компензује преко варнице између комутатора и четкице на самом крају комутације, јер је нагла промена струје  $\Delta i$  у кратком временском интервалу  $\Delta t \rightarrow 0$  праћена индуковањем велике контраелектромоторне силе  $e = L(\Delta i / \Delta t)$  и диелектричним пробојем околног ваздуха.



Слика 4.14 Намотај са струјом  $i$  током комутације.



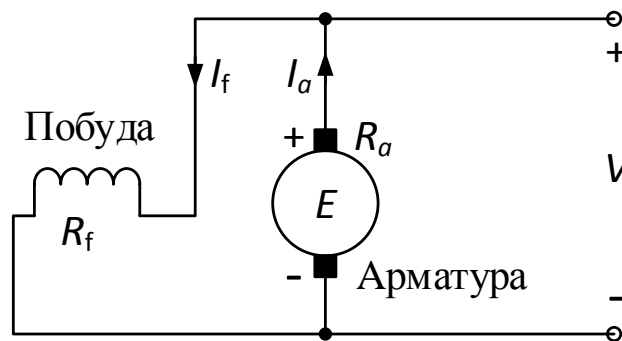
Слика 4.15 Промена струје навојка  $i$  током комутације.

Побољшање комутације се врши применом више поступака. Прва мера је повећање отпора четкица, у односу на отпор довода и намотаја, што се постиже употребом четкица од угља, односно графита. Сузбијање индуковане контраелектромоторне силе у намотајима се постиже додавањем помоћних полова. Помоћни полови морају да буду правилно димензионисани и постављени, како би се добила одговарајућа комутација. Примењује се и померање четкица у стварну неутралну магнетну осу. Проблеми везани за комутацију, односно постојање система комутатора и четкица, усложњавају одржавање машина за једносмерну струју и онемогућавају њихову примену у запаљивој и експлозивној средини због варничења на комутатору.

#### 4.10 Ефекат засићења на рад једносмерног генератора

Засићење игра значајну улогу у проблемима управљања радом једносмерне машине. На слици 4.16 приказана је шема једносмерног генератора са самопобуђивањем. У устаљеном стању важе следеће релације:

$$V = I_f R_f \text{ и } E = V + I_a R_a = I_f R_f + I_a R_a.$$



Слика 4.16 Једносмерни генератор са самопобуђивањем.

Ове релације су представљене правим линијама на графикону 4.17.а. Са порастом струје расту и напон  $V$  и индукована електромоторна сила  $E$ , без ограничења. Нагиб свих правих на графикону 4.17.а одређен је одговарајућом електричном отпорношћу  $R$ .



Слика 4.17 Карактеристике неоптерећеног генератора, а) без засићења и б) са засићењем.

Ако узмемо у обзир ефекат сатурације магнетног поља (график 4.17.б), стабилну радну тачку  $P$  у устаљеном стању одређује пресек криве магнетизације (у подручју сатурације) и карактеристике побуде,  $V = I_f R_f$ .

На графику 4.17.б може се уочити да на излазу генератора постоји мали излазни напон  $V_0$  и без побудне струје  $I_f$ . Овај напон је последица индуковане емс у ротору  $E$  која такође постоји без побудне струје  $I_f$ , као што је приказано на графику 4.8. Побудно поље у овом случају потиче од заостале (реманентне) магнетизације у машини настале као последица претходног рада и магнетизације језгра машине. Дакле, приликом стартовања (залетања) генератора иницијални побудни флуks обезбеђује реманентна магнетизација у језгру машине. Са графика 4.17.б уочава се да, ако је отпорност побудног намотаја већа од неке критичне вредности  $R_{f2}$ , генератор при датој брзини обртања неће моћи остварити значајан излазни напон. Такође, смер струје кроз побудни намотај мора бити такав да се побудно поље и заостало (реманентно) поље у машини сабирају, иначе генератор неће моћи остварити значајан излазни напон при датој брзини обртања.

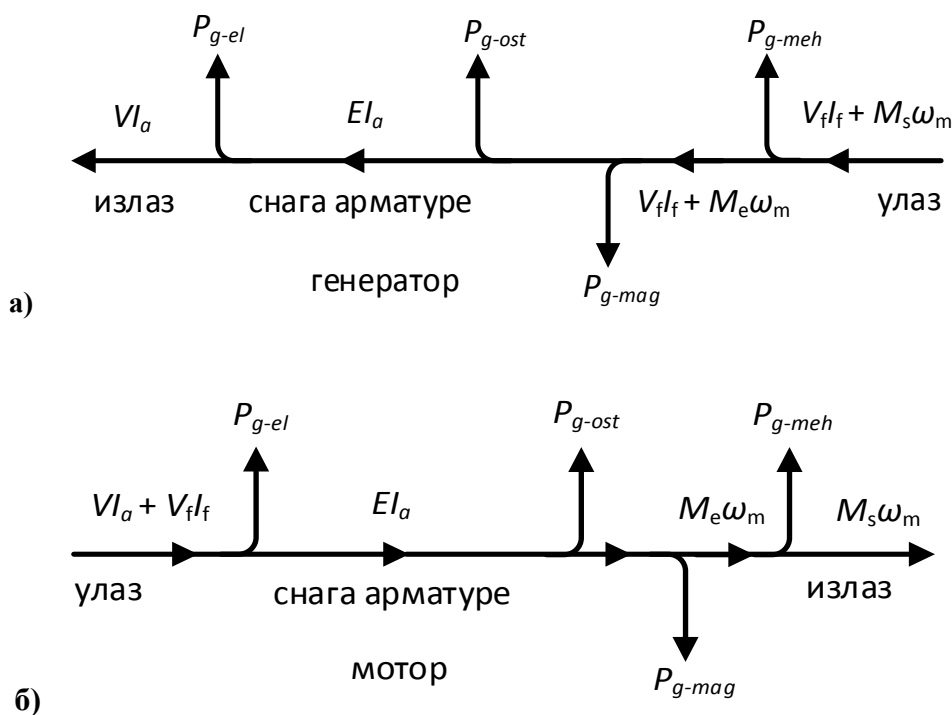
### 4.11 Губици и коефицијент корисног дејства

Важна особина сваке једносмерне машине је коефицијент корисног дејства (или ефикасност), који се дефинише као однос излазне и улазне снаге:

$$\eta = \frac{\text{излазна снага}}{\text{улазна снага}} = \frac{\text{излазна снага}}{\text{излазна снага} + \text{губици}} .$$

Ефикасност машине се може одредити тестом оптерећења или мерењем губитака.

Ток снаге у једносмерном генератору приказан је на слици 4.18.а, а у мотору на слици 4.18.б, при чему  $M_s$  означава момент на осовини генератора/мотора.



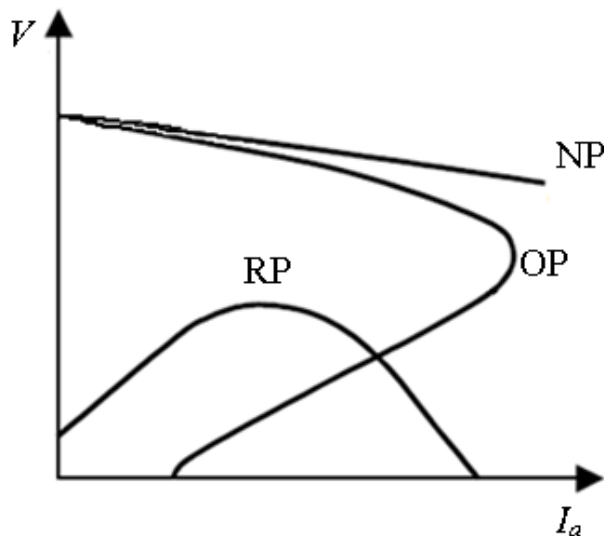
Слика 4.18 Ток снаге у једносмерном а) генератору и б) мотору.

Различити губици у машини могу се поделити у следеће групе:

1. **Електрични** губици ( $P_{g-el}$ ). То су губици у баку свих намотаја (побудних, арматурних и помоћних) и губици на прелазним и контактним отпорима (четкице и комутатор).
2. **Магнетни** губици ( $P_{g-mag}$ ). То су губици у гвожђу услед хистерезиса и вртложних струја у различитим магнетним колима, у првом реду у језгру арматуре и половима.
3. **Механички** губици ( $P_{g-meh}$ ). Ови губици укључују трење у лежајевима, ваздушно опструјавање и трење између четкица и комутатора.
4. **Остали** губици ( $P_{g-ost}$ ). Овде спадају сви остали, неклассификовани губици. Уобичајено се узимају као пар процената од излазне снаге.

#### 4.12 Излазне карактеристике генератора и мотора

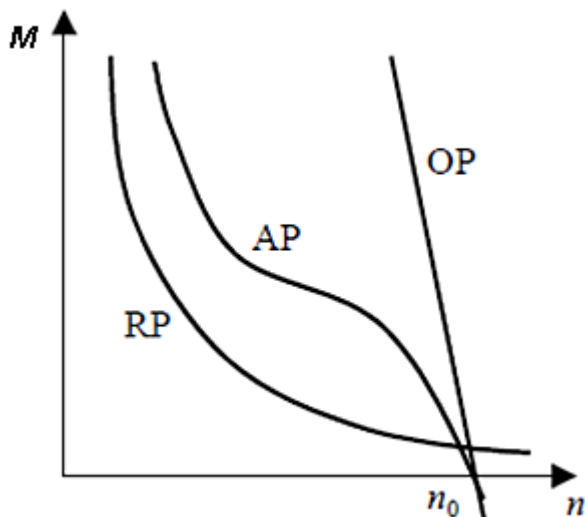
Карактеристике оптерећења мотора и генератора су од примарног значаја при одређивању потенцијалне примене ових машина. У неким ситуацијама, разматрају се и карактеристике празног хода машине, као што су оне приказане на слици 4.17. На слици 4.19 приказане су излазне (електричне) карактеристике генератора  $V = f(I_a)$ , при константној брзини обртања  $n = \text{const.}$ , за различите врсте побуде.



Слика 4.19 Излазне карактеристике генератора једносмерне струје: (NP) независно побуђен, (OP) оточно (паралелно) побуђен и (RP) редно побуђен.

Карактеристике момента мотора (механичке карактеристике), приказане на слици 4.20, представљају зависност момента од брзине обртања,  $M = f(n)$ . Код мотора једносмерне струје њих првенствено одређује начин побуђивања. Из релације (4.6),  $E = k_a \phi \omega_m = k_g \phi \cdot n$ , за индуковану електромоторну силу у намотају ротора, можемо изразити брзину мотора:

$$n = \frac{E}{k_g \phi} . \quad (4.15).$$



Слика 4.20 Излазне карактеристике мотора једносмерне струје: са оточном (паралелном) побудом (OP), са редном побудом (RP) и са сложеном адитивном (редно-паралелном) побудом (AP).

За једносмерни мотор са паралелном (оточном) побудом (OP) према шеми повезивања на слици 4.10.б и релацији (4.14) следи:

$$n = \frac{E}{k_g \phi} = \frac{V - I_a R_a}{k_g k_f I_f} \quad (4.16)$$

Претпостављајући да је напон напајања  $V$  константан и независан од оптерећења мотора, закључујемо да ће и побудна струја  $I_f$  и побудни флуks  $\phi = k_f I_f = k_f V / R_f$  такође остати константни. Са  $R_f$  је означена отпорност побудног намотаја. Са променом оптерећења мотора  $M$  мења се струја арматуре (ротора)  $I_a$ . При порасту момента оптерећења  $M$  расте струја ротора  $I_a$ , али опадају емс ротора  $E$  и брзина мотора  $n$ , а при смањивању оптерећења  $M$  смањује се струја ротора  $I_a$ , али расту емс ротора  $E$  и брзина мотора  $n$ . Промена брзине мотора зависи од тога колико је велики пад напона на ротору ( $I_a R_a$ ) у односу на напон напајања мотора ( $V$ ). Уобичајено пад напона на отпорности ротора износи између 5 и 10% напона напајања. Следи да се и брзина мотора са оточном побудом мења у приближно истом износу у односу на номиналну. Момент мотора је линеарно сразмеран струји ротора,  $M = k_a \phi \cdot i_a$ , према релацији (4.9.б). Мотор са паралелном побудом може радити у празном ходу, тј. без оптерећења на осовини, јер је при  $M=0$  струја ротора такође нула,  $I_a = 0$ , али брзина, према релацији (4.16), остаје у очекиваним границама.

За једносмерни мотор са редном (серијском) побудом (RP) према шеми повезивања на слици 4.10.в и релацији (4.14) следи:

$$n = \frac{E}{k_g \phi} = \frac{V - I_a (R_a + R_f)}{k_g k_f I_a} \quad (4.17)$$

где је са  $R_f$  означена отпорност побудног намотаја. Са променом момента оптерећења  $M$  мењају се и струја ротора  $I_a$  и побудни флуks  $\phi = k_f I_a$ , јер је сада  $I_f = I_a$ . Са

смањивањем оптерећења, струја ротора  $I_a$  се смањује, а брзина мотора брзо расте јер се истовремено повећава бројилац и смањује именилац у изразу (4.17). Напон напајања мотора  $V$  је константан. Ако би се оптерећење у потпуности уклонило са осовине мотора, може доћи до оштећења мотора изазваног јаким центрифугалним силама због превелике брзине ротације. Зато једносмерни мотор са редном побудом не сме никада радити у празном ходу, тј. без оптерећења. Са повећањем оптерећења расте струја ротора  $I_a$ , а брзина мотора се брзо смањује због истовременог пораста имениоца и смањивања бројилоца у изразу (4.17). Момент редног мотора је према релацији (4.10) сразмеран квадрату струје ротора,  $M_e = kI_f I_a = kI_a^2$ .

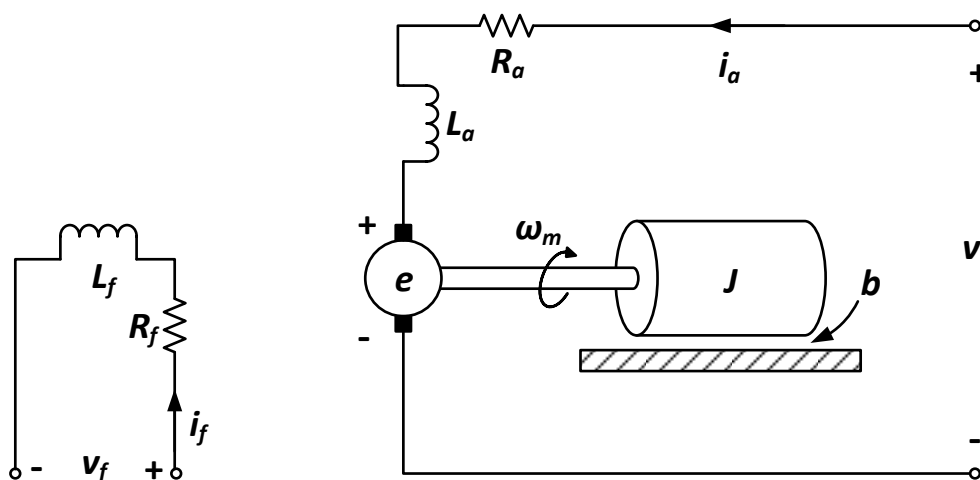
За једносмерни мотор са сложенom адитивном побудом (АР) према шеми повезивања на слици 4.10.д и релацији (4.14) следи:

$$n = \frac{E}{k_g \phi} = \frac{V - I_a (R_a + R_s)}{k_g (\phi + \phi_s)}, \quad (4.18)$$

где су  $R_s$  и  $\phi_s$  отпорност и флуks помоћног редног намотаја. Код адитивне побуде, побудни флуks кроз паралелни намотај и помоћни флуks кроз редни намотај се сабирају. Са смањивањем оптерећења мотора смањују се струја ротора  $I_a$  и редни флуks  $\phi_s$ , а остају константни напон напајања  $V$  и паралелни флуks  $\phi$ . Брзина мотора се повећава више него код мотора са паралелном побудом, али мање од мотора са редном побудом. При повећању оптерећења мотора расту струја ротора  $I_a$  и редни флуks  $\phi_s$ , а остају константни напон напајања  $V$  и паралелни флуks  $\phi$ . Брзина мотора се смањује више него код мотора са паралелном побудом, али мање него код мотора са редном побудом. Карактеристика мотора са адитивном редно-паралелном побудом се налази између карактеристика редног и паралелног мотора, што је у потпуности у складу са релацијама (4.16– 4.18). Овај мотор сме радити у празном ходу, а зависност момента од струје ротора је између линеарне и квадратне, што се у потпуности могло и очекивати.

### 4.13 Динамика једносмерног мотора

Независно побуђен и оптерећен једносмерни мотор приказан је на слици 4.21.



Слика 4.21 Једносмерни мотор са независном побудом и оптерећењем

Једначина напонске равнотеже за коло арматуре (ротора) је:

$$v = e + R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt}, \quad (4.19)$$

$$e = k i_f \omega_m. \quad (4.20)$$

За побудно коло важи:

$$v_f = i_f R_f + L_f \frac{di_f}{dt} \quad (4.21)$$

Механичка равнотежа момената на осовини ротора даје:

$$M_e = b \omega_m + J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (4.22)$$

$$M_e = k i_f i_a, \quad (4.23)$$

где је  $b$  коефицијент вискозног пригушења који моделује механичке губитке, а  $J$  момент инерције целокупног ротационог система, који укључује ротор мотора, оптерећење, осовину и лежајеве са спојницама.

Наведени скуп једначина (4.19–4.23) је нелинеаран због производа вишег реда у релацијама (4.20) и (4.23). Такође, коефицијенти  $b$  и  $L_f$  могу бити нелинеарне функције  $\omega_m$  и струје  $i_f$  у општем случају. Наведене релације се користе у анализи великог броја проблема везаних за рад једносмерних машина, наравно, уз нужне модификације за сваку конкретну примену (на пример другачије побуђивање мотора).

## 4.14 Решени примери и задаци

**4.1** Израчунати индуковану емс у арматури једне 4-полне, петљасти намотане једносмерне машине, са 728 проводника у арматури, која се окреће брзином од 1800 обртаја у минути. Флукс по полу износи 30mWb. Колико износи индукована емс, ако је арматура валовито намотана?

**Решење:**

Ако је арматура петљасти намотана,  $a = 2p$  (глава 4.3), па се из релације (4.5) за  $p=2$  (број пари полова) добија:

$$E = \frac{2p\phi n z}{60 a} = \frac{\phi n z}{60} = \frac{30 \cdot 10^{-3} \cdot 1800 \cdot 728}{60} = 655.2 \text{ V [V]} .$$

За валовито намотану арматуру је увек  $a = 2$ , па се добија:

$$E_v = \frac{\phi n z}{60} \frac{2p}{a} = \frac{30 \cdot 10^{-3} \cdot 1800 \cdot 728}{60} \frac{4}{2} = 1310.4 \text{ V} .$$

**4.2** Ако је петљасти намотана арматура из задатка 4.1 пројектована за максималну струју од 100А, одредити максималну снагу коју развија арматура. Ако се намотаји арматуре превезу у валовиту форму, колико онда износи максимална снага арматуре?

**Решење:**

Пошто постоје 4 паралелна пута (гране) за струју ( $a = 2p = 4$  код петљастог мотања), свака грана може проводити максимално

$$\frac{I_a}{a} = \frac{100}{4} = 25 \text{ A}.$$

Снага коју развија арматура је према релацији (4.9.а) :

$$P_e = EI_a = 655.2 \cdot 100 = 65.5 \text{ KW}.$$

Превезивањем арматуре у валовиту форму, број паралелних путања (грана) за струју је увек  $a = 2$ , а свака грана може водити максимално 25А, па је максимална струја арматуре  $I_{av} = 2 \cdot 25 = 50 \text{ A}$ , а снага:

$$P_{ev} = E_v I_{av} = 1310.4 \cdot 50 = 65.5 \text{ KW}.$$

**4.3** Одредити електрични момент петљасто намотане арматуре из задатка 4.1.**Решење:**

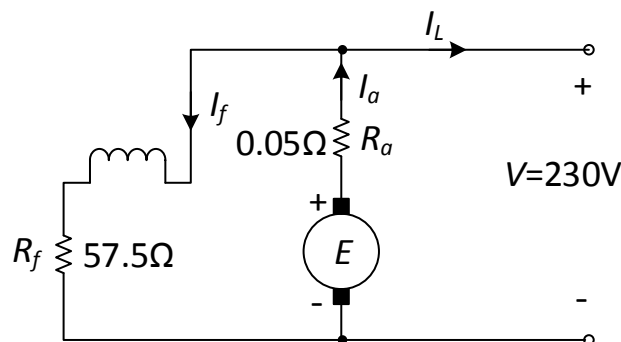
На основу релације 4.9.а, непосредно следи:

$$M_e = \frac{EI_a}{\omega_m} = \frac{655.2 \cdot 100}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1800} = 347.6 \text{ Nm}.$$

**4.4** Једносмерни генератор 100KW/230V са оточном побудом има  $R_a = 0.05 \Omega$  и  $R_f = 57.5 \Omega$ . Ако генератор ради на номиналном напону, одредити индуковану емс при а) пуном оптерећењу и б)  $\frac{1}{2}$  пуног оптерећења. Занемарити отпорност четкица и контаката.

**Решење:**

На слици 4.22 приказана је шема генератора



Слика 4.22 Једносмерни генератор са оточном побудом

Побудна струја генератора је:

$$I_f = \frac{V}{R_f} = \frac{230}{57.5} = 4\text{A}.$$

а) При пуном оптерећењу  $P = VI_L = 100\text{KW}$ . Решавањем кола са шеме добија се:

$$I_L = \frac{P}{V} = \frac{100 \cdot 10^3}{230} = 434.8\text{A}, \quad I_a = I_L + I_f = 434.8 + 4 = 438.8\text{A}$$

$$E = V + I_a R_a = 230 + 438.8 \cdot 0.05 = 252\text{V}.$$

б) При половичном оптерећењу  $P = VI_L = 50\text{KW}$ . Сада је:

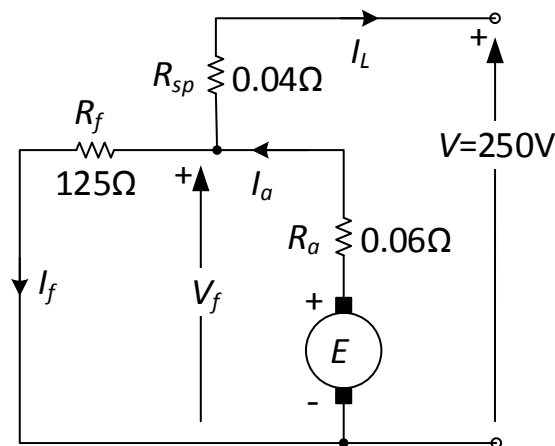
$$I_L = \frac{P}{V} = \frac{50 \cdot 10^3}{230} = 217.4\text{A}, \quad I_a = I_L + I_f = 217.4 + 4 = 221.4\text{A}$$

$$E = V + I_a R_a = 230 + 221.4 \cdot 0.05 = 241\text{V}.$$

**4.5** Једносмерни генератор  $50\text{KW}/250\text{V}$  са сложеном "кратком" оточном побудом има следеће податке:  $R_a = 0.06\Omega$ ,  $R_f = 125\Omega$  и  $R_{sp} = 0.04\Omega$ . Израчунати индуковану емс у арматури, ако генератор ради под номиналним оптерећењем и на номиналном напону. Сматрати да је укупни пад напона на отпорностима четкица и контаката  $V_K = 2\text{V}$ .

**Решење:**

Шема генератора је на слици 4.23. Решавањем кола са шеме непосредно се добија:



**Слика 4.23** Једносмерни генератор са сложеном „кратком“ оточном побудом.

$$I_L = \frac{P}{V} = \frac{50 \cdot 10^3}{250} = 200\text{A},$$

$$I_L R_{sp} = 200 \cdot 0.04 = 8\text{V},$$

$$V_f = V + I_L R_{sp} = 250 + 8 = 258\text{V},$$

$$I_a = I_f + I_L = \frac{V_f}{R_f} + I_L = \frac{258}{125} + 200 = 2.06 + 200 = 202.6 \text{ A},$$

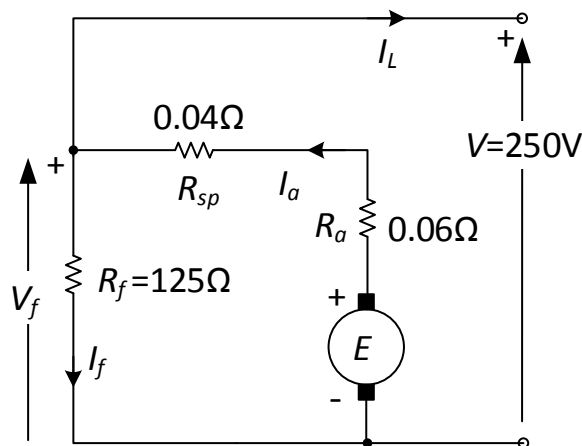
па је индукована емс арматуре:

$$E = V_f + I_a R_a + V_K = 258 + 202.06 \cdot 0.06 + 2 = 272.12 \text{ V}.$$

**4.6** Једносмерни генератор 50KW/250V са сложеном "дугом" оточном побудом има следеће податке:  $R_a = 0.06 \Omega$ ,  $R_f = 125 \Omega$  и  $R_{sp} = 0.04 \Omega$ . Израчунати индуковану емс у арматури, ако генератор ради под номиналним оптерећењем и на номиналном напону. Сматрати да је укупни пад напона на отпорностима четкица и контаката  $V_K = 2 \text{ V}$ .

**Решење:**

Шема генератора је на слици 4.24.



**Слика 4.24** Једносмерни генератор са сложеном „дугом“ оточном побудом.

Решавањем кола са шеме непосредно се добија:

$$I_L = \frac{P}{V} = \frac{50 \cdot 10^3}{250} = 200 \text{ A},$$

$$I_f = \frac{V_f}{R_f} = \frac{250}{125} = 2 \text{ A},$$

$$I_a = I_L + I_f = 200 + 2 = 202 \text{ A},$$

а нндукована емс арматуре је:

$$E = V + I_a (R_a + R_{sp}) = 250 + 202(0.06 + 0.04) = 272.2 \text{ V}.$$

**4.7** Редни генератор једносмерне струје при напону  $U=110\text{V}$  предаје мрежи струју  $I=45\text{A}$ . Губици снаге у баку роторског и побудног намотаја износе 6% од механичке снаге потребне за погон генератора. Остали губици се могу занемарити. Израчунати. а) механичку снагу потребну за погон генератора, б) збирни отпор роторског и побудног намотаја  $R_p + R_r$  и в) електромоторну силу ротора  $E$ .

**Решење:**

а) Једначина напонске равнотеже кола са слике 4.25 је:

$$E - (R_r + R_p) \cdot I_r - V = 0$$

Ако се претходна једначина помножи са струјом генератора  $I_r$ , добија се:

$$EI_r - (R_r + R_p)I_r^2 - VI_r = 0$$

Електрична снага генератора је производ напона и струје коју генератор предаје мрежи:

$$P_{el} = V \cdot I_r = 110 \cdot 45 = 4950 \text{ W}$$

Електрична снага ротора је

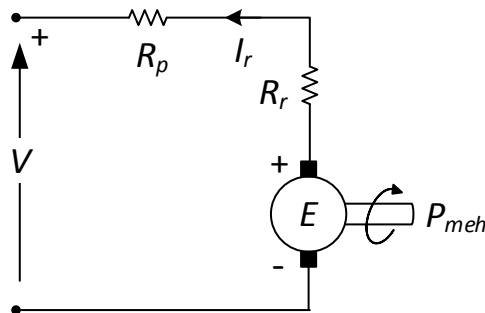
$$P_{el\ rot} = E \cdot I_r,$$

док су губици у бакру роторског и побудног намотаја:

$$P_{Cu} = (R_p + R_r) \cdot I_r^2$$

Знајући да је  $P_{Cu} = 0.06P_{meh}$ , може се израчунати потребна механичка снага:

$$P_{meh} - 0.06P_{meh} = P_{el\ rot}, \quad P_{meh} = \frac{P_{el\ rot}}{0.94} = 5266 \text{ W}.$$



Слика 4.25 Једносмерни генератор са редном побудом.

б) Збирни отпор намотаја може се одредити из губитака у бакру:

$$P_{Cu} = 0.06P_{meh} = (R_r + R_p) \cdot I_r^2$$

$$R_r + R_p = \frac{0.06P_{meh}}{I_r^2} = \frac{0.06 \cdot 5266}{45^2} = 0.156 \Omega$$

в) Електромоторну силу ротора одређујемо из једначине напонске равнотеже:

$$E = (R_r + R_p) \cdot I_r + V = 0.156 \cdot 45 + 110 = 117 \text{ V}.$$

**4.8** Акумулатор електромоторне силе  $E_S=6\text{V}$  и унутрашњег отпора  $R_S=5\text{m}\Omega$  напаја стартер аутомобила, тј. редни једносмерни мотор. Укупни отпор побудног и роторског намотаја износи  $R_m=25\text{m}\Omega$ . Губици у гвожђу мотора и механички губици мотора се занемарују. Израчунати: а) максималну механичку снагу стартера и б) степен корисног дејства мотора када је остварена максимална механичка снага.

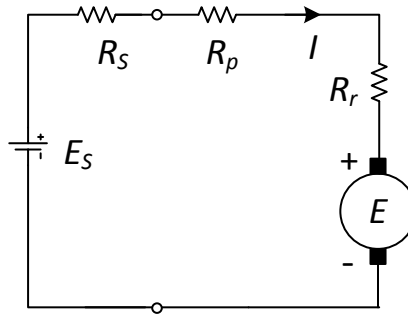
**Решење:**

а) Једначина напонске равнотеже кола са слике 4.26 је:

$$E_S = (R_S + R_p + R_r)I + E.$$

где је  $R_p + R_r = R_m$ . Множењем претходне једначине са јачином струје  $I$ , добија се:

$$E_S I = (R_S + R_m)I^2 + EI,$$



Слика 4.26 Једносмерни мотор са редном побудом и батеријским напајањем.

односно

$$P_S = P_{Cu} + P_{meh}.$$

На основу релација (4.6) и (4.7):

$$\phi = k_p i_p, \quad E = k_g \cdot \phi \cdot n,$$

узимајући у обзир да за редни мотор важи  $i_p = i_r = I$ , добија се

$$E = k_p k_g n I = k' n I,$$

где је  $k' = k_p k_g$  конструктивна константна машине.

Механичка снага мотора је:

$$P_{meh} = E \cdot I = k' n I^2.$$

Струја  $I$  може се изразити из једначине напонске равнотеже:

$$E_S = (R_S + R_m) \cdot I - E = (R_S + R_m) \cdot I - k' n \cdot I,$$

$$I = \frac{E_S}{R_S + R_m + k' n}.$$

Сада је механичка снага:

$$P_{meh} = E \cdot I = k' n I^2 = k' n \frac{E_S^2}{(R_S + R_m + k' n)^2}.$$

Механичка снага мотора зависи од брзине обртања  $n$ . Механичка снага ће бити максимална када је:

$$\frac{\partial P_{meh}}{\partial n} = 0$$

$$\frac{\partial P_{meh}}{\partial n} = k'E_s \frac{(R_s + R_m + k'n)^2 - 2nk'(R_s + R_m + k'n)}{(R_s + R_m + k'n)^4} = 0.$$

Овај услов се своди на:

$$(R_s + R_m + k'n) - 2k'n = 0,$$

$$k'n = R_s + R_m.$$

Ако се новодобијени услов за  $k'n$  уврсти у израз за механичку снагу мотора следи:

$$P_{meh,max} = \frac{(R_s + R_m)E_s^2}{[2 \cdot (R_s + R_m)]^2} = \frac{E_s^2}{4 \cdot (R_s + R_m)} = \frac{6^2}{4 \cdot (25 + 5) \cdot 10^{-3}} = 300W.$$

б) Степен корисног дејства мотора дефинише се као:

$$\eta = \frac{P_{meh}}{P_{el}}.$$

Електрична снага мотора је:

$$P_{el} = E \cdot I = (E_s - R_s I) \cdot I.$$

Заменом услова за максималну механичку снагу,  $k'n = R_s + R_m$ , у израз за струју, следи

$$I = \frac{E_s}{R_s + R_m + k'n} = \frac{E_s}{2(R_s + R_m)} = 100A.$$

Сада је

$$P_{el} = E \cdot I = (E_s - R_s I) \cdot I = (6 - 5 \cdot 10^{-3} \cdot 100) \cdot 100 = 550W.$$

Коначно се добија:

$$\eta = \frac{P_{meh,max}}{P_{el}} = \frac{300}{550} = 0.55.$$

**4.9** Номинална снага мотора једносмерне струје са паралелном побудом предвиђеног да ради на напону  $V=100V$  је  $P=5KW$ . Остали подаци су:  $n=3000ob/min$ ,  $\eta=0.85$  и  $I_p=0.1I_r$ . Израчунати а) момент мотора, б) струју ротора  $I_r$ , струју побуде  $I_p$  и отпор побудног намотаја  $R_p$  и в) приближну промену брзине обртања мотора, ако се повећа отпор у побудном колу за 50%.

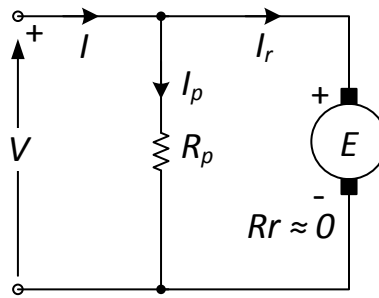
**Решење:**

а) Момент мотора се добија из израза:

$$M = \frac{P}{\frac{2\pi}{60} n} = \frac{5 \cdot 10^3}{\frac{2\pi}{60} \cdot 3000} = \frac{100}{2\pi} = 15.92Nm.$$

б) Електрична снага коју мотор узима из мреже је:

$$P_{el} = \frac{P}{\eta} = 5.81KW.$$



Слика 4.27 Једносмерни мотор са паралелном побудом.

Електрична снага се може изразити као:

$$P_{el} = V \cdot I = V \cdot (I_p + I_r) = V \cdot (0.1I_r + I_r) = 1.1 \cdot VI_r,$$

одакле се добија струја ротора:

$$I_r = \frac{P_{el}}{1.1 \cdot V} = \frac{5.81 \cdot 10^3}{1.1 \cdot 100} = 52.8 \text{ A}.$$

Струја побуде је:

$$I_p = 0.1I_r = 5.28 \text{ A}.$$

Отпор побудног намотаја је онда:

$$R_p = \frac{V}{I_p} = \frac{100}{5.28} = 18.94 \Omega.$$

в) Из основних релација за једносмерне машине (4.6) и (4.7) следи

$$E = k_g \phi \cdot n = k' I_p \cdot n,$$

где је  $k' = k_p k_g$  конструктивна константна машине, па је:

$$n = \frac{E}{k' I_p}.$$

Ако се у изразу

$$E = V - R_r I_r$$

занемари члан  $R_r I_r$ , добија се:

$$E = k' I_p n \approx V, \text{ тј. } n \approx \frac{V}{k' I_p}.$$

Повећањем отпора у побудној грани смањује се побудна струја  $I_p$ , која сада износи  $I_{p1}$ , па се мења и брзина обртања мотора:

$$n \approx \frac{V}{k' I_p} \text{ и } n_1 \approx \frac{V}{k' I_{p1}} \text{ следи } \frac{n}{n_1} = \frac{I_{p1}}{I_p}.$$

Како је  $I_p = \frac{V}{R_p}$  и  $I_{p1} = \frac{V}{1.5 \cdot R_p}$ , добија се

$$\frac{n}{n_1} = \frac{I_{p1}}{I_p} = \frac{V / 1.5R_p}{V / R_p} = \frac{R_p}{1.5R_p} = \frac{1}{1.5},$$

па је коначно:

$$n_1 = 1.5 \cdot n = 1.5 \cdot 3000 = 4500 \text{ ob/min.}$$

**4.10** Независно побуђен једносмерни генератор има константне губитке  $P_c$  и ради при напону  $V$  и струји арматуре  $I_a$ . Отпорност арматуре је  $R_a$ . При којој вредности струје  $I_a$  је генератор најефикаснији?

**Решење:**

Снага на излазу генератора је:

$$P_{out} = VI_a,$$

а на улазу:

$$P_{in} = VI_a + I_a^2 R_a + P_c.$$

Ефикасност генератора је:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{VI_a}{VI_a + I_a^2 R_a + P_c}.$$

Максимална ефикасност наступа када је испуњен услов  $\frac{\partial \eta}{\partial I_a} = 0$ , односно

$$V(VI_a + I_a^2 R_a + P_c) - VI_a(V + 2I_a R_a) = 0, \text{ или } I_a = \sqrt{\frac{P_c}{R_a}}.$$

Генератор је најефикаснији када су константни губици једнаки губицима у бакру арматуре ( $P_c = I_a^2 R_a$ ).

**4.11** Генератор из проблема 4.4 има укупне механичке и магнетне губитке у износу од 1.8KW. Израчунати коефицијент корисног дејства генератора при пуном оптерећењу. При ком оптерећењу је генератор најефикаснији?

**Решење:**

Из задатка 4.4 је познато  $I_f = 4\text{A}$  и  $I_a = 438.8\text{A}$ .

Губици у бакру побудног намотаја су:

$$I_f^2 R_f = 4^2 \cdot 57.5 = 0.92\text{KW},$$

а у арматури:

$$I_a^2 R_a = 438.8^2 \cdot 0.05 = 9.63\text{KW}.$$

Укупни губици су онда:  $0.92 + 9.63 + 1.8 = 12.35\text{KW}$ .

Коефицијент корисног дејства је:

$$\eta = \frac{\text{излазна снага}}{\text{излазна снага} + \text{губици}} = \frac{100}{100 + 12.35} = 89\%.$$

Константни губици овог генератора су  $P_c = 1.8 + 0.92 = 2.72 \text{KW}$ .

Према проблему 4.10,  $I_a = \sqrt{\frac{P_c}{R_a}} = \sqrt{\frac{2720}{0.05}} = 233.24 \text{A}$ ,

а  $I_L = I_a - I_f = 233.24 - 4 = 229.24 \text{A}$ . При овој струји излазна снага (оптерећење) је:

$$P_{out-max} = VI_L = 230 \cdot 229.24 = 52.76 \text{KW}.$$

Губици у арматури су  $I_a^2 R_a = 233.24^2 \cdot 0.05 = 2.72 \text{KW}$ , а максимална ефикасност генератора је:

$$\eta_{max} = \frac{P_{out-max}}{P_{out-max} + I_a^2 R_a + I_f^2 R_f + 1.8} = \frac{52.76}{52.76 + 2.72 + 0.92 + 1.8} = 90.7\%$$

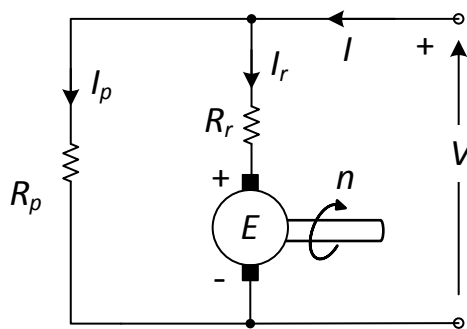
**4.12** За једносмерни мотор  $1.5 \text{KW}/250 \text{V}$  са паралелном побудом позната је укупна отпорност ротора  $0.22 \Omega$  и побудног намотаја  $170 \Omega$ . У празном ходу и под номиналним напонем, брзина мотора је  $1200 \text{ob}/\text{min}$ , а струја ротора  $3 \text{A}$ . Под пуним оптерећењем и под номиналним напонем, линијска струја је  $55 \text{A}$ , а флуks је умањен за  $6\%$  у односу на вредност у празном ходу, због реакције индукта (ротора). Колика је брзина мотора под пуним оптерећењем?

**Решење:**

Са шеме на слици 4.28 непосредно следи  $I_p = \frac{V}{R_p} = \frac{250}{170} = 1.47 \text{A}$ .

У празном ходу струја ротора је  $I_{r0} = 3 \text{A}$ , па је индукована емс ротора:

$$E_0 = V - I_{r0} R_r = 250 - 3 \cdot 0.22 = 249.34 \text{V}.$$



Слика 4.28 Једносмерни мотор са паралелном побудом.

Под пуним оптерећењем, струја и индукована емс ротора су:

$$I_r = I - I_p = 55 - 1.47 = 53.53 \text{A} \text{ и}$$

$$E = V - I_r R_r = 250 - 53.53 \cdot 0.22 = 238.2 \text{V}.$$

Из релације (4.6),  $E = k_g \phi n$  следи:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{k_g \phi n}{k_g \phi_0 n_0}, \text{ односно}$$

$$n = n_0 \frac{\phi_0}{\phi} \frac{E}{E_0} = 1200 \frac{1}{0.94} \frac{238.2}{249.3} = 1220 \text{ob/min} .$$

**4.13** За једносмерни генератор 10KW/250V са паралелном побудом, познате су отпорности роторског  $0.1\Omega$  и побудног намотаја  $250\Omega$ . При пуном оптерећењу номинална брзина обртања је  $800\text{ob/min}$ . Машина сада ради као мотор и узима из мреже снагу од 10KW при напону од 250V. Колика је брзина обртања мотора?

**Решење:**

У режиму генератора, према шеми на слици 4.29, важи:

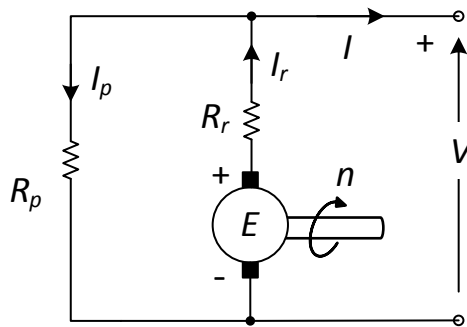
$$I_p = \frac{V}{R_p} = \frac{250}{250} = 1\text{A} ,$$

$$I = \frac{P_{out}}{V} = \frac{10 \cdot 10^3}{250} = 40\text{A} ,$$

$$I_r = I + I_p = 40 + 1 = 41\text{A} ,$$

$$I_r R_r = 41 \cdot 0.1 = 4.1\text{V} ,$$

$$E_g = V + I_r R_r = 250 + 4.1 = 254.1\text{V}$$



Слика 4.29 Једносмерни генератор са паралелном побудом.

У режиму мотора, према шеми на слици 4.28, важи:

$$I_p = \frac{V}{R_p} = \frac{250}{250} = 1\text{A} ,$$

$$I = \frac{P_{in}}{V} = \frac{10 \cdot 10^3}{250} = 40\text{A} ,$$

$$I_r = I - I_p = 40 - 1 = 39\text{A} ,$$

$$I_r R_r = 39 \cdot 0.1 = 3.9\text{V} ,$$

$$E_m = V - I_r R_r = 250 - 3.9 = 246.1 \text{ V} .$$

Према решењу задатка 4.11:

$$\frac{E_m}{E_g} = \frac{n_m}{n_g} ,$$

$$\text{односно } n_m = n_g \frac{E_m}{E_g} = 800 \frac{246.1}{254.1} = 774.8 \text{ об/мин} ,$$

јер су побудна струја ( $I_p = 1 \text{ A}$ ) и побудни флуks исти у оба радна режима.