

## Minimalna kritična zapremina reaktora

- cilindrična geometrija:  $V = R^2 \pi H$

$$B_g^2 = \left( \frac{\pi}{H_e} \right)^2 + \left( \frac{2,405}{R_e} \right)^2 = B_m^2 \text{ (iz uslova kritičnosti reaktora)}$$

$$R \approx R_e$$

$$H \approx H_e$$

$$R^2 = \frac{2,405^2}{B^2 - \left( \frac{\pi}{H} \right)^2}$$

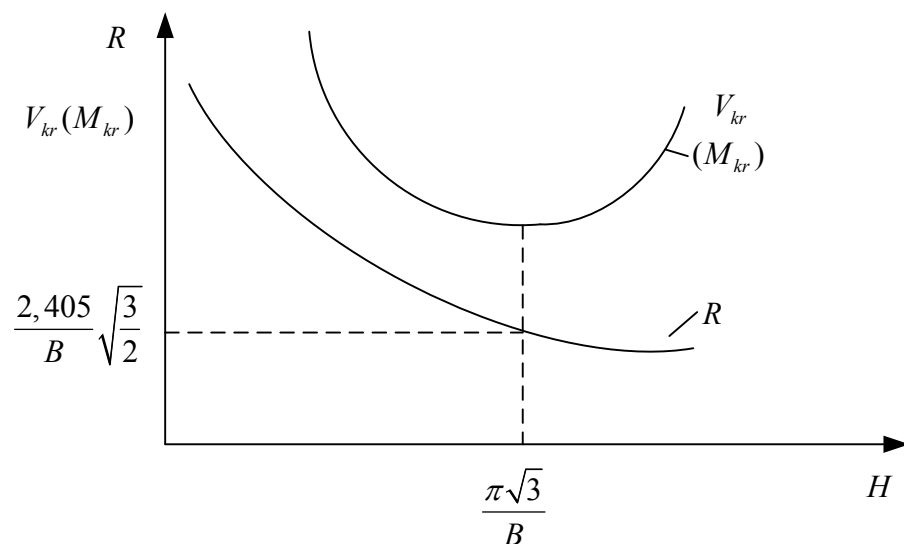
$$V = \frac{2,405^2 \cdot \pi \cdot H}{B^2 - \left( \frac{\pi}{H} \right)^2}$$

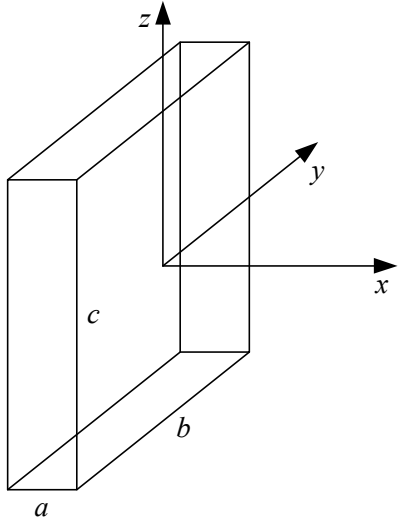
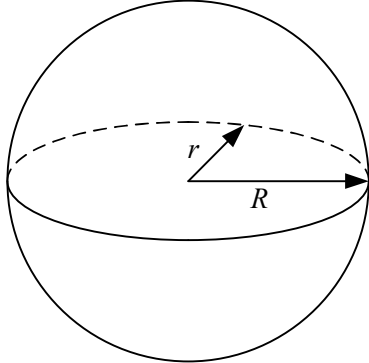
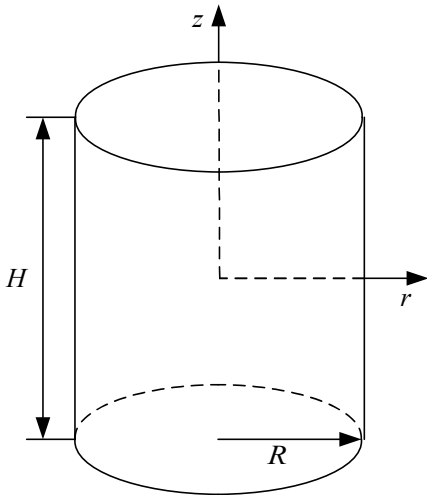
$$\frac{dV}{dH} = 0 \Rightarrow H = \frac{\pi\sqrt{3}}{B}, R = \frac{2,405}{B} \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$V_{\min} = \frac{148}{B^3}$$

$$\frac{R}{H} = 0,54$$

$$H = 0,92 \cdot D$$



Geometrija reaktora	Promena fluksa	$B_g^2$	$V_{\min}$
<p>paralelopiped</p> 	$\hat{\phi} \cos \frac{\pi x}{a_e} \cos \frac{\pi y}{b_e} \cos \frac{\pi z}{c_e}$	$\left( \frac{\pi}{a_e} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{b_e} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{c_e} \right)^2$	$\frac{161}{B^3}$
<p>sfera</p> 	$\frac{\hat{\phi}}{\frac{\pi r}{R_e}} \sin \frac{\pi r}{R_e}$	$\left( \frac{\pi}{R_e} \right)^2$	$\frac{130}{B^3}$
<p>cilindar</p> 	$\hat{\phi} \cos \left( \frac{\pi z}{H_e} \right) J_0 \left( \frac{2,405 \cdot r}{R_e} \right)$	$\left( \frac{\pi}{H_e} \right)^2 + \left( \frac{2,405}{R_e} \right)^2$	$\frac{148}{B^3}$

## **Određivanje materijalnog buckling-a: modifikovana jednogrupna teorija**

Rešavanjem jednačine reaktora za jedan nivo energije termalnih neutrona (jednogrupna teorija), dobija se materijalni buckling

$$B^2 = \frac{k_{\infty} - 1}{L_{th}^2}$$

gde je površina termalne difuzije

$$L_{th}^2 = \frac{D_{th}}{\Sigma_{A,th}} = \frac{1}{3\Sigma_{tr,th}\Sigma_{A,th}}$$

Da bi se uzeo u obzir i uticaj procesa usporavanja neutrona na raspodelu fluksa termalnih neutrona uvodi se modifikovana jednogrupna teorija, u okviru koje se materijalni buckling definiše kao

$$B^2 = \frac{k_{\infty} - 1}{M^2}$$

pri čemu je  $M^2$  migraciona površina, koja se u zavisnosti od strukture reaktora (homogene ili heterogene) određuje na sledeći način.

- Za homogenu strukturu jezgra

$$M^2 = (L_{us})_m^2 + (L_{th})_m^2 = L_{us,m}^2 + L_{th,m}^2$$

gde je  $(L_{us})_m$  površina usporavanja za sredinu moderatora

$$L_{us,m}^2 = \frac{D_{us,m}}{\Sigma_{us,m}}$$

Difuzionu konstantu za usporavanje neutrona je

$$D_{us,m} = \frac{\lambda_{tr,us,m}}{3}$$

a makroskopski efektivni presek za usporavanje je

$$\Sigma_{us,m} = \frac{1}{\lambda_{us,m}} = \frac{1}{n\lambda_{tr,us,m}}$$

gde je  $n$  broj sudara pri usporavanju

$$n = \frac{\ln\left(\frac{\mathcal{E}_f}{\mathcal{E}_{th}}\right)}{\xi}$$

Za površinu usporavanja se konačno dobija

$$L_{us,m}^2 = \frac{\lambda_{s,us,m}^2 \ln\left(\frac{\mathcal{E}_f}{\mathcal{E}_{th}}\right)}{3\xi(1 - \cos \vartheta)^2} = \frac{\ln\left(\frac{\mathcal{E}_f}{\mathcal{E}_{th}}\right)}{3\xi\Sigma_{s,us,m}^2(1 - \cos \vartheta)^2}$$

$(L_{th}^2)_m$  je površina termalne difuzije za sredinu moderatora.

	$H_2O$	$D_2O$	grafit
dužina usporavanja, $L_{us,m}$ (cm)	5,74	10,93	19,7
dužina termalne difuzije, $L_{th,m}$ (cm)	2,88	116	54,4
migraciona dužina, $M$ (cm)	6,41	116,5	56,63

- za heterogeni termalni reaktor

- prisutstvo goriva, košuljice i konstruktivnog materijala dovodi do

$$L_{us}^2 = 1,10 L_{us,m}^2$$

$L_{us,m}^2$  je uvećano za 10% zbog prisutstva drugih materijala sem moderatora

- termalna površina difuzije

$$L_{th}^2 = \frac{D_m}{\Sigma_{A,g} + \Sigma_{A,m}}$$

(uz pretpostavku  $\frac{V_M}{V_G} \approx 1$   $\frac{\phi_M}{\phi_G} \approx 1$  i zanemarujući druge materijale):

$$f = \frac{\Sigma_{A,g}}{\Sigma_{A,g} + \Sigma_{A,m}} \Rightarrow \Sigma_{A,g} + \Sigma_{A,m} = \frac{\Sigma_{A,m}}{1-f}$$

$$L_{th}^2 = \frac{D_m}{\Sigma_{A,m}} (1-f) = L_{th,m}^2 (1-f)$$

$$M^2 = L_{us}^2 + L_{th}^2 = 1,10 L_{us,m}^2 + (1-f) L_{th,m}^2$$

Fizički smisao površine usporavanja i termalne difuzije

$\bar{r}$  - srednji domet neutrona: u – pri usporavanju  
th – od termalizacije do apsorpcije

$$L^2 = \frac{1}{m} \bar{r}^2$$

geometrija izvora (goriva)	m
ploča	2
linija	4
tačka	6

## Faktor umicanja neutrona

$F$  – faktor umicanja brzih neutrona

$T$  – faktor umicanja termalnih neutrona

$$k_{eff} = k_{\infty} FT$$

- za kritični reaktor  $k_{eff} = 1$

- ukupni faktor umicanja neutrona

$$FT = \frac{1}{k_{\infty}} = \frac{1}{1 + M^2 B^2}$$

$$\frac{k_{\infty} - 1}{M^2} = B^2 \Rightarrow k_{\infty} = 1 + M^2 B^2$$

- faktor umicanja termalnih neutrona

- umicanje neutrona

$$(-D_{th} \nabla^2 \phi_{th}) \Rightarrow \text{za kritični reaktor } (= D_{th} B^2 \phi_{th})$$

- apsorpcija neutrona

$$\Sigma_A \phi_{th}$$

$$\left( \frac{\text{faktor umicanja}}{\text{termalnih neutrona}} \right) = \frac{\text{brzina termalne apsorpcije}}{\text{brzina termalne apsorpcije} + \text{brzina umicanja}}$$

$$T = \frac{\Sigma_A \phi_{th}}{\Sigma_A \phi_{th} + B^2 D_{th} \phi_{th}} = \frac{1}{1 + \frac{D_{th}}{\Sigma_A} B^2} = \frac{1}{1 + L_{th}^2 B^2}$$

- prema dvogrupnoj teoriji

$$\frac{k_{\infty}}{(1 + L_{us}^2 B^2)(1 + L_{th}^2 B^2)} = 1; \quad FT = \frac{1}{k_{\infty}}$$

$$FT = \frac{1}{(1 + L_{us}^2 B^2)(1 + L_{th}^2 B^2)}, \quad T = \frac{1}{1 + L_{th}^2 B^2}, \quad F = \frac{1}{1 + L_{us}^2 B^2}$$

- prema Fermijevom metodu starosti

$$F = e^{-L_{us}^2 B^2} \left[ \frac{k_{\infty} e^{-L_{us}^2 B^2}}{1 + L_{th}^2 B^2} = 1 \right]$$

## Gustina snage i faktori forme

$$q_v \left( \frac{W}{m^3} \right) = \varepsilon_f \Sigma_f \Phi_{th}(\vec{r})$$

$$\varepsilon_f \approx 195 \text{ MeV} = 3,12 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

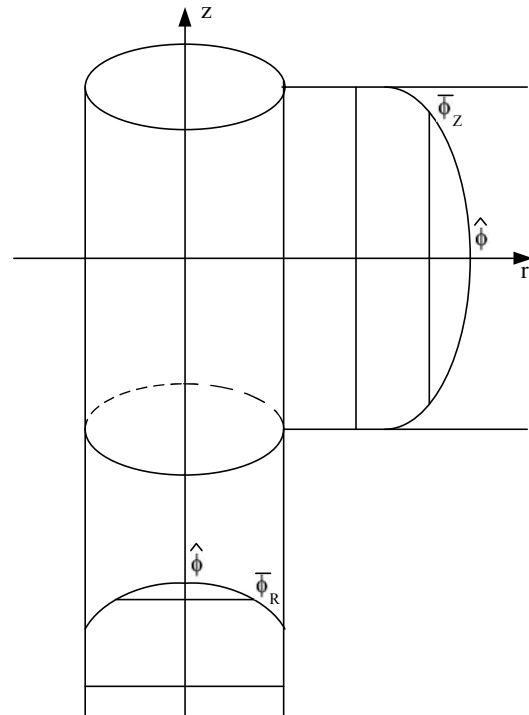
- ukupna snaga u reaktoru

$$\dot{Q}_R = \varepsilon_f \int_{V_R} \Sigma_f \Phi_{th}(\vec{r}) dV \quad (\text{W})$$

$$\dot{Q}_R = \varepsilon_f \overline{\Sigma_f \Phi_{th}} V_R \quad (\text{W})$$

$V_R$  – zapremina reaktorskog jezgra

$$\overline{\Phi} = \frac{1}{\pi R^2 H} \int_0^R \int_{\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \hat{\phi} \cos\left(\frac{\pi z}{He}\right) J_0\left(\frac{2,405r}{\text{Re}}\right) 2\pi r dr dz$$



- aksijalni faktor forme

$$F_z = \frac{\text{maksimalni fluks ( u centru jezgra)}}{\text{srednji fluks duž ose reaktora}} =$$

$$= \frac{\hat{\phi}}{\frac{1}{H} \int_{\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \hat{\phi} \cos\left(\frac{\pi z}{He}\right) dz} = \frac{\frac{\pi H}{H_e}}{\sin\left(\frac{\pi z}{H_e}\right)_{-\frac{H}{2}}^{+\frac{H}{2}}}$$

$$H \approx H_e$$

$$F_z = \frac{\pi}{2 \sin \frac{\pi}{2}} = 1,57$$

- radijalni faktor forme

$$F_R = \frac{\text{srednji fluks duž ose reaktora}}{\text{srednji fluks u reaktoru}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{H} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \hat{\phi} \cos\left(\frac{\pi z}{He}\right) dz}{\frac{1}{\pi R^2 H} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_0^R \hat{\phi}_0 J_0\left(\frac{2,405r}{R_e}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{He}\right) dV_{2\pi r dr dz}}$$

$$\int r J_0(\beta r) dr = \frac{1}{\beta} r J_1(\beta_r)$$

$$J_1(0) = 0$$

$$J_1(2,405) = 0,52$$

$J_1$  - Beselova funkcija I reda

$$F_R = \frac{\frac{2,405R}{2R_e}}{J_1\left(\frac{2,405R}{R_e}\right)}$$

$$R \approx R_e$$

$$F_R = \frac{1,2}{J_1(2,405)} = \frac{1,2}{0,52} = 2,31$$

- ukupni faktor forme

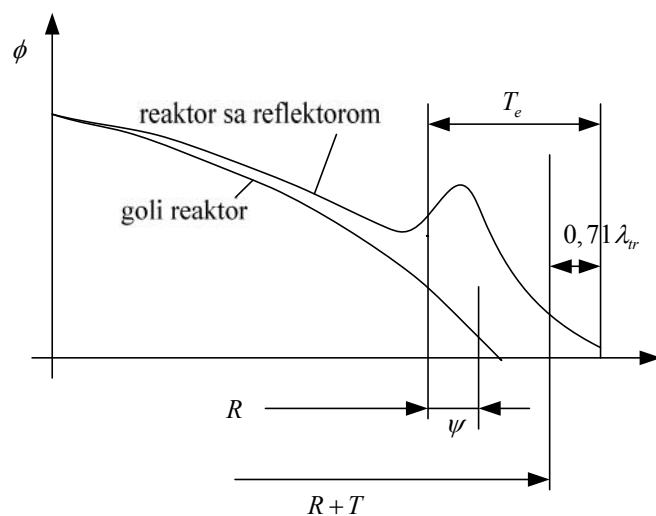
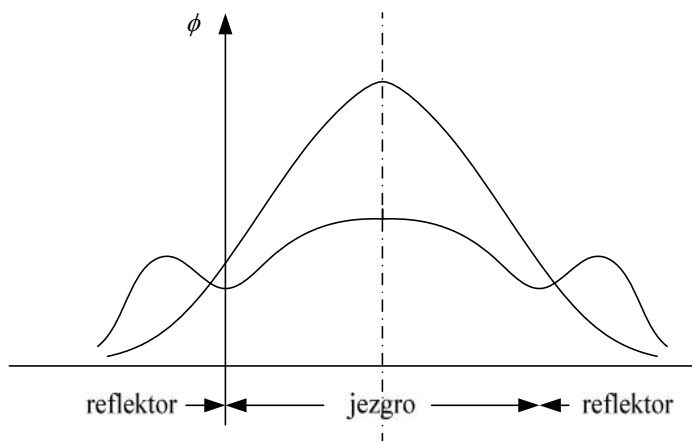
$$F = F_R F_Z = \frac{\hat{\phi}}{\Phi} = \frac{\text{maksimalni fluks (u centru jezgra) reaktora}}{\text{srednji fluks u reaktoru}}$$

- za "goli" reaktor "homogene" strukture

$$F = 1,57 \cdot 2,31 = 3,63$$

### **Metode izjednačavanja fluksa**

- različite zone obogaćenja,
- postavka reflektora,
- različit odnos moderacija ( $V_M / V_G$ ),
- regulacioni štapovi.



$R$  – stvarni prečnik reaktora

$T$  – debljina reflektora

$\psi$  – reaktorska ušteda

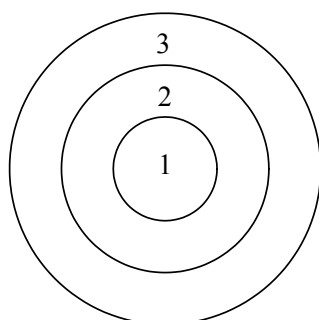
- materijal reflektora: voda, grafit

- za velika jezgra i debele reflektore (debeo reflektor  $T_e > 2L_{th}$ )

$\psi = L_{th}$

- za grafit  $L_{th} = 50\text{cm}$ , tako da su reaktorske uštede sa svih strana reaktora oko 50cm.

- tri zone obogaćenja u cilju izjednačavanja neutronskeg fluksa.



1 – zona najmanjeg obogaćenja

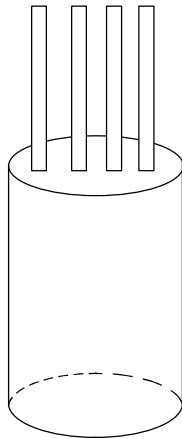
2 – zona srednjeg obogaćenja

3 – zona maksimalnog obogaćenja

$$\Pi_1 < \Pi_2 < \Pi_3$$



- korišćenje apsorpcionih štapova



- štapovi se uranjaju u jezgro napravljeni su od materijala ( Cd, Hf, B ) koji dobro apsorbuju termalne neutrone
- ugradnja reflektora
- promena odnosa moderacije  $\frac{V_m}{V_g}$   
po periferiji reaktora je veća zapremina goriva, a u centru je obrnuto

### **Procedura pri projektovanju reaktora**

1. Odabrati tip reaktora i vrstu i raspored goriva, moderatora, hladioca (nosioca toplote).
2. Sračunati  $\varepsilon, p, f, \eta$  i  $k_\infty$ .
3. Ukoliko  $k_\infty$  nije  $>1$  ponoviti 1. (Poželjno je da  $k_\infty$  bude veće da bi  $V_R$  bilo manje,  $V_R \propto \frac{1}{B^3}$ ).
4. Odrediti  $L_{us}^2, L_{th}^2$  i  $B^2$ .
5. Sračunati kritičnu zapreminu i kritičnu masu goriva.  $B_m^2 = B_g^2$

### **Reaktivnost reaktora**

Reaktivnost se definiše kao

$$\rho = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}}$$

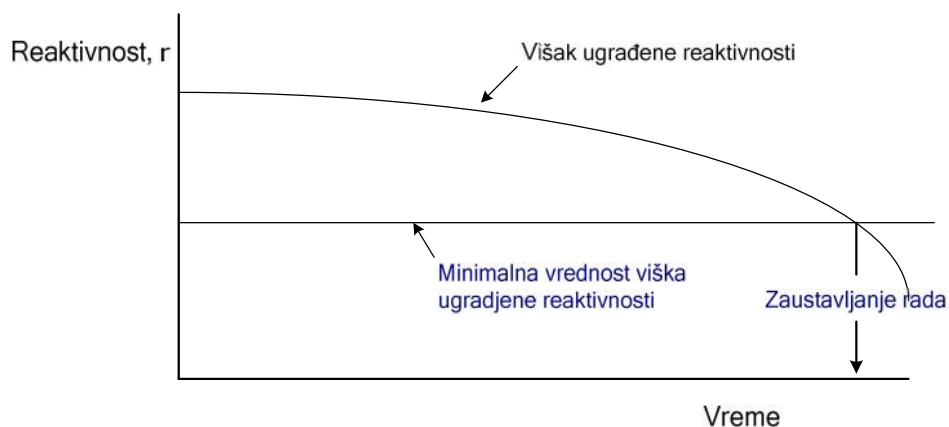
$\rho = 0$  reaktor je kritičan i snaga je konstantna,

$\rho > 0$  reaktor je nadkritičan i snaga raste,

$\rho < 0$  reaktor je podkritičan i snaga opada,

- Potreba za viškom reaktivnosti:

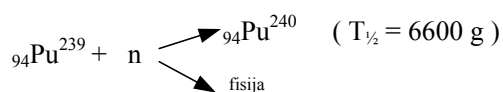
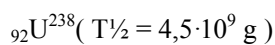
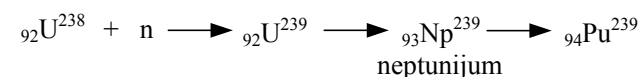
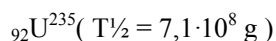
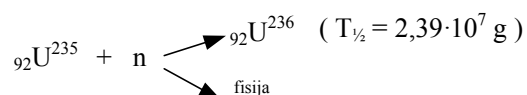
- rad reaktora u dužem vremenskom periodu (izgaranje fisibilnog materijala),
- promena snage,
- zatrovanje tokom rada, (radioaktivni produkti fisije koji apsorbuju neutrone).



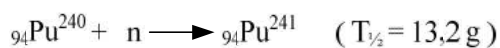
- Kompenzacija viška reaktivnosti

- apsorpcioni štapovi (Cd – kadmijum, B – bor, Hf – hafnijum)
- bor rastvoren u moderatoru/hladiocu

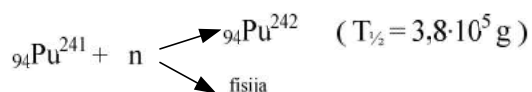
### Izgaranje i konverzija (oplodnja) goriva



fisibilni  $\rightarrow$  sa neparnim masenim brojem

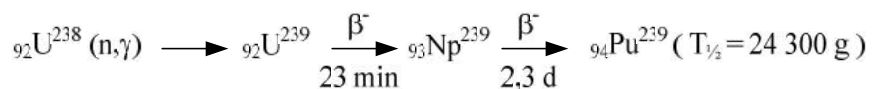
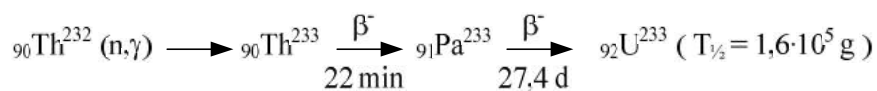


fisibilni  $\rightarrow$  sa neparnim masenim brojem

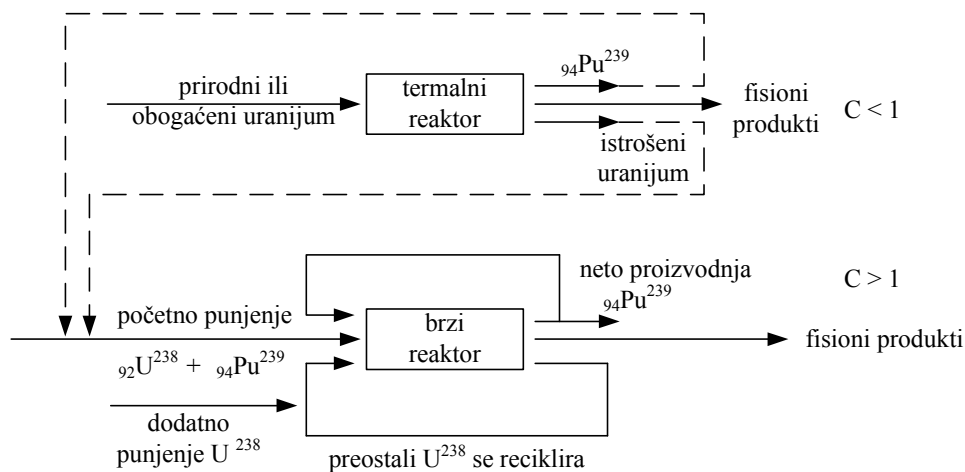


$$c \text{ (faktor konverzije)} = \frac{\text{br. fisibilnih jezgara proizvedenih iz oplodnog goriva}}{\text{br. fisibilnih jezgara utrošen u fis. i nefis. reakcijama}}$$

## Oplodnja nefisibilnog goriva



## Gorivni ciklus



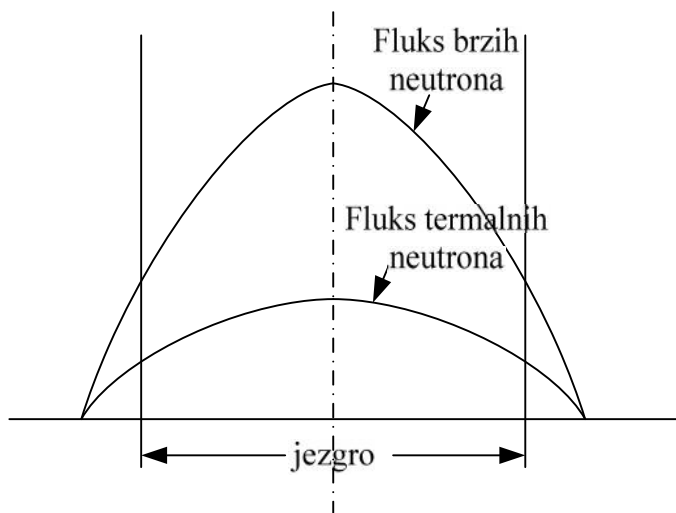
## Stepen sagorelosti

$$B = \left( \frac{\text{MWdana}}{t} \right)$$

Tip reaktora	B (MWd / t)
CANDU reaktor	7 500
Lakovodeni reaktor (LWR)	do 30 000
Brzo oplodni reaktor $\Pi = 22\% - 32\%$	do 150 000

## Stvarna raspodela fluksa – odstupanja teorijske od stvarne raspodele

- Distribucija fluksa u "golom" reaktoru



- Stvarna raspodela fluksa brzih i termalnih neutrona

