

## Statički nosači

### Vrste opterećenja

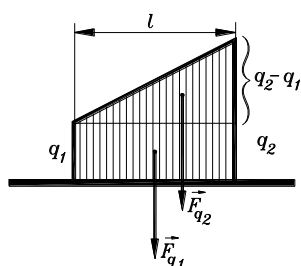
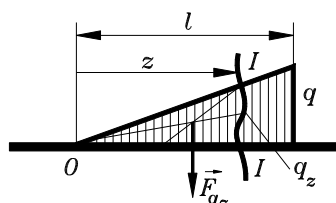
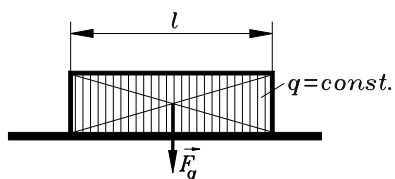
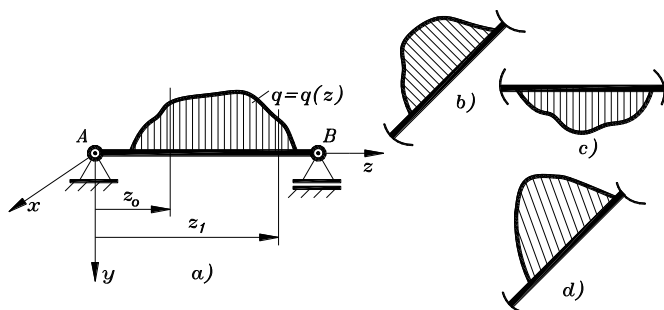
Pod opterećenjem se podrazumeva svaki aktivni uticaj koji deluje na telo.  
Opterećenja se mogu podeliti na:

- koncentrisana i
  - kontinualna
- Kontinualno opterećenje može biti:

- ravnomerno i
- neravnomerno.

$$F_q = \int_{z_0}^{z_1} q(z) dz$$

Trapezno opterećenje može biti



$$F_{q_1} = q_1 l; \quad F_{q_2} = \frac{1}{2} (q_2 - q_1) l$$

$$q : q_z = l : z$$

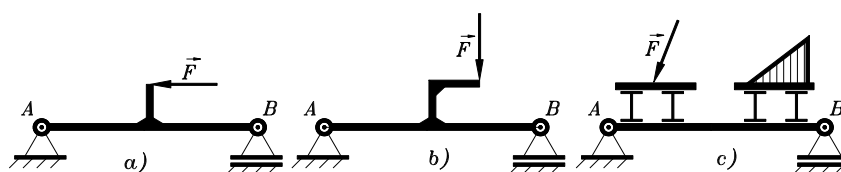
$$q_z = \frac{q}{l} z$$

$$F_{q_z} = \frac{1}{2} q_z z$$

$$F_{q_z} = \frac{1}{2} \frac{q}{l} z^2$$

Opterećenja mogu biti podeljena i po načinu dejstva na

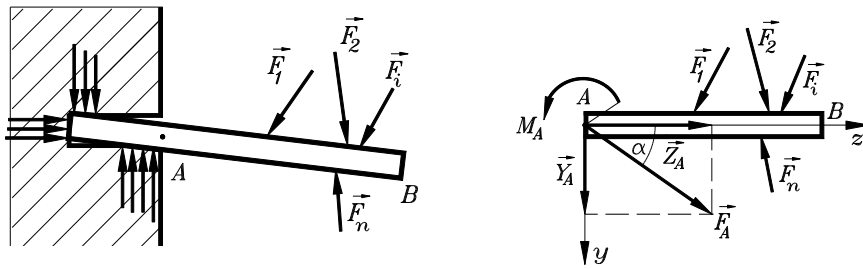
- neposredna i
- posredna.



Prema prirodi dejstva opterećenja mogu biti podeljena na

- stalna i
- promenljiva

## Određivanje reakcije veze uklještenog tela



Sila  $\vec{F}_A$  i moment uklještenja  $M_A$  nazivaju se reakcije uklještenja. Dakle, postoje tri nepoznate veličine koje treba odrediti i to su: intenzitet  $F_A$ , ugao  $\alpha$  koji sila  $\vec{F}_A$  zaklapa sa osom  $Az$  i projekcija momenta uklještenja  $M_A$  na osu  $Ax$ .

$$F_A = \sqrt{Y_A^2 + Z_A^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{Y_A}{Z_A}$$

## Osnovni statički nosači

Nosači se mogu podeliti na:

- ravne i
- prostorne.

Nosači se mogu podeliti i na:

- pune i
- rešetkaste.

Nosači se, takođe, mogu podeliti na:

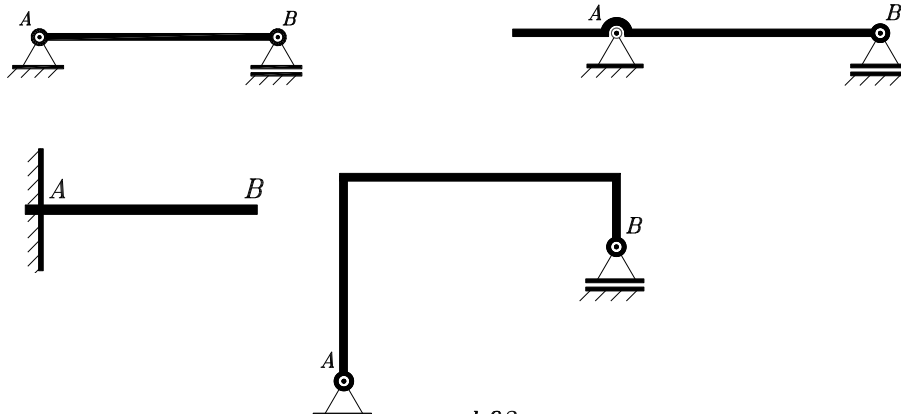
- proste i
- složene.

Prost nosač je onaj koga čini jedno telo ili jedna kruta konstrukcija. Složeni nosač je onaj koji je sastavljen od više prostih nosača međusobno povezanih zglobovima. Ovakvi nosači se nazivaju i *Gerberovi* nosači.

Razlikuju se sledeći tipovi prostih, ravnih, linijskih i rešetkastih nosača:

1) Prosta greda

2) Greda sa prepustima

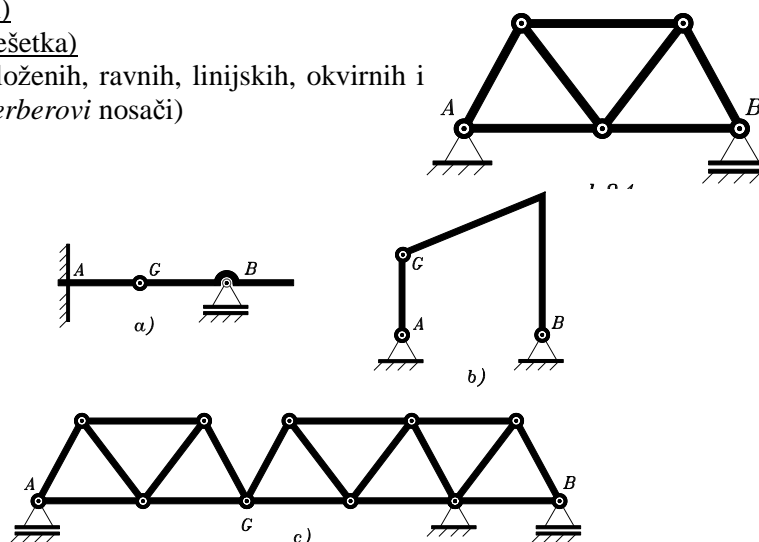


3) Konzola

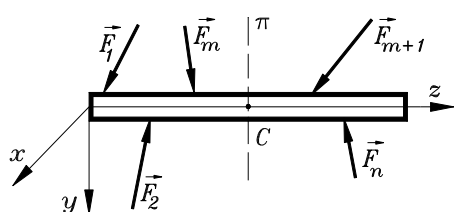
4) Okvirni nosač (ram)

5) Rešetkasti nosač (rešetka)

Neki tipovi složenih, ravnih, linijskih, okvirnih i rešetkastih nosača (Gerberovi nosači)



## Osnovne statičke veličine u poprečnom preseku nosača



$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_j, \dots, \vec{F}_m, \vec{F}_{m+1}, \dots, \vec{F}_k, \dots, \vec{F}_n) \sim 0$$

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_j, \dots, \vec{F}_m) \sim (\vec{F}_R^{ls}; \vec{M}_C^{ls})$$

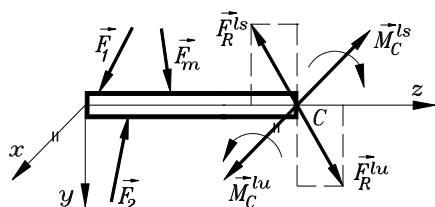
$$\vec{F}_R^{ls} = \sum_{j=1}^m \vec{F}_j$$

$$\vec{M}_C^{ls} = \sum_{j=1}^m \vec{M}_c(\vec{F}_j)$$

$$(\vec{F}_R^{ls}; \vec{M}_C^{ls}, \vec{F}_R^{lu}; \vec{M}_C^{lu}) \sim 0$$

$$\vec{F}_R^{ls} + \vec{F}_R^{lu} = 0$$

$$\vec{M}_C^{ls} + \vec{M}_C^{lu} = 0$$



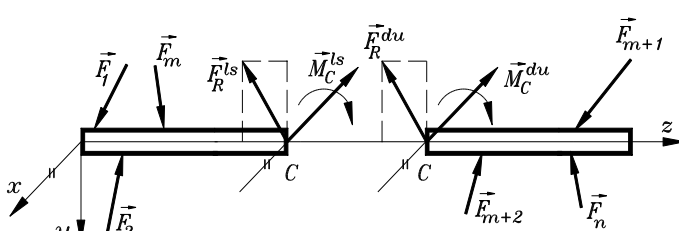
$$(\vec{F}_{m+1}, \vec{F}_{m+2}, \dots, \vec{F}_k, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}_R^{ds}; \vec{M}_C^{ds})$$

$$\vec{F}_R^{ds} = \sum_{k=m+1}^n \vec{F}_k$$

$$\vec{M}_C^{ds} = \sum_{k=m+1}^n \vec{M}_c(\vec{F}_k)$$

$$\vec{F}_R^{ds} + \vec{F}_R^{du} = 0$$

$$\vec{M}_C^{ds} + \vec{M}_C^{du} = 0$$



$$\vec{F}_R^s = \vec{F}_R^{ls} + \vec{F}_R^{ds} = 0$$

$$\vec{M}_C^s = \vec{M}_C^{ls} + \vec{M}_C^{ds} = 0$$

$$\vec{F}_R^{lu} = -\vec{F}_R^{ls} = -(-\vec{F}_R^{ds}) = \vec{F}_R^{ds}$$

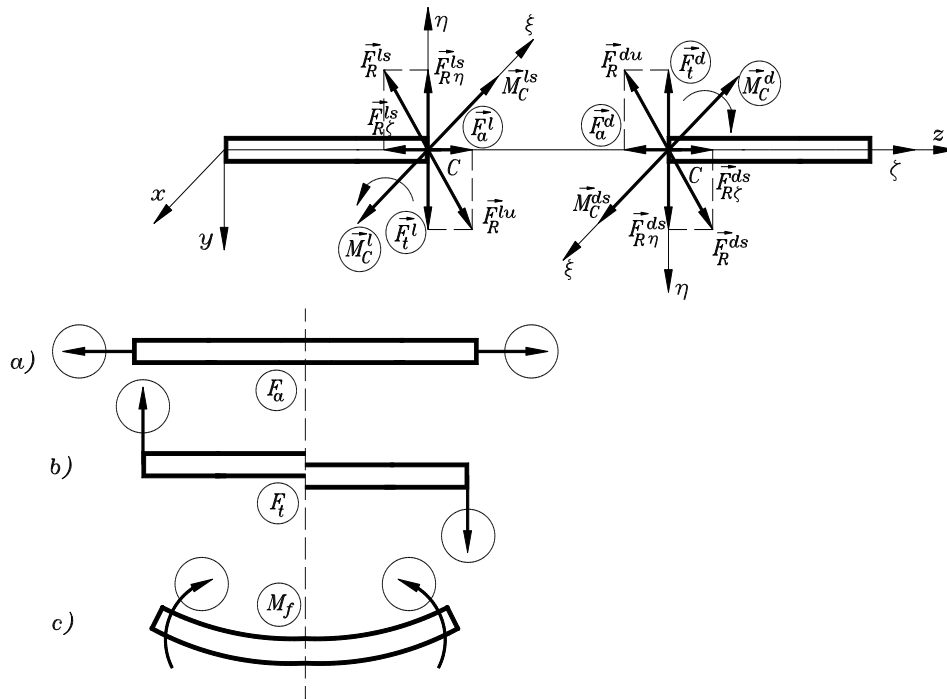
$$\vec{M}_C^{lu} = \vec{M}_C^{ds}$$

$$\vec{F}_R^{du} = \vec{F}_R^{ls}$$

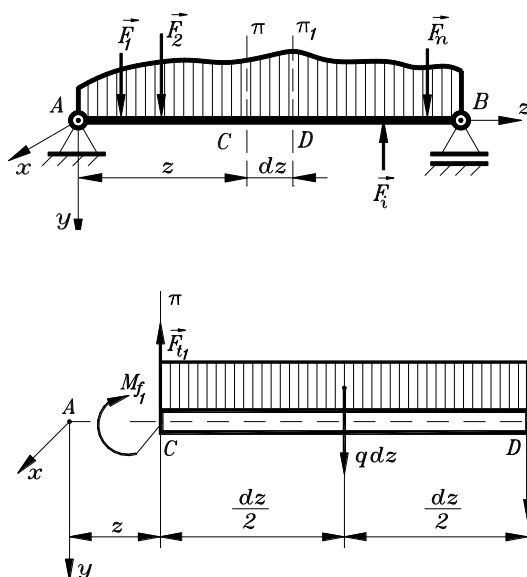
$$\vec{M}_C^{du} = \vec{M}_C^{ls}$$

$$\vec{F}_R^{lu} = \vec{F}_a^l + \vec{F}_t^l, \quad \vec{F}_R^{du} = \vec{F}_a^d + \vec{F}_t^d$$

Komponenta unutrašnjih sila  $\vec{F}_a$  naziva se aksijalna (podužna) sila, a komponenta  $\vec{F}_t$  naziva se transverzalna (poprečna) sila. Vektor momenta sprega  $\vec{M}_C$  upravan je na ravan dejstva svih sila i naziva se napadni moment (moment savijanja), a obeležava se sa  $\vec{M}_f$ . Veličine  $\vec{F}_a$ ,  $\vec{F}_t$  i  $\vec{M}_f$  nazivaju se osnovne statičke veličine u poprečnom preseku ravnog nosača.



### Diferencijalne veze između momenta savijanja, transverzalne sile i specifičnog opterećenja



Između specifičnog opterećenja  $q$ , transverzalne sile  $F_t$  i momenta savijanja  $M_f$ , na nekom delu nosača, mogu se uspostaviti diferencijalne veze. Neka se posmatra prosta gredu  $AB$  opterećena specifičnim opterećenjem i poprečnim koncentrisanim opterećenjima, upravnim na pravac grede.

$$\begin{aligned} \sum Y_i &= 0; \\ -F_t + qdz + F_t + dF_t &= 0 \\ \sum M_{Dx}(\vec{F}_i) &= 0; \\ -M_f - F_t dz + qdz \frac{dz}{2} + M_f + dM_f &= 0 \\ \frac{dF_t}{dz} &= -q(z) \\ \frac{dM_f}{dz} &= F_t(z) \\ \frac{d^2 M_f}{dz^2} &= -q(z) \end{aligned}$$

$$\int_{F_t(z_0)}^{F_t(z)} dF_t = - \int_{z_0}^z q(z) dz$$

$$F_t = - \int_{z_0}^z q(z) dz + F_t|_{z_0}$$

$$M_f = \int_{z_0}^z F_t(z) dz + M_f|_{z_0}$$

a) ako u posmatranom polju nema kontinualnog opterećenja, tj.  $q = 0$

$$F_t = F_t|_{z_0} = \text{const.}$$

b) ako je u posmatranom polju kontinualno opterećenje stalno, tj.  $q = \text{const.} = C$

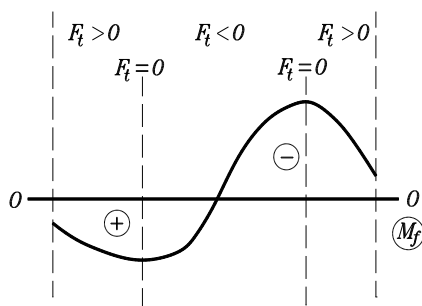
$$F_t = - \int_{z_0}^z C dz + F_t|_{z_0}$$

$$F_t = -C(z - z_0) + F_t|_{z_0}$$

c) ako je  $q = C_1 z$  ( $C_1 = \text{const.}$ )

$$F_t = - \int_{z_0}^z C_1 z dz + F_t|_{z_0}$$

$$F_t = -\frac{C_1}{2}(z^2 - z_0^2) + F_t|_{z_0}$$



A) Ako je u posmatranom polju  $F_t = 0$

$$M_f = M_f|_{z_0} = \text{const.}$$

B) Ako je u posmatranom polju  $F_t = \text{const.} = A$

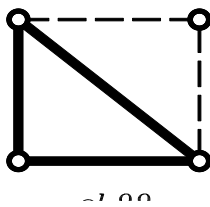
$$M_f = \int_{z_0}^z A dz + M_f|_{z_0}$$

$$M_f = A(z - z_0) + M_f|_{z_0}$$

C) Ako se u nekom polju  $F_t = A_1 z$  ( $A_1 = \text{const.}$ )

$$M_f = \frac{A_1}{2}(z^2 - z_0^2) + M_f|_{z_0}$$

## Ravni rešetkasti nosači



Kruta konstrukcija sastavljena od lakih štapova, međusobno zglobno vezanih, naziva se rešetkasti nosač ili rešetka. Rešetka je ravna ako svi štapovi pripadaju jednoj ravni, a prostorna ako to nije slučaj. Zglobne veze između štapova nazivaju se čvorovi i uzima se da su rešetke opterećene samo u čvorovima. Težine štapova se zanemaruju u odnosu na opterećenja koja nose, tako da pri proračunu rešetke smatra se da su štapovi rešetke opterećeni samo na pritisak ili istezanje.

$$s = 2n - 3$$

Složena ravna rešetka, koja ima  $g$  - Gerberovih zglobova,

$$s = 2n - 3 - g$$

## Određivanje sila u štapovima metodom ravnoteže čvorova

$$\vec{S}_i = -\vec{S}_i'$$

$$\sum Y_i = 0 \text{ i } \sum Z_i = 0$$

Iz uslova ravnoteže tela na koji deluje sistem sučeljnih sila mogu se izvesti sledeći zaključci:

- ako rešetka ima čvorove koji povezuju samo dva štapa različitih pravaca, tada su sile u oba štapa jednake nuli,
- ako se u jednom čvoru spajaju tri štapa, od kojih su dva istog pravca, tada su sile u ta dva štapa istih intenziteta i suprotnih smerova, a sila u trećem štapu je jednaka nuli.

Osim analitičkim, sile u štapovima mogu se odrediti i geometrijskim i grafičkim postupkom. U oba slučaja treba nacrtati onoliko poligona sila koliko ima čvorova u rešetki i pri tome se sila u svakom od štapova pojavljuje dva puta. To je ujedno i glavni nedostatak metode čvorova. Ovaj nedostatak se ne pojavljuje u *Kremoninoj metodi*, koja je zasnovana na konstrukciji poligona sila koji objedinjuje sve poligone pojedinačnih čvorova. Međutim, i ova metoda ima nedostataka, kao što su:

- ne može se direktno naći unutrašnja sila u proizvoljnom štapu, već je potrebno konstruisati ceo poligon sila;
- ne mogu se odrediti sile u štapovima ako ih u jednom čvoru ima više od dve čiji su intenziteti nepoznati.

## Određivanje sila u štapovima *Riterovom* metodom

Riterova metoda je analitička metoda i pogodna je za nalaženje sile u jednom štapu ili ograničenom broju štapova (najviše tri).

Kao i u prethodnoj metodi, rešetka se najpre oslobodi veza, a njihovo dejstvo se zameni reakcijama veza. Rešetka se, zatim, u mislima preseca na dva dela tako da se među presečenim štapovima nalazi onaj čija sila u štapu se izračunava i najviše još dva štapa. Nakon toga bira se deo rešetke koji će biti posmatran, a uticaj odbačenog dela se zamenjuje odgovarajućim silama.

Posmatrani deo rešetke nalazi se u ravnoteži pod dejstvom sila u presečenim štapovima i ostalih sila koje deluju na ovaj deo rešetke. Za njih se može postaviti jedan od tri oblika uslova ravnoteže ravnog sistema sila iz kojih se nalaze nepoznate sile u presečenim štapovima.