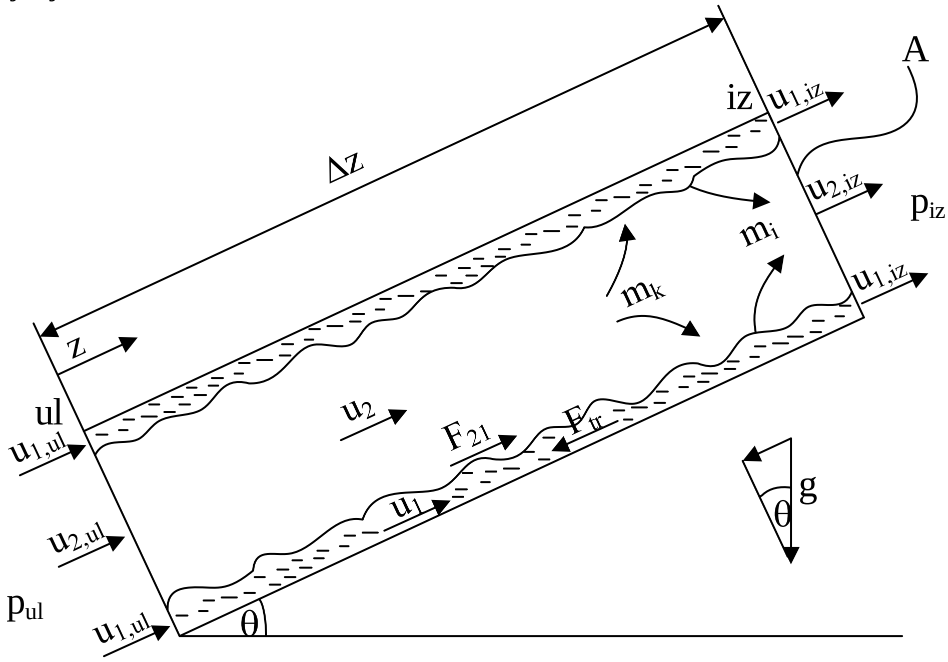
BILANSNE JEDNAČINE - MODEL 2 FLUIDA

U modelu dva fluida bilansne jednačine se pišu posebno za tečnu posebno za parnu/gasnu fazu. Posmatramo dvofazno strujanje u nekoj cevi, konstantnog poprečnog preseka A, koja je nagnuta u odnosu na horizontalnu ravan pod uglom θ. Izdvojimo iz cevi kontrolnu zapreminu dužine Δz, Slika 1. Ulazni presek je obeležen sa ul, a izlazni sa iz. Dvofazni tok može imati različite oblike strujanja (mehurasti, čepasti, penasti, anularni). Na Slici 1. je prikazan anularni tok zbog jasne razdvojenosti faza i definisanja razmene mase na razdenoj površini i sila koje deluju između faza. Tečna faza u anularnom toku struji uz zid, a parna faza struji u jezgru. Izvedene bilansne jednačine će važiti za sve oblike strujanja.



Slika 1. Kontrolna zapremina dužine Δz izdvojena iz cevi, nagnute pod uglom θ u odnosu na horizontalnu ravan, kroz koju struji dvofazna mešavina tečne i parne/gasne faze.

Svaki bilans možemo predstaviti kao:

AKUMULACIJA=UTICANJE-ISTICANJE+IZVOR. (1)

Pod pojmom izvor mislimo na prinos bilansne veličine, mada ovaj član može biti i negativan pa bi to bio ustvari ponor bilansne veličine. Radi jednostavnosti zadržaćemo samo član izvora.

BILANS MASE

Bilans mase za tečnu fazu

Pojedini članovi u bilansu mase za tečnu fazu se određuju na sledeći način:

Akumulacija mase predstavlja promenu mase tokom vremenskog intervala Δt

$$\left(\rho_1 V_1\right)^{t+\Delta t} - \left(\rho_1 V_1\right)^{t}, \qquad (2)$$

gde prvi član predstavlja masu tečne faze u narednom vremenskom trenutku, a drugi član masu u početnom vremenskom trenutku.

Uticanje mase predstavlja masu tečne faze u ulaznom preseku kontrolne zapremine

$$\dot{m}_{1,ul} \cdot \Delta t . \qquad (3)$$

Isticanje mase predstavlja masu tečne faze u izlaznom preseku kontrolne zapremine

$$\dot{m}_{1,\mathrm{iz}} \cdot \Delta t . \qquad (4)$$

Ako je parna/gasna faza kondenzujući gas, on može da se kondenzuje na tečnom filmu i onda imamo izvor tečne faze, a to je masa nastalog kondenzata.

$$\dot{m}_k \cdot \Delta t \,. \tag{5}$$

Uvrštavanjem jednačina (2) do (5) u izraz (1) dobija se algebarska jednačina bilansa mase tečne faze

$$\left(\rho_1 V_1\right)^{t+\Delta t} - \left(\rho_1 V_1\right)^{t} = \left(\dot{m}_{1,ul} - \dot{m}_{1,\mathrm{iz}} + \dot{m}_k\right) \cdot \Delta t \,. \tag{6}$$

Sve članove u jednačini (6) izrazićemo preko strujnih parametara, koje smo definisali za ovaj slučaj strujanja. Uvodimo pretpostavku da se zapreminski udeo tečne faze, α_1 ne menja na rastojanju Δz. Površinu kroz koju struji tečna faza određujemo preko zapreminskog udela tečne faze kao $A_1 = \alpha_1 \cdot A$. Da bismo odredili masu nastalog kondenzata, uvodimo veličinu koja se naziva brzina kondenzacije, $\Gamma_k \left[\frac{kg}{m^3 s}\right]$ i koja predstavlja masu pare koja se kondenzuje u jedinici vremena u jedinici zapremine. U opštem slučaju možemo imati i isparavanje tečnosti, koje bi predstavljalo ponor mase tečne faze. Istovremeno se neće javiti i kondenzacija i isparavanje. $\Gamma_i \left[\frac{kg}{m^3 s}\right]$ je brzina isparavanja tečne faze. Da bismo odredili koliko kg tečnosti ispari/pare kondenzuje u jedinici vremena, brzinu isparavanja/kondenzacije množimo sa zapreminom kontrolne zapremine $V = A\Delta z$, uvrštavanjem u jednačinu (6) dobijamo

$$\left(\rho_1 \alpha_1 A\Delta z\right)^{t+\Delta t} - \left(\rho_1 \alpha_1 A\Delta z\right)^{t} = \left[\left(\alpha_1 A \rho_1 u_1\right)_{ul} - \left(\alpha_1 A \rho_1 u_1\right)_{iz} + \left(\Gamma_k - \Gamma_i\right) \cdot A\Delta z\right] \cdot \Delta t \,. \tag{7}$$

Jednačinu (7) delimo sa $A\Delta z \Delta t$, prebacujemo članove uticanje i isticanje na levu stranu. Uvodimo nove indekse za brzine kondenzacije i isparavanja k=21, a i=12, pri čemu prvi broj u indeksu predstavlja fazu sa koje masa prelazi, a drugi fazu na koju masa prelazi

$$\frac{\left(\rho_1 \alpha_1\right)^{t+\Delta t} - \left(\rho_1 \alpha_1\right)^{t}}{\Delta t} + \frac{\left(\alpha_1 \rho_1 u_1\right)_{iz} - \left(\alpha_1 \rho_1 u_1\right)_{ul}}{\Delta z} = \Gamma_{21} - \Gamma_{12} \,. \tag{8}$$

Ako posmatramo infinitezimalni vremenski trenutak i dužinu kontrolne zapremine, $\Delta t \to 0, \Delta z \to 0$, prelazimo sa algebarske jednačine na diferencijalnu jednačinu, pa bilans mase za tečnu fazu sada ima oblik:

$$\frac{\partial\left(\alpha_1 \rho_1\right)}{\partial t} + \frac{\partial\left(\alpha_1 \rho_1 u_1\right)}{\partial z} = \Gamma_{21} - \Gamma_{12} \,, \tag{9}$$

gde svi članovi imaju dimenziju $\left[\frac{kg}{m^3 s}\right]$, što predstavlja masu tečnosti u kontrolnoj zapremini dvofazne mešavine u jedinici vremena.

Istim postupkom možemo doći do diferencijalne jednačine bilansa mase parne/gasne faze u dvofaznom toku, pri čemu je izvor mase pare isparavanje, a ponor kondenzacija

$$\frac{\partial\left(\alpha_2 \rho_2\right)}{\partial t} + \frac{\partial\left(\alpha_2 \rho_2 u_2\right)}{\partial z} = \Gamma_{12} - \Gamma_{21} \,. \tag{10}$$

Sabiranjem bilansnih jednačina mase tečne (9) i parne (10) faze dobijamo

$$\frac{\partial\left(\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2\right)}{\partial t} + \frac{\partial\left(\alpha_1 \rho_1 u_1 + \alpha_2 \rho_2 u_2\right)}{\partial z} = 0 \,. \tag{11}$$

U ukupnom bilansu (11) se gube izvorni članovi jer što je izvor za jednu fazu, to je ponor za drugu fazu.

Ako primetimo da je gustina mešavine $\rho_m = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2$ i pretpostavimo da je dvofazna mešavina homogena, tj. da su brzine tečne i parne faze jednake $u_m = u_1 = u_2$, sledi

$$\frac{\partial\left(\rho_m\right)}{\partial t} + \frac{\partial\left(\rho_m u_m\right)}{\partial z} = 0 \,. \tag{12}$$

Ako uklonimo indeks m, dobili smo bilans mase za jednofazno strujanje, odnosno dobili smo jednačinu kontinuiteta. Uprošćavanjem dvofaznog strujanja dolazimo do jednofaznog strujanja.

BILANS KOLIČINE KRETANJA

Druga bilansna veličina je količina kretanja. Primenjujemo 2. Njutnov zakon:

$$\frac{\Delta\left(m\vec{u}\right)}{\Delta t}=\vec{F}\,. \tag{13}$$

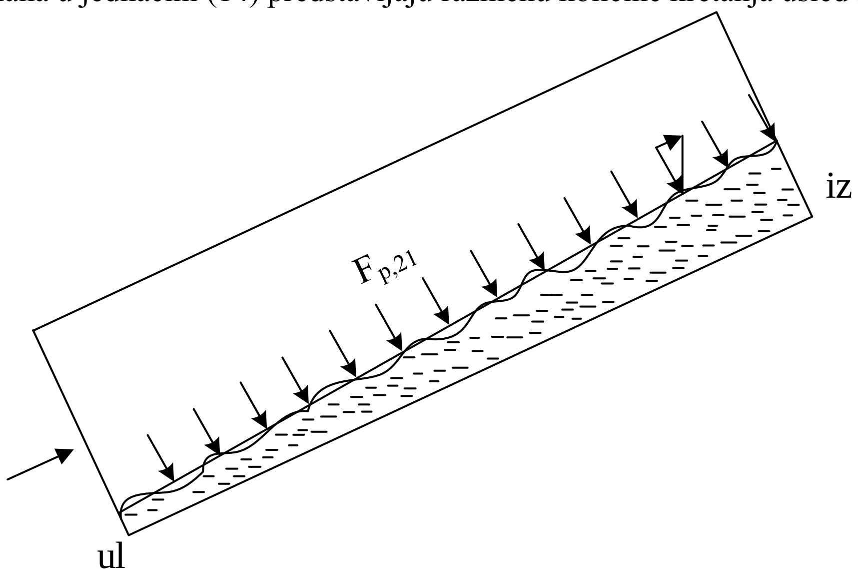
Ako je masa konstantna imamo $m\vec{a}=\vec{F}$, a ako nije imamo promena količine kretanja jednaka je proizvodu sile i intervala tokom kog deluje sila $\Delta\left(m\vec{u}\right)=\vec{F}\Delta t$.

$$\Delta\left(m\vec{u}\right)=\left(\vec{F}_{p,ul}+\vec{F}_{p,\mathrm{iz}}+\vec{F}_{p,21}+\vec{F}_{tr}+\vec{F}_{21}+\vec{F}_{g}\right)\Delta t+\left(\Gamma_{21}\vec{u}_2A\Delta z\right)\Delta t-\left(\Gamma_{12}\vec{u}_1A\Delta z\right)\Delta t \tag{14}$$

Sile koje deluju na kontrolnu zapreminu su:

- sila pritiska na tečnu fazu u ulaznom preseku kontrolne zapremine $F_{p,ul}=\left(p\alpha_1A\right)_{ul}$,
- sila pritiska na tečnu fazu u izlaznom preseku kontrolne zapremine $F_{p,\mathrm{iz}}=\left(p\alpha_1A\right)_{iz}$,
- sila pritiska parne faze na tečnu fazu na razdelnoj površini $F_{p,21}=p\Delta\alpha_1A,$
- sila trenja između tečne faze i zida strujnog kanala $F_{tr}=A_{1z}\tau_{1z}$,
- sila međufaznog trenja $F_{21}=A_{21}\tau_{21}$ i
- sila usled dejstva gravitacije $F_g=m_1g=\rho_1\alpha_1A\Delta zg$.

Poslednja dva člana u jednačini (14) predstavljaju razmenu količine kretanja usled faznog prelaza.



Slika 2. Delovanje sile pritiska parne faze na tečnu fazu preko razdelne površine između faza.

Količina kretanja je vektorska veličina. Usvojićemo da je koordinata z usmerena od ulaznog do izlaznog preseka (Slika 1). Projektovanjem jednačine (14) na pravac z dobija se

$$\left(\alpha_1A\Delta z\rho_1u_1\right)^{t+\Delta t}-\left(\alpha_1A\Delta z\rho_1u_1\right)^{t}=\left(\alpha_1A\rho_1u_1\Delta tu_1\right)_{ul}-\left(\alpha_1A\rho_1u_1\Delta tu_1\right)_{iz}+\left(p\alpha_1A\right)_{ul}\cdot\Delta t-\left(p\alpha_1A\right)_{iz}\cdot\Delta t+$$
$$+p\Delta\alpha_1A\Delta t-A_{1z}\tau_{1z}\Delta t+A_{12}\tau_{12}\Delta t-\rho_1g\sin\theta\alpha_1A\Delta z\Delta t+\Gamma_{21}u_2A\Delta z\Delta t-\Gamma_{12}u_1A\Delta z\Delta t \tag{15}$$

Unutar strujnog kanala imamo silu pritiska kojom parna faza deluje na tečnu (Slika 2). Ako je ta sila normalna na pravac strujanja njena projekcija na z pravac je jednaka nuli. Ako se debljina tečnog filma menja duž pravca strujanja, npr. povećava se od ulaza do izlaza (Slika 2), sila pritiska ima neku komponentu u pravcu strujanja $+p\Delta\alpha_1A\Delta t$, gde je p srednji pritisak unutar strujnog kanala, a $\Delta\alpha_1A$ projekcija razdelne površine između faza na pravac strujanja. Sila trenja između tečnog filma i zida strujnog kanala $F_{tr} = A_{1z}\tau_{1z}$, deluje u suprotnom smeru od smera strujanja (Slika 1). A_{1z} je površina dodira tečne faze i zida. Ako brzine faza nisu jednake i pretpostavimo da je $u_2 > u_1$, imamo silu međufaznog trenja $F_{21} = A_{21}\tau_{21}$. Oznaka je 21 jer smo pretpostavili da je brzina parne faze veća od brzine tečne faze, pa para međufaznim trenjem vuče tečni film (Slika 1), odnosno količina kretanja prelazi sa pare na tečni film, para teži da ubrza tečni film. A_{21} površina dodira tečne i parne faze, odnosno razdelna površina. Razmena količine kretanja usled faznog prelaza može biti usled kondenzacije ili usled isparavanja. Razmena količine kretanja usled kondenzacije $\Gamma_{21} A \Delta z \Delta t u_2$, predstavlja prinos količini kretanja tečne faze usled kondenzacije. Para brzinom u2 prelazi u tečnu fazu. Razmena količine kretanja usled isparavanja $-\Gamma_{12} A \Delta z \Delta t u_1$, predstavlja gubitak količine kretanja tečne faze usled isparavanja. Projekcija sile usled dejstva gravitacije na pravac kretanja je $-\alpha_1 A \Delta z \rho_1 g \sin\theta \Delta t$. Ugao koji zaklapa pravac dejstva Zemljine sile teže i pravac upravan na pravac strujanja jednak je uglu nagiba cevi u odnosu na horizontalnu ravan, θ (uglovi sa normalnim kracima).

Jednačinu bilansa količine kretanja tečne faze (15) delimo sa $A \Delta z \Delta t$. Ako posmatramo infinitezimalni vremenski trenutak i dužinu kontrolne zapremine $\Delta t \to 0, \Delta z \to 0$, prelazimo sa algebarske jednačine na diferencijalnu jednačinu, bilans količine kretanja za tečnu fazu sada ima oblik

$$\frac{\partial(\alpha_1 \rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial\left(\alpha_1 \rho_1 u_1^2\right)}{\partial z} = -\frac{\partial(\alpha_1 p)}{\partial z} + p\frac{\partial \alpha_1}{\partial z} - a_{1z}\tau_{1z} + a_{21}\tau_{21} + \Gamma_{21} u_2 - \Gamma_{12} u_1 - \alpha_1 \rho_1 g \sin\theta \quad (16)$$

a razvijanjem prvog člana sa desne strane dobija se

$$\frac{\partial(\alpha_1 \rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial\left(\alpha_1 \rho_1 u_1^2\right)}{\partial z} = -\alpha_1 \frac{\partial p}{\partial z} - a_{1z}\tau_{1z} + a_{21}\tau_{21} + \Gamma_{21} u_2 - \Gamma_{12} u_1 - \alpha_1 \rho_1 g \sin\theta . \quad (17)$$

U izrazima (16) i (17) količnik površine dodira tečne faze i zida i zapremine dvofazne mešavine u kontrolnoj zapremini jednak je specifičnoj razdelnoj površini između tečne faze i zida, $a_{1z} = \frac{A_{1z}}{A \Delta z}\left[\frac{m^2}{m^3}\right]$, a količnik razdelne površine i zapremine dvofazne mešavine u kontrolnoj zapremini jednak je specifičnoj razdelnoj površini između tečne i parne faze $a_{21} = \frac{A_{21}}{A \Delta z}\left[\frac{m^2}{m^3}\right]$.

Istim postupkom možemo doći do diferencijalne jednačine bilansa količine kretanja parne faze u dvofaznom toku

$$\frac{\partial(\alpha_2 \rho_2 u_2)}{\partial t} + \frac{\partial\left(\alpha_2 \rho_2 u_2^2\right)}{\partial z} = -\alpha_2 \frac{\partial p}{\partial z} - a_{2z}\tau_{2z} - a_{21}\tau_{21} - \Gamma_{21} u_2 + \Gamma_{12} u_1 - \alpha_2 \rho_2 g \sin\theta . \quad (18)$$

Na slici smo nacrtali anularni tok, u njemu nemamo kontakta između parne faze i zida. U bilansu parne faze imamo isto međufazno trenje, samo sa suprotnim znakom u odnosu na bilans količine kretanja tečne faze, međufazno trenje usporava parnu fazu.

BILANS ENERGIJE

Fluid ima unutrašnju energiju, kinetičku energiju i potencijalnu energiju. Unutrašnju energiju zamenićemo entalpijom (h=u+pv), koja je jednaka zbiru unutrašnje energije i rada koji vrši delić fluida, tu energiju nazivamo termička energija. U problemima razmene toplote i promene faze kinetičku energiju i potencijalnu energiju možemo da zanemarimo. Bilans energije tečne faze u diferencijalnom obliku je

$$\frac{\partial(\alpha_1\rho_1 h_1)}{\partial t}+\frac{\partial(\alpha_1\rho_1 u_1 h_1)}{\partial z}=\Gamma_{21}h^{"}-\Gamma_{12}h^{"}+\dot{q}_{v1}, \tag{19}$$

gde prvi član sa leve strane predstavlja akumulaciju termičke energije, drugi član sa leve strane predstavlja razmenu termičke energije uticanjem i isticanjem, odnosno konvekcijom. Pod pojmom konvekcija podrazumevamo strujanje. Članovi sa desne strane znaka jednakosti u (19) predstavljaju, sledstveno: prinos termičke energije usled kondenzacije, gubitak usled isparavanja i razmenu toplote između strujnog kanala i dvofaznog toka. Pošto posmatramo bilans energije tečne faze, poslednji član predstavlja količinu toplote koju strujni kanal (zid cevi) preda tečnoj fazi u jedinici vremena po jedinici zapremine. U indeksu v1, (v) predstavlja zapreminski toplotni fluks, a (1) se odnosi na tečnu fazu. Svi članovi u jednačini (19) imaju jedinicu $\left[\frac{W}{m^3}\right]$.

Zapreminski toplotni fluks se određuje iz izraza za toplotni protok, koji predstavlja toplotu koju u jedinici vremena zid preda tečnoj fazi

$$\dot{Q}_{z1}=\dot{q}_{v,1}\cdot V=\dot{q}_{A,1}\cdot A_{1z}\,. \tag{20}$$

Površinski toplotni fluks $\dot{q}_{A,1}$ određujemo prema Njutnovom zakonu kao

$$\dot{q}_{A,1}\left[\frac{W}{m^2}\right]=h_{z1}\left[\frac{W}{m^2K}\right](T_z-T_1)[K], \tag{21}$$

gde je $h_{z1}\left[\frac{W}{m^2K}\right]$ koeficijent prelaza toplote sa zida na tečnu fazu. Ako je $T_z>T_1$ površinski toplotni fluks će biti pozitivan. Veza između zapreminskog i površinskog toplotnog fluksa je

$$\dot{q}_{v,1}\left[\frac{W}{m^3}\right]=a_{1z}\left[\frac{m^2}{m^3}\right]\dot{q}_{A,1}\left[\frac{W}{m^2}\right]. \tag{22}$$

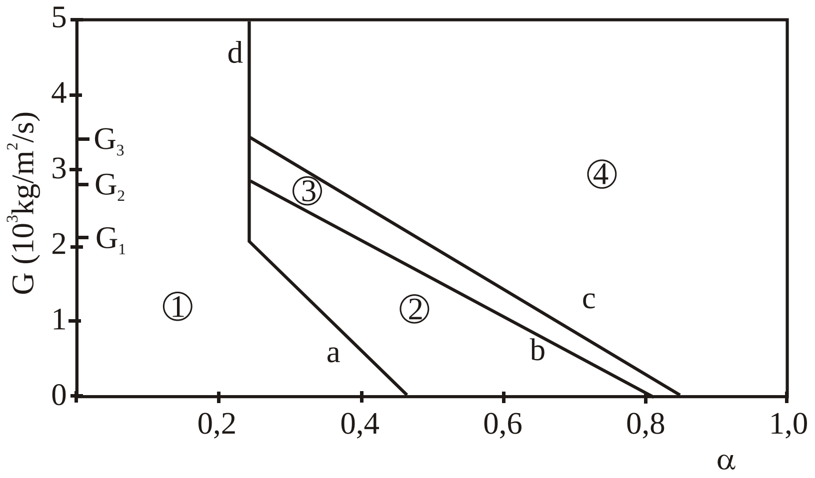
Bilans energije za parnu fazu glasi

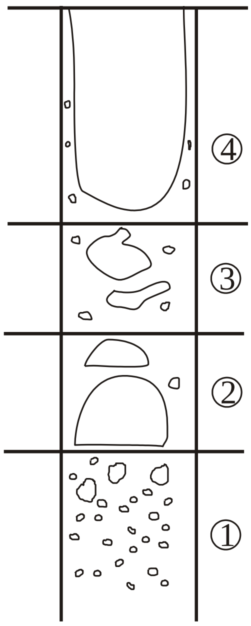
$$\frac{\partial(\alpha_2\rho_2 h_2)}{\partial t}+\frac{\partial(\alpha_2\rho_2 u_2 h_2)}{\partial z}=\Gamma_{12}h"-\Gamma_{21}h"+\dot{q}_{v2} \tag{23}$$

Bilansne jednačine mase, količine kretanja i energije za obe faze čine sistem od 6 parcijalnih diferencijalnih jednačina u kojima figurišu parametri procesa koji posmatramo. Nezavisno promenljiva je koordinata z, a zavisno promenljive su $\alpha_1,\alpha_2,u_1,u_2,p,h_1,h_2$. Pošto imamo 7 nezavisno promenljivih, a 6 diferencijalnih jednačina nedostaje nam još jedna jednačina da bi zatvorili sistem, a to je jednačina bilansa zapremine $\alpha_1+\alpha_2=1$. Sa desne strane diferencijalnih jednačina se javljaju članovi koji definišu razmene mase, količine kretanja, toplote između faza. Da bismo te članove definisali potrebni su nam izrazi kojima ih možemo opisati, te izraze nazivamo konstitutivnim korelacijama.

KONSTITUTIVNE KORELACIJE

Benett-ova mapa strujanja





1 – mehurasti tok
2 – čepasti tok
3 – penasti tok
4 – anularni tok

$$G_1 = 2063\,\frac{kg}{m^2 s} \qquad a: -1{,}08\cdot 10^{-4}G + 0{,}465 = \alpha$$

$$G_2 = 2789\,\frac{kg}{m^2 s} \qquad b: -2{,}06\cdot 10^{-4}G + 0{,}817 = \alpha$$

$$G_3 = 3343\,\frac{kg}{m^2 s} \qquad c: -1{,}86\cdot 10^{-4}G + 0{,}865 = \alpha$$

$$d: 0{,}243 = \alpha$$

(Važi za vertikalno strujanje.)

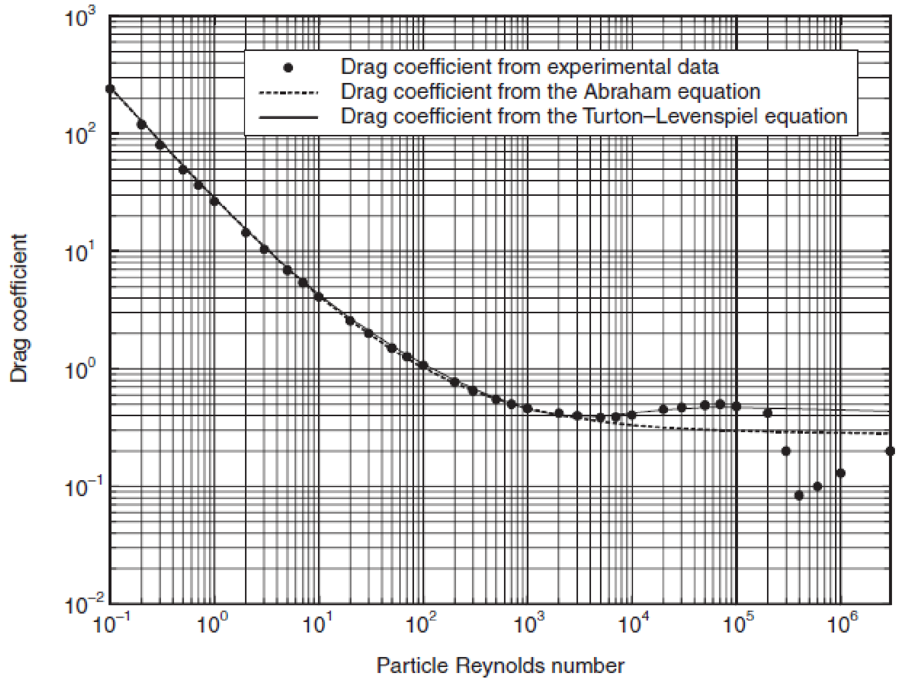
Mehurasti tok

- <u>tečna faza - parna faza</u>

- maksimalni prečnik mehura $d_{m,\max} = \dfrac{We_{kr}\cdot\sigma}{\rho_1\left(u_2 - u_1\right)^2}$; $We_{kr} = 1{,}24$;
- srednji prečnik mehura $d_m = 0{,}0615\cdot d_{m,\max}$; $d_M \le \alpha_2 D$;
- specifična razdelna površina između parne i tečne faze, količnik razdelne površine i jedinice zapremine $a_{12,m} = \dfrac{A_{12}}{V} = \dfrac{N_m 4 r_m^2\pi}{\dfrac{V_2}{\alpha_2}} = \dfrac{N_m 4 r_m^2 \pi}{\dfrac{N_m \frac{4}{3} r_m^3\pi}{\alpha_2}} = 3\dfrac{\alpha_2}{r_m} = 6\dfrac{\alpha_2}{d_m}$;

- Rejnoldsov broj $\mathrm{Re}_m = \dfrac{|u_2 - u_1| d_m \rho_1}{\mu_1}$
- koeficijent trenja na razdelnoj površini tečne i parne faze

$$f_{12,m} = \frac{24}{\mathrm{Re}_m}(1 + 0{,}15\,\mathrm{Re}_m^{0{,}687}) + \frac{0{,}42}{1 + 4{,}25 \cdot 10^4\,\mathrm{Re}_m^{-1{,}16}}$$



Zavisnost koeficijenta otpora strujanju oko sfere od Rejnoldsovog broja

- međufazni napon trenja $\tau_{12,m} = \dfrac{1}{8}\rho_1 f_{12} |u_2 - u_1|(u_2 - u_1)$

- <u>tečna faza- zid</u>

- specifična razdelna površina između tečne faze i zida

$$a_{1z,m} = \frac{A_{1z}}{V} = \frac{S_{1z}\Delta z}{A\Delta z} = \frac{\pi D \alpha_1}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{4(1-\alpha_2)}{D}$$

- Rejnoldsov broj $\mathrm{Re}_{1,m} = D_h \dfrac{\rho_1 |u_1|}{\mu_1}$, $D_h = \dfrac{4A_1}{O_1} = \dfrac{4\frac{\pi D^2}{4}\alpha_1}{\pi D \alpha_1} = D$

- koeficijent trenja tečne faze na zidu

$$f_{1z,m} = \frac{16}{\mathrm{Re}_{1,m}},\ za\ \mathrm{Re}_{1,m} \le 2 \cdot 10^3$$

$$f_{1z,m} = \frac{0{,}079}{\mathrm{Re}_{1,m}^{0{,}25}},\ za\ \mathrm{Re}_{1,m} > 2 \cdot 10^3$$

- napon trenja između tečne faze i zida strujnog kanala $\tau_{1z,m} = f_{1z,m} \dfrac{\rho_1 |u_1| u_1}{2}$

- <u>parna faza- zid</u>

- specifična razdelna površina između parne faze i zida $a_{2z,m} = \dfrac{A_{2z}}{V} = \dfrac{S_{2z}\Delta z}{A\Delta z} = \dfrac{\pi D \alpha_2}{\frac{\pi D^2}{4}} = \dfrac{4\alpha_2}{D}$

- Rejnoldsov broj $\mathrm{Re}_{2,m} = D_h \dfrac{\rho_2 |u_2|}{\mu_2}$, $D_h = \dfrac{4A_2}{O_2} = \dfrac{4\dfrac{\pi D^2}{4}\alpha_2}{\pi D \alpha_2} = D$

  - koeficijent trenja parne faze na zidu $f_{2z,m} = \dfrac{0,079}{\mathrm{Re}_{2,m}^{0,25}}$

- napon trenja između parne faze i zida strujnog kanala $\tau_{2z,m} = f_{2z,m} \dfrac{\rho_2 |u_2| u_2}{2}$

Anularni tok

• tečna faza - parna faza

- specifična razdelna površina između parne i tečne faze, količnik razdelne površine i jedinice zapremine

$$a_{12,a} = \frac{A_{12}}{V} = \frac{D_j \pi \Delta z}{\frac{D^2\pi}{4}\Delta z} = \frac{4D_j}{D^2}, \left\{ \alpha_2 = \frac{V_2}{V} = \frac{\frac{D_j^{\,2}\pi}{4}\Delta z}{\frac{D^2\pi}{4}\Delta z} = \frac{D_j^{\,2}}{D^2} \rightarrow D_j = D\sqrt{\alpha_2} \right\}, a_{12,a} = \frac{4\sqrt{\alpha_2}}{D};$$

- Rejnoldsov broj $\mathrm{Re}_{2,a} = \dfrac{\rho_2 |u_2 - u_1| D_j}{\mu_2} = \dfrac{\rho_2 |u_2 - u_1| D\sqrt{\alpha_2}}{\mu_2}$,

- $D = D_j + 2\delta, D_j = D\sqrt{\alpha_2} \rightarrow \delta = \dfrac{D}{2}\left(1 - \sqrt{\alpha_2}\right)$

- koeficijent trenja na razdelnoj površini tečne i parne faze

  $f_{12,a} = \dfrac{0,079}{\mathrm{Re}_{2,a}^{0,25}}(1 + 300\dfrac{\delta}{D})$

- međufazni napon trenja $\tau_{12,a} = f_{12,a} \dfrac{\rho_2}{2} |u_2 - u_1| \left(u_2 - u_1\right)$

• tečna faza- zid

- specifična razdelna površina između tečnog filma i zida $a_{1z,a} = \dfrac{A_{1z}}{V} = \dfrac{S_{1z}\Delta z}{A\Delta z} = \dfrac{\pi D}{\frac{\pi D^2}{4}} = \dfrac{4}{D}$

- Rejnoldsov broj

$$\mathrm{Re}_{1z,a} = \frac{\rho_1 |u_1| D_h}{\mu_1}, \left\{ D_h = \frac{4\mathrm{A}_1}{O_1} = \frac{4D\pi\delta}{D\pi} = 4\delta, \alpha_1 = \frac{\mathrm{A}_1}{\mathrm{A}} = \frac{D\pi\delta}{\frac{D^2\pi}{4}} = \frac{4\delta}{D}, D_h = \alpha_1 D \right\}$$

$$\mathrm{Re}_{1z,a} = \frac{\rho_1 |u_1| \alpha_1 D}{\mu_1} = \frac{\rho_1 |u_1| \left(1 - \alpha_2\right) D}{\mu_1}$$

- koeficijent trenja tečnog filma na zidu (turbulentno strujanje, Blasius) $f_{1z,a} = \dfrac{0,079}{\mathrm{Re}_{1z,a}^{0,25}}$

- napon trenja tečnog filma na zidu $\tau_{1z,a} = f_{1z,a} \dfrac{\rho_1}{2} |u_1| u_1$

• parna faza- zid

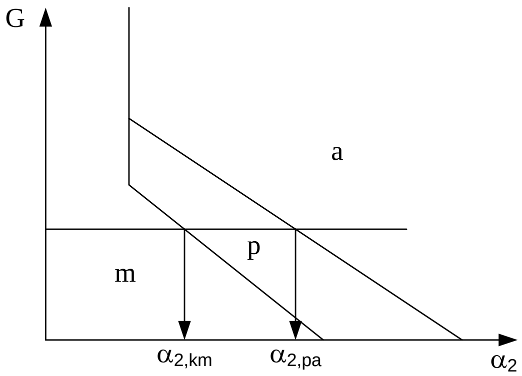
- parna faza nije u kontaktu sa zidom $a_{2z}, a = 0$, $\tau_{2z,a} = 0$;

Prelazna oblast

iz Benett-ove mape strujanja

$\alpha_{2,km}$ - zapreminski udeo parne faze kod **k**raja **m**ehurastog toka

$\alpha_{2,pa}$ - zapreminski udeo parne faze kod **p**očetka **a**nularnog toka



$$K_1 = \frac{\alpha_{2,pa} - \alpha_2}{\alpha_{2,pa} - \alpha_{2,km}} \quad ; \qquad K_2 = \frac{\alpha_2 - \alpha_{2,km}}{\alpha_{2,pa} - \alpha_{2,km}}$$

Interpolacijom određujemo razdelne površine, napone trenja u prelaznoj oblasti, tj.

$a_{12} = K_1^3 a_{12,m} + K_2^{1/3} a_{12,a}$

$a_{12,m}$ specifična razdelna površina za mehurasti tok izračunata pomoću lokalnih strujnih parametara

$a_{12,a}$ specifična razdelna površina za anularni tok izračunata pomoću lokalnih strujnih parametara

po istom obrascu se izračunavaju i τ_{12}, a_{1z}, τ_{1z}, a_{2z} i τ_{2z} tj.

$\tau_{12} = K_1^3 \tau_{12,\mathrm{m}} + K_2^{1/3} \tau_{12,a}$

$a_{1z} = K_1^3 a_{1z,\mathrm{m}} + K_2^{1/3} a_{1z,a}$

$\tau_{1z} = K_1^3 \tau_{1z,\mathrm{m}} + K_2^{1/3} \tau_{1z,a}$

$a_{2z} = K_1^3 a_{2z,\mathrm{m}} + K_2^{1/3} a_{2z,a}$

$\tau_{2z} = K_1^3 \tau_{2z,\mathrm{m}} + K_2^{1/3} \tau_{2z,\mathrm{a}}$

Ako je $\alpha_{2,km} = \alpha_{2,pa}$ tada nema prelazne oblasti.