

1. SIGURNOST PROJEKTILA U TOKU KRETANJA U CEVI ORUDJA (NA AKTIVNOM DELU PUTANJE)

1.1 Uvodna razmatranja

U toku kretanja u cevi orudja, odnosno na aktivnom delu putanje (kada je u pitanju raketni projektil), projektil je izložen dejstvu sila koje su uglavnom posledica pogonske sile (pritiska barutnih gasova u cevi, odnosno potisne sile raketnog motora). Elementi projektila i projektil kao celina moraju biti tako projektovani i dimenzionisani da praktično ne postoji mogućnost da naprezanja izazvana dejstvom spoljnih sila dovedu do takvih deformacija koje bi prouzrokovale prevremeno dejstvo projektila ili nepravilno dejstvo na cilju. Bez obzira na tip i vrstu projektila prevashodan je zahtev za potpunom sigurnošću pri opaljenju i kretanju kroz cev orudja, odnosno na aktivnom delu putanje. Ovaj zahtev je sasvim prirodan, ako se imaju u vidu posledice koje može da prouzrokuje dejstvo projektila u cevi orudja, na lansinom uređaju ili neposredno posle lansiranja.

Intenzitet naprezanja koje se javlja u elementima projektila u fazi kretanja kroz cev orudja, odnosno u fazi lansiranja, kod većine vrsta projektila je veći od naprezanja u ma kojoj fazi leta, uzimajući u obzir i sudar sa ciljem. Izuzetak su raketni projektili za dejstvo protiv ciljeva na zemlji i protivoklopni projektili kod kojih su naprezanja pri susretu sa ciljem najčešće znatno veća od naprezanja pri polazu. U ovakvim slučajevima kriterijum o izdržljivosti projektila diktiraju određeni zahtevi vezani za efikasnost projektila na cilju, pa su uslovi sigurnosti u cevi orudja, odnosno u fazi lansiranja, samim tim već ispunjeni.

Za analizu uslova sigurnosti projektila u toku kretanja kroz cev orudja razmatraćemo najsloženiji slučaj kretanja klasičnog rotirajućeg u žljebljenoj cevi. Svi drugi slučajevi su jednostavniji, pa se na njih lako mogu primeniti zaključci do kojih se dodje razmatranjem sigurnosti klasičnog rotirajućeg projektila.

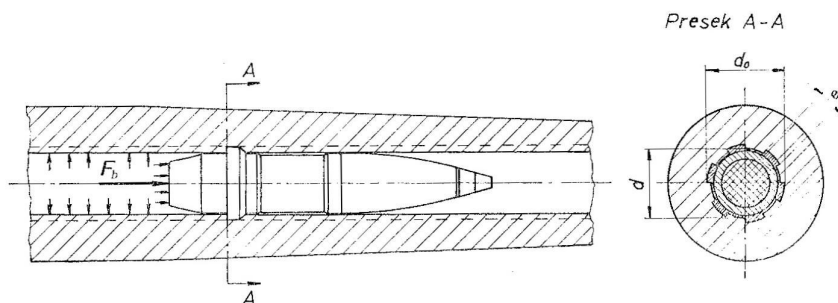
1.2 Analiza sila koje deluju na projektil

Spoljne sile koje deluju na projektil u toku kretanja kroz cev su posledica:

- dejstva barutnih gasova,
- uticaja vodećeg prstena,
- međusobnog uticaja orudje-projektil, zbog dejstva određenih konstruktivnih parametara i nepravilnosti u kretanju projektila kroz cev orudja,
- dejstva na košuljicu projektila eksplozivnog punjenja ili drugog oblika punjenja zavisno od vrste projektila,
- uticaja otpora vazduha i zemljine teže.

1.2.1 Dejstvo barutnih gasova

Pritisak barutnih gasova nastao sagorevanjem barutnog pogonskog punjenja dejstvuje praktično ravnomerno na unutrašnju površinu cevi, pa i površinu projektila iza vodećeg prstena (slika 3.1)



Slika 1.1. Dejstvo barutnih gasova na projektil u cevi

Rezultat dejstva pritiska na projektil jeste sila F_b , kolinearna sa uzdužnom osom simetrije projektila, odnosno cevi orudja i sa smerom u pravcu kretanja projektila. Data je sledećim izrazom:

$$F_b = p \left[\frac{d^2 \pi}{4} + \frac{en}{2} (d_0 - d) \right] \quad (1.1)$$

Ovde je:

- p - pritisak barutnih gasova
- d - minimalni unutrašnji prečnik cevi (od polja do polja); u praksi se najčešće identifikuje sa kalibrom cevi, odnosno projektila
- e - širina žljeba cevi
- n - broj žljebova, odnosno polja
- d_0 - maksimalni unutrašnji prečnik cevi (od žljeba do žljeba)

U slučaju projektila sa konusnim zadnjim delom (kao na slici 1.1) pored sile F_b kolinearne sa uzdužnom osom projektila postoji i radijalna komponenta rezultujuće sile pritiska barutnih gasova. Međutim, odnos radijalne komponente prema aksijalnoj komponenti je mali, pa se radijalna komponenta pri projektovanju obično ne uzima u obzir.

Iz izraza (1.1) sledi da je sila F_b linearna funkcija pritiska barutnih gasova. Prema tome, karakter njene promene u funkciji vremena, u toku čitave faze kretanja projektila kroz cev i u periodu isticanja barutnih gasova, identičan je karakteru promene pritiska.

1.2.2 Uticaj vodećeg prstena

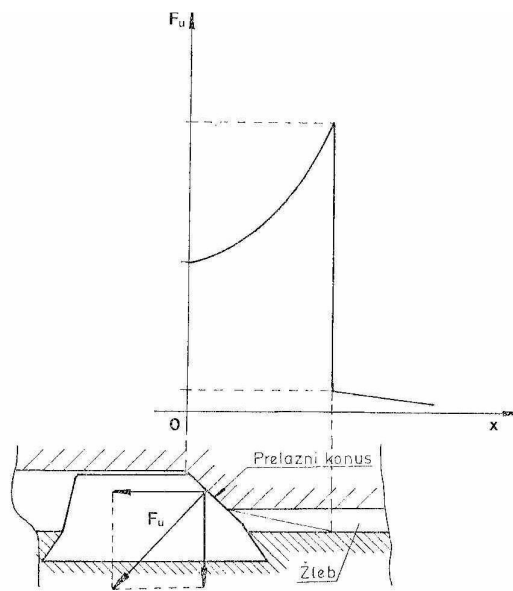
Uticaj vodećeg prstena obično se razmatra u dve faze:

- faza urezivanja vodećeg prstena (često nazvana polaz projektila),
- faza kretanja projektila u cevi orudja sa urezanim vodećim prstenom.

U prvoj fazi, preko vodećeg prstena na projektil deluje sila urezivanja, odnosno otpor urezivanja (slika 1.2), čija je aksijalna komponenta F_u (kolinearna sa uzdužnom osom simetrije projektila) određena izrazom:

$$F_u = p_o \left[\frac{d^2 \pi}{4} + \frac{en}{2} (d_o - d) \right] \quad (1.2)$$

gde je p_o - pritisak urezivanja.



Slika 1.2. Šema dejstva sile urezivanja

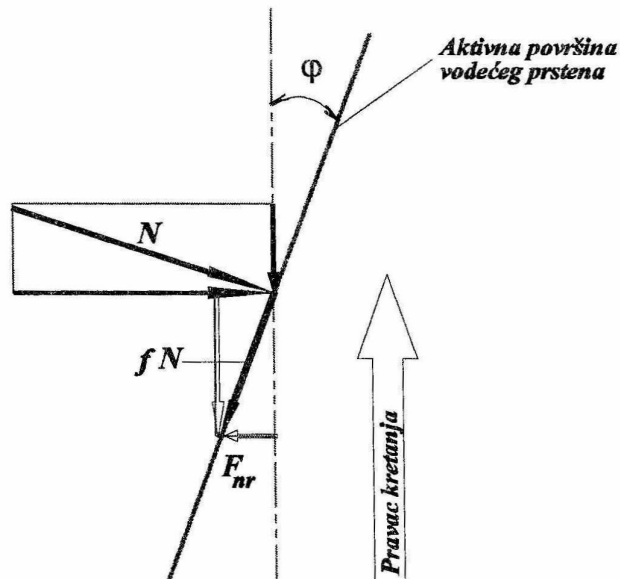
Radijalna komponenta sile urezivanja ne uzima se u obzir pri praktičnom radu, zbog toga što se njena vrednost u odnosu na vrednost aksijalne komponente može zanemariti kod savremenih projektila sa uobičajenom konstrukcijom vodećeg prstena.

U drugoj fazi uticaj vodećeg prstena se manifestuje dejstvom sile normalne na bočnu tzv. aktivnu površinu dela vodećeg prstena koji ispunjava žljebove cevi. Ako se ova sila označi sa N , onda će, prema slici 1.3 njena radijalna i aksijalna komponenta, uzimajući u obzir i trenje, biti:

$$\begin{aligned} F_{nr} &= N(\cos \varphi - f \sin \varphi) \\ F_{na} &= N(\sin \varphi + f \cos \varphi) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Ovde je:

- φ - ugao uvijanja žljebova cevi,
- f - koeficijent trenja (za najčešći slučaj trenja između čelika i bakra iznosi približno 0.2)



Slika 1.3. Dejstvo normalne sile na aktivnu bočnu stranu zuba vodećeg prstena

Postupak proračuna normalne sile N dat je u poglavlju o vodećem prstenu.

1.2.3 Medjusobni uticaj cev-projektil

Da bi se ostvarilo pravilno kretanje projektila kroz cev, prvenstveno treba da budu ispunjeni konstrukciono - tehnološki zahtevi da se geometrijska osa simetrije poklapa sa glavnom osom inercije i istovremeno sa osom simetrije cevi. U tom slučaju, kada su cev orudja i projektil konstruktivno i fabrikaciono pravilno izvedeni, dovoljno je pri analizi sila koje u toku kretanja kroz cev deluju na projektil uzeti u obzir samo uticaj vodećeg prstena, kao posledicu medjusobnog uticaja cev-projektil.

Medjutim, u praksi može doći do odstupanja od normalnih uslova, što ima za posledicu pojavu novih, dodatnih sila u spoju cev-projektil, koje mogu kompromitovati i sigurnost i pravilno kretanje projektila u cevi orudja. Zbog toga ćemo razmatrati sledeća odstupanja od normalnih uslova, koja najviše utiču na pojavu dodatnih sila u spoju cev-projektil:

- nepravilan položaj težišta projektila (ne leži na uzdužnoj osi projektila) i veliki zazor između projektila i cevi,
- klaćenje projektila u toku kretanja u cevi.

Biće razmatran i uticaj krivine cevi koji dolazi do izražaja u slučajevima moćnih orudja velikog kalibra kod kojih se cevi krive pod dejstvom sopstvene težine.

1.2.4 Dejstvo eksplozivnog punjenja

Ako se pretpostavi cilindrična šupljina košuljice projektila i zanemari sila prianjanja između eksplozivnog punjenja i košuljice, onda jednačina kretanja eksplozivnog punjenja daje mogućnost određivanja sile kojom eksplozivno punjenje napada košuljicu projektila:

$$m_e \frac{dV}{dt} = p_e S_d = F_e \quad (1.4)$$

Ovde je:

- m_e - masa eksplozivnog punjenja
- dV/dt - ubrzanje projektila
- p_e - pritiska eksplozivnog punjenja na dno košuljice
- S_d - površina dna košuljice na koju deluje eksplozivno punjenje

U slučaju konusnog ili drugog oblika šupljine

$$F_e = (m_e)_d \frac{dV}{dt} \quad (1.5)$$

gde je:

$(m_e)_d$ - masa dela eksplozivnog punjenja iznad dna košuljice.

Uticaj obrtnog kretanja eksplozivnog punjenja na naprezanje košuljice projektila određuje se posmatranjem košuljice kao obrtnog tela napunjenog idealnom nestišljivom tečnošću, čija je gustina jednaka gustini eksplozivnog punjenja. Iz mehanike fluida poznato je da pri obrtanju kružnog cilindra napunjenog tečnošću ugaonom brzinom ω , pritisak u nekoj tački tečnosti na rastojanju r od ose obrtanja iznosi:

$$p = \frac{1}{2} \rho_e \omega^2 r^2 \quad (1.6)$$

gde su:

- ρ_e - gustina eksplozivnog punjenja
- ω - ugaona brzina obrtanja projektila
- r - rastojanje posmatrane tačke od ose obrtanja

Na osnovu prethodnog izraza proizilazi da na kontaktnoj površini košuljice i eksplozivnog punjenja usled obrtanja projektila vlada unutrašnji pritisak:

$$p = \frac{1}{2} \rho_e \omega^2 r_i^2 \quad (1.7)$$

gde je:

r - poluprečnik unutrašnje trase košuljice u posmatranom preseku.

1.2.5 Uticaj otpora vazduha i zemljine teže

Kretanje projektila u cevi orudja identifikuje se sa kretanjem klipa u jednom cilindru, pri čemu se usvaja adijabatska promena stanja vazduha ispred projektila. Za ovakav slučaj pritiska vazduha ispred projektila određuje se sledećim izrazom:

$$p_v = p_a \left(\frac{\kappa - 1}{2a} V + 1 \right)^{\frac{2\kappa}{\kappa - 1}} \quad (1.8)$$

Ovde je:

- p_a - atmosferski pritisak
- a - brzina zvuka u vazduhu
- V - brzina projektila
- κ - odnos specifičnih toplota za vazduh

Sila otpora vazduha koja na projektil delujeu toku kretanja u cevi data je izrazom:

$$F_v = p_a \left[\frac{d^2 \pi}{4} + \frac{en}{2} (d_0 - d) \right] \left(\frac{\kappa - 1}{2a} V + 1 \right)^{\frac{2\kappa}{\kappa - 1}} \quad (1.9)$$

U pravcu kretanja projektila deluje i komponenta težine projektila:

$$F_{qx} = q \sin \theta_0 \quad (1.10)$$

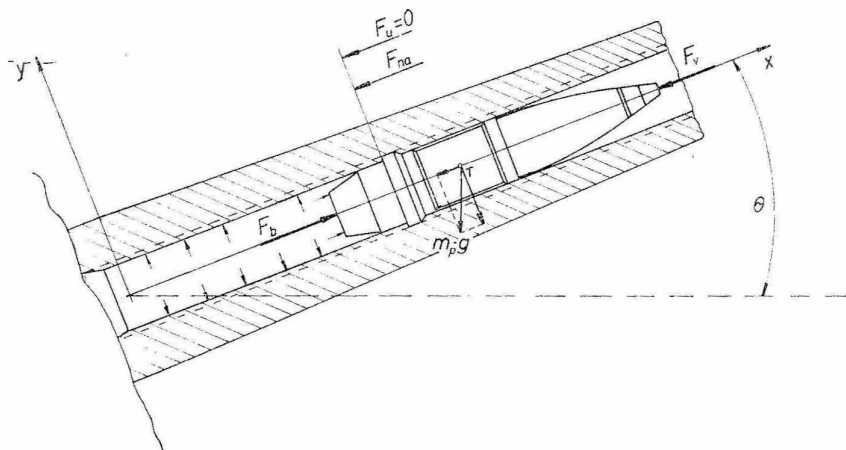
gde je θ_0 - elevacioni ugao.

1.3 Naprezanje košuljice projektila

1.3.1 Maksiimalno translatorno ubrzanje projektila

Ako se poznaju spoljne sile koje deluju na projektil (pri kretanju kroz cev, bilo da prouzrokuju kretanje ili se suprotstavljaju tom kretanju (slika 1.4), može se postaviti diferencijalna jednačina translatornog kretanja težišta projektila, koja glasi:

$$m_p \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum F = F_b - (F_u + F_{na} + F_v + F_{qx}) \quad (1.11)$$



Slika 1.4. Dejstvo spoljnih sila na projektil u cevi orudja

Obrtno kretanje projektila određeno je jednačinom:

$$I_x \frac{d\omega}{dt} = M_x \quad (1.12)$$

gde je M_x obrtni moment spoljnih sila u odnosu na x-osu.

Ako se razmatra normalan slučaj-potpuno pravilno kretanje projektila u cevi, glavno naprezanje košuljice projektila javlja se kao posledica dejstva inercijalne sile koju radja ubrzanje dato jednačinom (1.11). Zbog toga je od interesa utvrditi najpre karakter promene translacionog ubrzanja, odnosno maksimalnu vrednost ubrzanja.

Sile F_{na} , F_v i F_{qx} pojedinačno, a i njihov zbir, po intenzitetu su mnogo manje od intenziteta sile pritiska barutnih gasova (F_b), tako da se pri proračunu njihov uticaj može zanemariti. Što se tiče sile F_u , treba imati u vidu da ona deluje samo u fazi polaza projektila (dok traje urezivanje vodećeg prstena), pa se može uzeti da je u fazi kretanja projektila kroz cev $F_u=0$.

Kako je karakter promene sile F_b identičan karakteru promene pritiska barutnih gasova u cevi orudja, to će F_b naglo rasti odmah po završetku urezivanja vodećeg prstena, pa se za izračunavanje ubrzanja merodavnog za proračun naprezanja košuljice koristi sledeći izraz:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m_p} p \left[\frac{d^2 \pi}{4} + \frac{en}{2} (d_0 - d) \right] \quad (1.12)$$

odnosno:
$$\left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)_{\max} = \frac{1}{m_p} p_m \left[\frac{d^2 \pi}{4} + \frac{en}{2} (d_0 - d) \right] \quad (1.13)$$

Konstruktivni parametri savremenih projektila i cevi orudja su takvi da se i izraz (1.13) može pojednostaviti zbog toga što je kod projektila i orudja kalibra 105 mm i manje:

$$\frac{d^2 \pi}{4} \gg \frac{en}{2} (d_0 - d) \quad (1.14)$$

Dakle, najveće ubrzanje projektila u ovom slučaju može se računati izrazom:

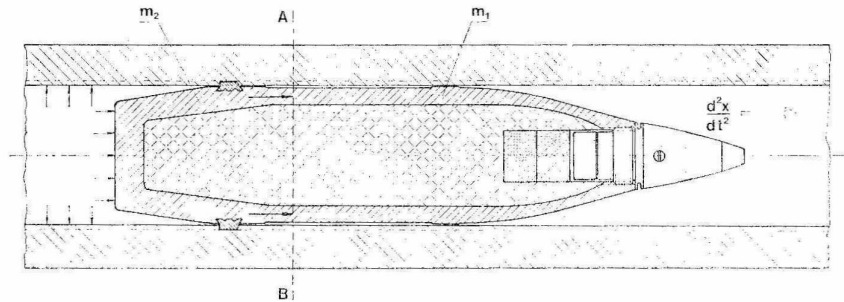
$$\left(\frac{d^2 x}{dt^2} \right)_{\max} = \frac{1}{m_p} p_m \frac{d^2 \pi}{4} \quad (1.15)$$

Ako pretpostavimo da je m_p proporcionalno d^3 , to se iz izraza (1.15) može implicitno zaključiti da je maksimalno ubrzanje projektila utoliko veće što je kalibar manji. Kod nekih realizovanih projektila maksimalna ubrzanja su:

- 10^6 m/s^2 - za rotirajući projektil 20 mm
- $2 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2$ - za rotirajući projektil 105 mm
- $1.5 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2$ - za rotirajući projektil 155 mm
- $9 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2$ - za minobacački projektil 120 mm
- nekoliko stotina ili nekoliko hiljada m/s^2 za jedan raketni projektil.

1.3.2 Naprezanje u bočnom zidu košuljice projektila

Posmatrajmo normalni presek i-i projektila, koji prolazi kroz bilo koju tačku uzdužne ose (slika 1.5) i deli projektil na dva dela A i B.



Slika 1.5. Naprezanje u bočnom zidu košuljice projektila

Ako se izolovano posmatra deo A, očigledno je da je njegovo kretanje u cevi određeno diferencijalnom jednačinom:

$$m_A \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{i-i} \quad (1.16)$$

Ovde je:

- m_A - masa dela A projektila (u koju ulazi: masa košuljice, masa upaljača i masa eksplozivnog dela A ukoliko postoji čvrsta veza između eksplozivnog punjenja i košuljice projektila)
- $d^2 x / dt^2$ - ubrzanje projektila dato izrazom (1.12)
- F_{i-i} - sila u preseku i-i (dejstvo dela B na deo A, odnosno dela A na deo B)

Sila F_{i-i} može se predstaviti proizvodom jedinične sile (naprezanja) i površine poprečnog preseka i-i:

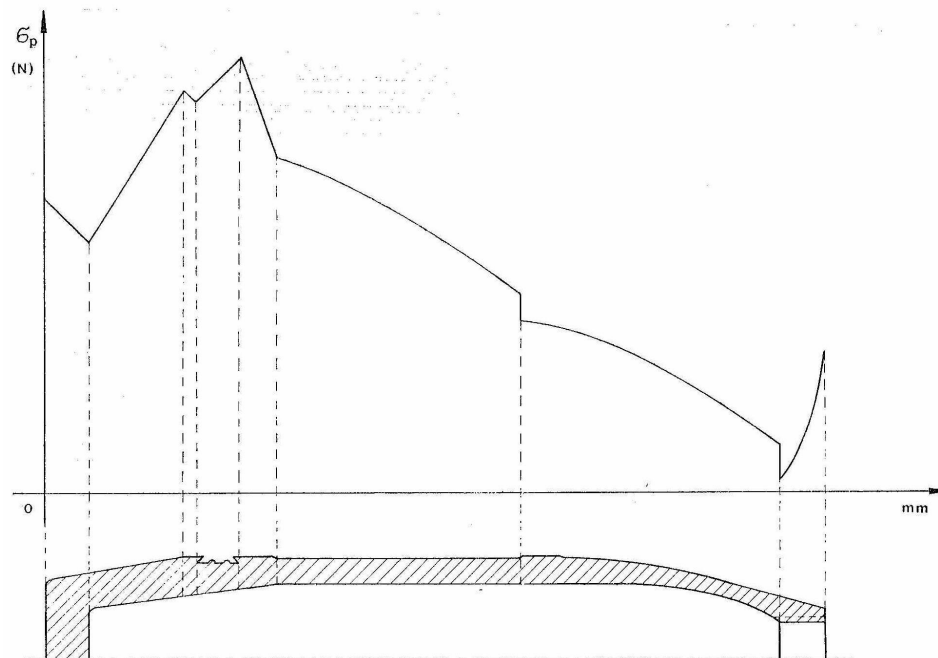
$$F_{i-i} = \sigma_{i-i} S_{i-i} \quad (1.17)$$

Uvodjenjem ovako predstavljene sile u izraz (1.16) i posle zamene ubrzanja projektila izrazom (1.15) dobija se za silu koja deluje na jedinicu površine u preseku i-i sledeći izraz:

$$\sigma_{i-i} = \frac{1}{S_{i-i}} \frac{m_A}{m_p} p \left[\frac{d^2 \pi}{4} + \frac{en}{2} (d_0 - d) \right] \quad (1.18)$$

Jedinična sila σ_{i-i} predstavlja, s obzirom na smer sile F_{i-i} , naprezanje na pritisak u posmatranom preseku košuljice projektila.

U svakom trenutku pri kretanju projektila kroz cev moguće je pomoću jednačine (1.18) izvršiti proračun naprezanja i nacrtati dijagram promene naprezanja u funkciji položaja preseka i-i (slika 1.6).



Slika 1.6. Dijagram naprezanja u bočnom zidu košuljice projektila

Najveća vrednost naprezanja na ovom dijagramu određuje položaj kritičnog preseka košuljice. Imajući u vidu da je naprezanje linearna funkcija pritiska barutnih gasova, očigledno je da će, u kritičnom preseku košuljice, naprezanje na pritisak dostići maksimalnu vrednost u trenutku postizanja maksimalnog pritiska p_m . Prema tome, za mehaničku izdržljivost košuljice pri kretanju projektila kroz cev, merodavno je maksimalno naprezanje na pritisak u kritičnom preseku:

$$(\sigma_p)_{\max} = \frac{1}{S_{kr}} \frac{m_A}{m_p} p_m \left[\frac{d^2 \pi}{4} + \frac{en}{2} (d_0 - d) \right] \quad (1.19)$$

Kod projektovanja novog projektila za proračun naprezanja po izrazu (1.19) umesto pritiska p_m uvodi se proračunski pritisak p_{pr} . Proračunski pritisak se može odrediti prema obrascu:

$$p_{pr} = 1.05 p_{mrn} + \frac{\Delta p_m}{\Delta T} (T_{e+} - 15) + 3 \sigma_{mrn} \quad (1.20)$$

Ovde je:

- p_{mrn} - proračunski radni pritisak za normalne uslove
- 1.05 - faktor koji uzima u obzir varijacije karakteristika serije baruta
- $\Delta p_m / \Delta T$ - promena pritiska po jedinici promene temperature punjenja (određuje se koristeći unutrašnjebalističke metode)
- T_{e+} - gornja ekstremna temperatura upotrebe municije ($^{\circ}C$)
- σ_{mrn} - standardna devijacija p_{mrn} (za prethodne proračune uzima se $\sigma_{mrn} = 0.03 p_{mrn}$)

Ukoliko postoje podaci o izvršenim eksperimentalnim ispitivanjima p_{mrn} se zamenjuje izmerenim $p_{m,sr}$ pri normalnim uslovima (jednačina (1.20), a σ_{mrn} sa σ_m koje se dobija iz sledeće relacije:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{\sum (p_m - p_{m,sr})^2}{N - 1}} \quad (1.21)$$

gde je:

- N - broj ispaljenih projektila u grupi
- p_m - izmereni maksimalni pritisak za svaki od N metaka u grupi

Pojednostavljeni postupak odredjivanja p_{pr} dat je formulom:

$$p_{pr} = k \cdot p_{mrn} \quad (1.22)$$

Smatra se da je proračun napreznja korektan, ako se računa sa $k=1.12$ za projekte kalibra većeg od 40 mm i sa $k=1.15$ za projekte kalibra 40 mm i manjeg.

Kao kriterijum sigurnosti i kriterijum za izbor materijala za košuljicu projektila pri projektovanju služi sledeća relacija:

$$\sigma_v = v(\sigma_{max})_{pr} \quad (1.23)$$

Ovde je:

- σ_v - granica razvlačenja materijala pri napreznju na pritisak
- v - stepen sigurnosti košuljice projektila u fazi kretanja projektila u cevi orudja
- $(\sigma_{max})_{pr}$ - najveće proračunsko napreznje (napreznje u kritičnom preseku)

Polazeći od činjenice da je napreznje $(\sigma_{max})_{pr}$ posledica isključivo dejstva inercijalne sile, da su zanemarena napreznja koja nastaju kao posledica dejstva spoljnih sila koje izazivaju obrtanje i da su učinjena odredjena uprošćenja pri dobijanju izraza za $(\sigma_{max})_{pr}$, uobičajeno je da se dimenzionisanje košuljice projektila vrši na osnovu $v \geq 1$. Međutim, dinamičko jednosmerno promenljivo impulsno opterećenje klasičnog projektila u fazi lansiranja omogućava da se košuljica dimenzioniše na osnovu $v < 1$. U ovakvim slučajevima tačan odnos između

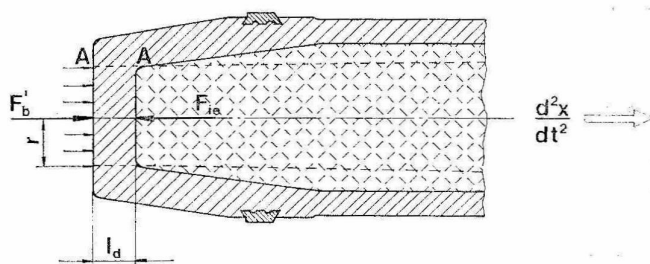
maksimalnog naprezanja u kritičnom preseku i granice razvlačenja metala košuljice utvrđuje se eksperimentalnim putem (poligonskim gadjanjem određuje se najniža vrednost granice razvlačenja pri kojoj trajne deformacije košuljice projektila u toku kretanja u cevi orudja na kompromituju sigurnost projektila).

Kod razmatranja stepena sigurnosti košuljice projektila treba voditi računa i o izvesnoj povezanosti koja postoji između kriterijuma sigurnosti i efikasnosti košuljice na cilju. Naime, uslovi sigurnosti košuljice su kontradiktorni zahtevima maksimalne efikasnosti na cilju - zahtevima optimalne fragmentacije.

1.3.3 Naprezanje dna košuljice

Na slici 1.7 prikazano je dno košuljice na koje u fazi kretanja projektila kroz cev dejstvuju dve sile:

- sila pritiska kao posledica dejstva barutnih gasova (F_b'),
- sila pritiska kao posledica inercije eksplozivnog punjenja (F_{ie})



Slika 1.7. Opterećenje dna košuljice

Usled dejstva ovih sila na cilindričnoj površini S , čija je izvodnica A-A javlja se naprezanje na smicanje:

$$\tau = \frac{F_b' - F_{ie}}{S} \quad (1.24)$$

Sa slike 1.7 vidi se da je:

$$F_b' = p r^2 \pi \quad (1.25)$$

$$F_{ie} = m_e' \frac{d^2x}{dt^2} \quad (1.26)$$

$$S = 2r\pi l_d \quad (1.27)$$

Ovde su:

- τ - naprezanje na smicanje
- r - poluprečnik cilindra sa izvodnicom A-A

- p - pritisak barutnih gasova
 l_d - debljina dna
 m_e' - masa eksplozivnog punjenja iznad dna
 d^2x/dt^2 - ubrzanje projektila u posmatranom trenutku

Uvodjenjem izraza od (1.25) do (1.27) u jednačinu (1.24) dobija se:

$$\tau = \frac{1}{2r\pi l_d} \left(pr^2 \pi - m_e' \frac{d^2x}{dt^2} \right) \quad (1.28)$$

Naprezanje na smicanje ima maksimalnu vrednost u trenutku pojave maksimalnog pritiska barutnih gasova, što jasno pokazuje izraz (1.28). Uvodjenjem p_{pr} umesto p_{max} dobija se konačno:

$$\tau_{max} = \frac{p_{pr}}{2r\pi l_d} \left\{ r^2 \pi - \frac{m_e'}{m_p} \left[\frac{d^2 \pi}{4} + \frac{en}{2} (d_0 - d) \right] \right\} \quad (1.29)$$

Pri tome se mora zadovoljiti uslov da je:

$$\tau_{max} \leq \frac{\sigma_v}{2} \quad (1.30)$$

Jačina na smicanje je praktično nešto veća od polovine granice razvlačenja pri naprezanju na stezanje materijala košuljice.

Iz izraza (1.29) i (1.30) sledi da minimalna debljina dna košuljice treba da bude:

$$l_d \geq \frac{p_{pr}}{r\pi\sigma_v} \left\{ r^2 \pi - \frac{m_e'}{m_p} \left[\frac{d^2 \pi}{4} + \frac{en}{2} (d_0 - d) \right] \right\} \quad (1.31)$$

Pri ovim izvodjenjima zanemaren je uticaj inercije samog dna projektila u odnosu na ostale dejstvujuće sile (F_b' i F_{ie}).

Dno košuljice projektila opterećeno je na savijanje simetričnim opterećenjem rezultujućeg pritiska koji vrše barutni gasovi i eksplozivno punjenje. Pri ovakvom opterećenju kružne ploče (dna) stalne debljine dolazi do savijanja dna, pri čemu se javljaju unutrašnji naponi u radijalnom (σ_r) i tangencijalnom (σ_t) pravcu.

Maksimalne vrednosti ovih napona javljaju se u centru dna ($r=0$) i zavise od toga da li je dno uklješteno ili slobodno oslonjeno po obodu poluprečnika r (slika 1.7) i iznose:

a) uklješteno dno:

$$(\sigma_r)_{max} = (\sigma_t)_{max} = \frac{3(1+\mu)}{8} p \left(\frac{r}{l_d} \right)^2 \quad (1.32)$$

b) slobodno oslonjeno dno:

$$(\sigma_r)_{max} = (\sigma_t)_{max} = \frac{3(3+\mu)}{8} p \left(\frac{r}{l_d} \right)^2 \quad (1.33)$$

gde su:

μ - Poasonov koeficijent materijala dna
 p - rezultujući pritisak na dno

Kod razornih i drugih projektila gde košuljica sa dnom čini jedinstvenu celinu, proračun napona pri naprezanju na savijanje vrši se jednačinom (1.32) za uklješteno dno, dok se u slučajevima kada je dno košuljice poseban deo (dimni projektil, osvetljavajući projektil, itd.) koristi izraz (1.33) za slobodno oslonjeno dno. Oba obrasca važe samo u slučaju dna košuljice konstantne debljine zanemarljive mase, odnosno zanemarljivo malog uticaja inercijene sile dna u odnosu na sile pritiska. U protivnom, silu inercije treba redukovati na pritisak eksplozivnog punjenja.

Maksimalne vrednosti napona dna košuljice u radijalnom ii tangencijalnom pravcu javljaju se u trenutku maksimalnog pritiska barutnih gasova na dno košuljice projektila. Zamenom vrednosti za rezultujući pritisak na dno košuljice $p=p_m - p_e$ (p_e - maksimalni pritisak eksplozivnog punjenja na dno košuljice) u izraze (1.32) i (1.33) dobijaju se izrazi za proračun napona, odnosno debljine dna:

a) uklješteno dno:

$$(\sigma_r)_{\max} = (\sigma_t)_{\max} = \frac{3(1+\mu)}{8} p_m \left(1 - \frac{p_e}{p_m}\right) \left(\frac{r}{l_d}\right)^2 \leq \sigma_d \quad (1.34)$$

b) slobodno oslonjeno dno:

$$(\sigma_r)_{\max} = (\sigma_t)_{\max} = \frac{3(3+\mu)}{8} p_m \left(1 - \frac{p_e}{p_m}\right) \left(\frac{r}{l_d}\right)^2 \leq \sigma_d \quad (1.35)$$

Ovde je σ_d dozvoljeni napon pri naprezanju na savijanje za materijal dna.

Za čelik i većinu drugih materijala Poasonov koeficijent je $\mu=0.3$, pa se izbor debljine dna pri naprezanju na savijanje može vršiti po približnom obrascu:

a) uklješteno dno:

$$l_d \geq r \sqrt{\frac{p_m}{2\sigma_d} \left(1 - \frac{p_e}{p_m}\right)} \quad (1.36)$$

b) slobodno oslonjeno dno:

$$l_d \geq r \sqrt{\frac{5p_m}{4\sigma_d} \left(1 - \frac{p_e}{p_m}\right)} \quad (1.37)$$

Konačan izbor debljine dna vrši se na osnovu naprezanja na smicanje ili savijanje u zavisnosti od toga koje naprezanje je kritično sa stanovišta potrebne otpornosti dna.

2. ODREĐJIVANJE UNUTRAŠNJE TRASE KOŠULJICE PROJEKTILA

Kod određivanja unutrašnje trase košuljice projektila osnovni zahtev koji se bez ikakvih kompromisa mora realizovati jeste zahtev za minimalno potrebnom izdržljivošću košuljice u fazi kretanja projektila u cevi orudja. Svi drugi zahtevi (naprimer, zahtev u pogledu efikasnosti na cilju i broja parčadi pri eksploziji projektila; zahtevi u vezi sa načinom laboracije i sa načinom proizvodnje košuljice i dr.) imaju u odnosu na ovaj prvi zahtev sekundaran značaj i ne moraju biti praktično ostvareni u potpunosti. Polaznu osnovu, dakle, kod određivanja unutrašnje trase košuljice čine naprezanja koja se u košuljici javljaju u toku kretanja projektila u cevi orudja, pri čemu se mora raspolagati parametrima koji karakterišu izdržljivost metala izabranog za košuljicu projektila.

2.1 Unutrašnja trasa prednjeg oživala

Određivanje unutrašnje trase prednjeg oživala košuljice predpostavlja poznatu spoljnu trasu oživala (određjena na osnovu razmatranja dinamike leta projektila).

Kada je spoljna trasa prednjeg oživala poznata najmanja dozvoljena vrednost unutrašnjeg poluprečnika prednjeg oživala daje sledeću vezu koja je nastala odgovarajućom transformacijom odnosa (1.18):

$$r_0 = \left\{ R_0^2 - \frac{1}{\pi \sigma_v} \frac{m_A}{m_p} p_{pr} \left[\frac{d^2 \pi}{4} + \frac{en}{2} (d_0 - d) \right] \right\}^{1/2} \quad (2.1)$$

Ovde je:

- r_0 - unutrašnji poluprečnik prednjeg oživala u preseku i-i
- R_0 - spoljni poluprečnik prednjeg oživala u preseku i-i

Za određivanje poluprečnika r_0 , kako se vidi iz jednačine (2.1) potrebno je raspolagati masom projektila m_p . Pri projektovanju projektila za jedan sistem masa projektila se unapred pretpostavlja (određuje) na osnovu studije potrebne efikasnosti na cilju (taktičko-tehnički zahtevi) i na osnovu sličnosti sa projektilima već realizovanih sistema.

Medjutim, treba reći da će debljina zida prednjeg oživala, određena jednačinom (2.1) biti veoma mala, pošto je relativno mala masa upaljača i relativno visoka vrednost granice razvlačenja metala od koga se košuljica izrađuje. Zbog toga se u praksi pri projektovanju novog projektila geometrijski parametri prednjeg oživala košuljice određuju na osnovu iskustvenih saznanja, a u vezi sa vrstom i namenom projektila:

- kod razornih projektila parčadnog i parčadno-rušecog dejstva koji eksplodiraju praktično na površini cilja, debljina zida prednjeg oživala košuljice određuje se na osnovu analogije sa već ostvarenim projektilima.

- kod razornih projektila rušecćeg dejstva koji eksplodiraju na cilju posle izvesnog prodiranja, debljina zida prednjeg oživala košuljice određuje se kao u prethodnom slučaju projektila parćadnog i parćadno-rušecćeg dejstva, ali je neophodno izvršiti teorijsku proveru izdržljivosti prednjeg oživala.

Proraćun naprezanja koje nastaje u zidu oživalnog dela pri prodiranju projektila u cilj sličan je proraćunu naprezanja za fazu kretanja projektila u cevi orudja. Prodiranje projektila određuje sledeća diferencijalna jednaćina:

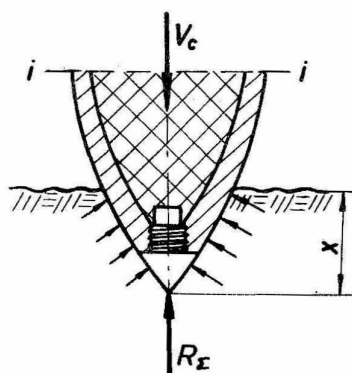
$$m_p \frac{d^2x}{dt^2} = R \quad (2.2)$$

gde je R - otpor sredine u koju projektil prodire.

U preseku i-i prednjeg oživala (slika 2.1) deluje inercijalna sila dela projektila iza preseka i-i, koliearna sa brzinom projektila na cilju (V_c), posledica usporenja d^2x/dt^2 :

$$F_i = m_i \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{m_i}{m_p} R \quad (2.3)$$

gde je m_i - masa dela projektila iza preseka i-i.



Slika 2.1 Odredjivanje unutrašnje trase projektila

Ako se prepostavi da do eksplozije dolazi u trenutku zaustavljanja projektila i da je intenzitet otpora sredine R linearna funkcija dubine prodiranja, moguće je najveću vrednost otpora sredine izračunati korišćenjem jednakosti energije projektila na cilju i rada sile otpora:

$$\frac{m_p V_c^2}{2} = \frac{1}{2} (R)_{\max} \cdot l_p \quad (2.4)$$

Sada je:

$$(R)_{\max} = m_p \frac{V_c^2}{l_p} \quad (2.5)$$

Ovde je:

V_c - brzina projektila na cilju

l_p - ukupni put prodiranja (o njegovom određivanju biće više reči u nastavku)

Najveća vrednost naprezanja u preseku i-i biće konačno:

$$(\sigma_{i-i})_{\max} = \frac{1}{S_{i-i}} m_i \frac{V_c^2}{l_p} \quad (2.6)$$

gde je S_{i-i} - površina košuljice u preseku i-i.

Razume se da i u ovom slučaju mora biti ispunjen uslov:

$$(\sigma_{i-i})_{\max} \leq \sigma_m \quad (2.7)$$

gde je σ_m - čvrstoća materijala.

Principi projektovanja prednjeg oživala tela pancirnog projektila razlikuju se od principa projektovanja oživala košuljice projektila razornog tipa.

2.2 Unutrašnja trasa cilindričnog dela

Polaz za određivanje unutrašnje trase cilindričnog dela košuljice projektila jeste zahtev za minimalno potrebnom izdržljivošću košuljice, koji se može predstaviti sledećom jednačinom:

$$(S_{i-i})_{\min} = \frac{1}{\sigma_v} \frac{m_A}{m_p} p_{pr} \left[\frac{d^2 \pi}{4} + \frac{en}{2} (d_0 - d) \right] \quad (2.8)$$

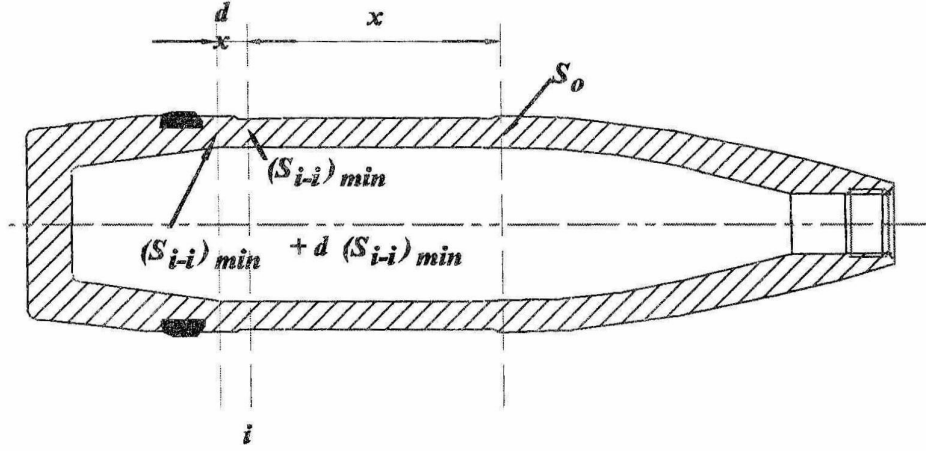
Ovde je:

$(S_{i-i})_{\min}$ - minimalno dozvoljena površina košuljice u preseku cilindričnog dela, normalno na uzdužnu osu simetrije projektila

Površina $(S_{i-i})_{\min}$ je u opštem slučaju, kao što se vidi iz jednačine (2.8), funkcija m_A kao nezavisno promenljive. Početna vrednost mase m_A određena je utvrđivanjem (izborom) unutrašnje trase prednjeg oživala. Diferenciranjem jednačine (2.8) (izraz u srednjoj zagradi je konstantna veličina označena sa K_1) dobija se:

$$d(S_{i-i})_{\min} = \frac{K_1}{\sigma_v} \frac{p_{pr}}{m_p} dm_A \quad (2.9)$$

pri čemu je $dm_A = (S_{i-i})_{\min} \cdot \rho_k \cdot dx$, gde je ρ_k - gustina metala košuljice, a x - rastojanje površine $(S_{i-i})_{\min}$ od osnove prednjeg oživala (slika 2.2).



Slika 2.2. Određivanje unutrašnje trase košuljice razornog projektila

Uvodjenjem izraza za dm_a i pogodnom transformacijom jednačina (2.9) dobija sledeći oblik:

$$\frac{d(S_{i-i})_{min}}{(S_{i-i})_{min}} = \frac{K_1 p_{pr}}{\sigma_v m_p} \rho_k dx \quad (2.10)$$

Prethodni izraz se lako integrirati i tada se dobija:

$$\ln(S_{i-i})_{min} = Kx + \ln C \quad (2.11)$$

Ovde je:

$$K = \frac{K_1 p_{pr}}{\sigma_v m_p} \rho_k \quad (2.12)$$

Integraciona konstanta C određuje se iz početnih uslova: za $x=0$, $(S_{i-i})_{min}=S_0$, pri čemu je S_0 površina košuljice u osnovi prednjeg oživala (do nje se dolazi utvrđivanjem - izborom unutrašnje trase prednjeg oživala. Konačan oblik jednačine (2.11) glasi:

$$(S_{i-i})_{min} = S_0 e^{Kx} \quad (2.13)$$

Ako se spoljni prečnik cilindričnog dela projektila smatra konstantnim i jednakim kalibru projektila, uvođenjem debljine zida δ_{min} u preseku $i-i$ cilindričnog dela košuljice, površina $(S_{i-i})_{min}$ se može predstaviti izrazom: $\frac{\pi}{4}[d^2 - (d - 2\delta_{min})^2]$.

Uz pretpostavku da se vrednost δ_{min}^2 može zanemariti prema vrednosti $4 \cdot d \cdot \delta_{min}$, jednačina (2.13) prelazi u oblik:

$$\delta_{min} = \frac{S_0}{\pi d} e^{Kx} \quad (2.14)$$

Pri praktičnoj realizaciji unutrašnje trase projektila umesto izraza (2.14) vrši se aproksimacija trase sa dve ili tri prave linije iz proizvodnih razloga.

Da bi se utvrdila dužina cilindričnog dela košuljice čiju unutrašnju trasu određuje jednačina (2.14) potrebno je prethodno odrediti debljinu dna košuljice prema prethodno datim razmatranjima.

Košuljice projektila izrađuju se od čeličnog liva i valjanog tzv. granatnog čelika. Od valjanog čelika košuljice se izrađuju rezanjem, hladnim ili toplim kovanjem. Za izradu košuljica savremenih razornih projektila najčešće se koriste valjani ugljenični i manganski čelici koji pokazuju dobre osobine pri obradi kovanjem, a pri eksploziji projektila daju zadovoljavajući broj efikasnih parčadi. Zavisno od tretmana posle kovanja, granica razvlačenja materijala košuljice izradjene od ugljeničnog ili manganskog čelika iznosi 30 do 40 daN/mm² kod nekaljenih i 40 do 50 daN/mm² kod kaljenih košuljica.

3. VODEĆI PRSTEN

3.1 Uloga vodećeg prstena

Svi projektili koji se ispaljuju iz klasičnih artiljerijskih sistema sa izlebljenim cevima imaju vodeći prsten. On predstavlja jedan od elemenata za vodjenje projektila i izveden je u obliku prstena koji je upresovan u kanal na košuljici nešto ispred dna projektila. Kao takav vodeći prsten ima ulogu da:

- prenese na projektil obrtno kretanje oko njegove uzdužne ose simetrije, čime se ostvaruje jedan od elemenata za stabilizaciju projektila - brza rotacija,
- vrši što potpunije zaptivanje cevi u toku kretanja projektila i onemogućuje prodiranje barutnih gasova u prostor cevi ispred projektila,
- obezbedi koaksijalnost uzdužne ose simetrije projektila sa uzdužnom osom simetrije cevi orudja u toku kretanja projektila,
- obezbedi identičan polazni položaj od projektila do projektila u slučajevima kada projektil nije čvrsto vezan za čauru (polusjedinjeni i dvodelni metak),
- osigura pri polazu projektila početni pritisak barutnih gasova (pritisak forsiranja-forsman) koji će omogućiti pravilno sagorevanje barutnog punjenja.

Iz navedene višestruke uloge vodećeg prstena jasno se vidi delikatnost problema projektovanja vodećeg prstena pri konstrukciji i usvajanju novog projektila.

Pri polazu projektila dolazi do tzv. urezivanja vodećeg prstena u žljebove cevi, zbog čega je u toku daljeg kretanja projektila, zahvaljujući čvrstoj vezi vodećeg prstena i košuljice, translatorno kretanje projektila praćeno i obrtnim kretanjem. Nije teško pretpostaviti i bez prethodne kvantitativne analize da postoji izvesna funkcionalna veza između parametara translatornog i parametara obrtnog kretanja projektila, pa je, s obzirom na činjenicu da translatorno kretanje ima karakter ubrzanog kretanja, sasvim izvesno da je u pitanju promenljivo obrtno kretanje projektila. Dakle, u fazi kretanja projektila u cevi orudja, na projektil preko vodećeg prstena deluje neka sila nN promenljivog intenziteta koja prouzrokuje obrtno kretanje projektila. Vodeći prsten mora biti tako projektovan da može da izdrži naprezanja izazvana dejstvom sile nN i sile trenja f_nN , odnosno:

- da se pod dejstvom sile nN ne kompromituje čvrsta veza između vodećeg prstena i košuljice projektila,
- da pod dejstvom sile N ne dodje do smicanja u podnožju zuba vodećeg prstena koji ispunjava žleb cevi,
- da se pod dejstvom sile fN na bočnu stranu zuba vodećeg prstena zub do te mere ne istroši da dolazi do kompromitovanja funkcije vodećeg prstena.

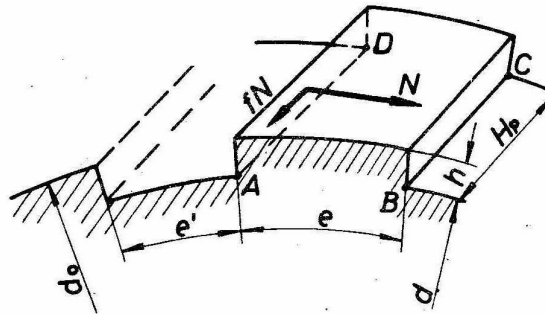
3.2 Određivanje normalne sile na aktivnu stranu zuba

Diferencijalna jednačina obrtnog kretanja projektila glasi (slike 3.1 i 3.2):

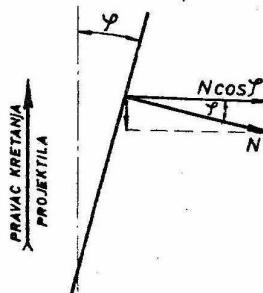
$$I_x \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{2} n N \cos \varphi \quad (3.1)$$

Ovde je:

- I_x - moment inercije projektila oko uzdužne ose
- $d\omega/dt$ - ugaono ubrzanje projektila
- nN - ukupna normalna sila na "zubima" vodećeg prstena (n-broj žljebova, N-normalna sila na aktivnoj strani zuba)
- φ - ugao uvijanja tj. ugao nagiba zuba u odnosu na uzdužnu osu projektila



Slika 3.1. Izgled vodećeg prstena posle urezivanja u žljebove cevi



Slika 3.2. Opterećenje aktivne strane zuba vodećeg prstena

Normalna sila N koja napada bočnu, aktivnu stranu zuba vodećeg prstena dobija se rešenjem jednačine (3.1) po N:

$$N = \frac{2}{d} \frac{I_x}{n \cos \varphi} \frac{d\omega}{dt} \quad (3.2)$$

Uvodjenjem puta projektila u cev umesto vremena kao nezavisno promenljive, izraz za silu N može se napisati i u drugom obliku:

$$N = \frac{2}{d} \frac{I_x V}{n \cos \varphi} \frac{d\omega}{dx} \quad (3.3)$$

jer je:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{dx} \frac{dx}{dt} = V \frac{d\omega}{dx} \quad (3.4)$$

Kako se obrtna brzina projektila može predstaviti izrazom:

$$\omega = \frac{2V \operatorname{tg} \varphi}{d} \quad (3.5)$$

odnosno:

$$\frac{d\omega}{dx} = \frac{2}{d} \frac{d(V \operatorname{tg} \varphi)}{dx} = \frac{2}{d} \left[\frac{1}{V} \frac{dV}{dt} \operatorname{tg} \varphi + V \frac{d(\operatorname{tg} \varphi)}{dx} \right] \quad (3.6)$$

izraz za silu N može se napisati u konačnom obliku:

$$N = \frac{I_x}{n} \frac{4}{d^2} \frac{1}{\cos \varphi} \left[\frac{dV}{dt} \operatorname{tg} \varphi + V^2 \frac{d(\operatorname{tg} \varphi)}{dx} \right] \quad (3.7)$$

Sila N je funkcija nekoliko promenljivih veličina, pa su sa stanovišta izdržljivosti vodećeg prstena od interesa uslovi pod kojima sila N dostiže maksimalnu vrednost. Odmah je jasno da se moraju razmatrati dva slučaja: konstantan ugao uvijanja žljebova i promenljiv ugao uvijanja žljebova.

3.2.1 Konstantan ugao uvijanja žljebova

Za $\varphi = \text{const}$ izraz za silu N svodi se na:

$$N = \frac{I_x}{n} \frac{4}{d^2} \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi} \frac{dV}{dt} \quad (3.8)$$

Najveću vrednost sila N u ovom slučaju dostiže u momentu kada translatorno ubrzanje projektila ima najveću vrednost, odnosno u momentu kada pritisak barutnih gasova u cevi orudja dostigne svoj maksimum, jer je $dV/dt = f(p)$. Prema tome, ako se dV/dt izrazi preko p_m dobija se:

$$N_m = \frac{I_x}{n} \frac{4}{d^2} \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi} \frac{p_m}{m_p} \left[\frac{d^2 \pi}{4} + \frac{en}{2} (d_0 - d) \right] \quad (3.9)$$

ili

$$N_m = \frac{I_x}{n} \frac{\pi}{m_p} \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi} p_m \quad (3.10)$$

3.2.2 Promenljiv ugao uvijanja žljebova

Kada je u pitanju promenljiv ugao uvijanja uvek se radi o tzv. progresivnom uglu uvijanja žljebova: ugao nagiba žljebova progresivno raste od minimalne vrednosti na početku žljebljenog

dela cevi (φ_0) do maksimalne vrednosti na ustima cevi (φ_u). Najčešće je promena ugla uvijanja data zavisnošću $\varphi = \varphi_0 + kx$, a nekad i znatno komplikovanijom funkcijom (k je konstanta koja se za konkretnu cev, kada je poznata dužina žljebljenog dela, lako određuje). U ovim uslovima je normalna sila N , prema izrazu (3.7), funkcija od p , V i φ , pa je i postupak određivanja njene najveće vrednosti komplikovaniji nego u slučaju kada je φ konstantno.

Da bi se došlo do najveće vrednosti sile N mora se za konkretno orudje raspolagati krivama $p=p(x)$, $V=V(x)$ i $\varphi=\varphi(x)$ na osnovu kojih se grafičkim putem, uz pomoć izraza (3.7), dolazi do krive $N=N(x)$. Iz te krive nije teško utvrditi njenu najveću vrednost i položaj projektila u cevi koji odgovara najvećoj vrednosti sile N . Maksimalnu vrednost sile N dostiže negde na intervalu između položaja p_m i usta cevi, što u svakom konkretnom slučaju treba odrediti.

1.3 Trošenje vodećeg prstena

Pod dejstvom normalne sile N , odnosno sile trenja fN i usled translatornog kretanja projektila, dolazi do trošenja aktivne bočne strane vodećeg prstena. Ovo trošenje ima za posledicu smanjivanje širine zuba vodećeg prstena (slika 3.3), a time i njegove izdržljivosti, što nameće potrebu razmatranja ovog procesa.



Slika 3.3. Trošenje zuba vodećeg prstena

3.3.1 Konstantan ugao uvijanja žljebova

Da bi se izračunalo trošenje zuba vodećeg prstena mora se usvojiti pretpostavka da je elementarna zapremina istrošenog metala na jednom zubu vodećeg prstena proporcionalna radu trenja.

Ako je elementarna zapremina istrošenog metala:

$$dW = h H_p dS_t \quad (3.11)$$

a elementarni rad sile trenja:

$$dA_t = f_d N \frac{dx}{\cos \varphi} \quad (3.12)$$

na osnovu usvojene pretpostavke biće:

$$h H_p dS_t = k f_d N \frac{dx}{\cos \varphi} \quad (3.13)$$

Ovde su:

- h - visina zuba vodećeg prstena
- H_p - širina vodećeg prstena, odnosno zuba vodećeg prstena
- S_t - dužina istrošenja zuba vodećeg prstena
- k - koeficijent proporcionalnosti
- f_d - dinamički koeficijent trenja
- x - put težišta projektila

Brzina trenja od koje zavisi dinamički koeficijent trenja u konkretnom slučaju iznosi $V/\cos \varphi$, gde je V translatorna brzina projektila u cevi orudja, pa je dinamički koeficijent trenja dat sledećom relacijom:

$$f_d = \frac{f}{1 + b \frac{V^2}{\cos^2 \varphi}} \quad (3.14)$$

gde je f - statički koeficijent trenja.

Uvodjenjem izraza za f_d i N (jednačina (3.8) i transformacijom jednačine (3.13) dobija se:

$$h H_p dS_t = \frac{k f}{1 + b \frac{V^2}{\cos^2 \varphi}} \frac{I_x}{n} \frac{4}{d^2} \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi} \frac{dV}{dt} \frac{dx}{\cos \varphi} \quad (3.15)$$

$$h H_p dS_t = k' \frac{I_x}{n} \frac{4}{d^2} \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos^2 \varphi} \frac{V}{1 + b \frac{V^2}{\cos^2 \varphi}} dV \quad (3.16)$$

Ovde je $k' = k \cdot f$. Dalje je:

$$dS_t = \frac{k'}{h H_p} \frac{I_x}{n} \frac{4}{d^2} \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos^2 \varphi} \frac{V}{1 + b \frac{V^2}{\cos^2 \varphi}} dV \quad (3.17)$$

Integracijom jednačine (3.17) u granicama $t=0$ do t , odnosno od $V=0$ do V dobija se izraz za S_t :

$$S_t = \frac{k'}{h H_p} \frac{I_x}{n} \frac{4}{d^2} \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2b} \ln \left(1 + \frac{b}{\cos^2 \varphi} V^2 \right) \quad (3.18)$$

Vrednost koeficijenta k' zavisi od prirode materijala od koga je izradjen vodeći prsten i određuje se eksperimentalnim putem. Za vodeći prsten od bakra kakav se najčešće upotrebljava za artiljerijske projekte, koeficijent k' iznosi $23.3 \cdot 10^{-6}$, a konstanta $b=9 \cdot 10^{-6}$, pri čemu se veličine od kojih zavisi S_t moraju uzeti u sledećim jedinicama: $h(\text{mm})$, $H_p(\text{mm})$, $I_x(\text{kgcm}^2)$, $d(\text{mm})$, $V(\text{m/s})$ i istrošenje S_t dobijamo u milimetrima.

Iz izraza (3.18) vidi se da istrošenje S_t ima najveću vrednost u trenutku kada se projektil nalazi na ustima cevi:

$$S_{t,max} = \frac{2.303k'}{hH_p} \frac{I_x}{n} \frac{4}{d^2} \frac{\operatorname{tg}\varphi}{2b} \log\left(1 + \frac{b}{\cos^2 \varphi} V_0^2\right) \quad (3.19)$$

3.3.2 Promenljiv ugao uvijanja žljebova

I u ovom slučaju osnova proračuna je ista kao u prethodnom slučaju (elementarna istrošena zapremina vodećeg prstena proporcionalna je elementarnom radu sile trenja). Nakon dužeg izvođenja dobijamo izraz za veličinu maksimalnog istrošenja vodećeg prstena:

$$S_{t,max} = \frac{2.303k'}{hH_p} \frac{I_x}{n} \frac{4}{d^2} \left\{ \frac{(\operatorname{tg}\varphi)_{sr}}{2b} \log\left(1 + \frac{b V_0^2}{\cos^2 \varphi_u}\right) + \frac{\operatorname{tg}\varphi_u}{b^2 V_0^2} \left[b V_0^2 - \log\left(1 + \frac{b V_0^2}{\cos^2 \varphi_u}\right) \right] \right\} \quad (3.20)$$

$$\text{Ovde je } (\operatorname{tg}\varphi)_{sr} = \frac{\operatorname{tg}\varphi_0 + \operatorname{tg}\varphi_u}{2}.$$

Analizom izraza za najveće trošenje pri konstantnom i promenljivom uglu uvijanja žljebova dolazi se do zaključka da je najveće trošenje utoliko manje, ukoliko je:

- širina vodećeg prstena H_p veća
- visina zuba vodećeg prstena h veća
- broj žljebova n veći
- aksijalni moment projektila I_x manji (manja masa projektila)
- ugao uvijanja žljebova φ manji i početna brzina projektila V_0 manja za slučaj konstantnog ugla uvijanja; u slučaju promenljivog ugla uvijanja uticaj ugla φ i početne brzine projektila nije tako očigledan i zavisi od konkretnih parametara.

3.4 Naprezanja vodećeg prstena

Stav o izdržljivosti vodećeg prstena donosi se na osnovu vrednosti naprezanja koja su posledica dejstva normalne sile. Naprezanja imaju karakter pritiska i smicanja, ali se za osnovu kriterijuma sigurnosti (izdržljivosti) vodećeg prstena ne uzima rezultujuće složeno naprezanje. Kriterijum sigurnosti dat je za svaku vrstu naprezanja posebno, pri čemu svi uslovi moraju biti istovremeno ispunjeni.

3.4.1 Naprezanje na pritisak

Predpostavljajući da normalna sila N ravnomerno opterećuje celu bočnu aktivnu stranu zuba vodećeg prstena, naprezanje na pritisak je dato izrazom:

$$\sigma_p = \frac{N}{hH_p} \quad (3.21)$$

Do razaranja metala na aktivnoj strani zuba vodećeg prstena neće doći ako je ispunjen sledeći uslov:

$$\frac{N_m}{hH_p} \leq \sigma_{pd} \quad (3.22)$$

gde je σ_{pd} - dozvoljeno naprezanje na pritisak za metal vodećeg prstena.

Pri izboru dozvoljenog napona pri naprezanju vodećeg prstena na pritisak treba imati u vidu i uslove dopunskog termičkog naprezanja vodećeg prstena pod dejstvom barutnih gasova i usled trenja. Eksperimentalno je utvrđeno da za vodeći prsten od bakra vrednost dozvoljenog napona pri naprezanju na pritisak ne sme prelaziti vrednost od 25 daN/mm², za orudja sa velikom početnom brzinom i 35 daN/mm² za orudja sa malom početnom brzinom projektila.

3.4.2 Naprezanje na smicanje

U osnovi zuba vodećeg prstena (površina ABCD na slici 3.1) postoji naprezanje na smicanje kao posledica dejstva normalne sile N. Kako se površina ABCD menja zbog pojave trošenja vodećeg prstena, to je naprezanje na smicanje dato izrazom:

$$\tau = \frac{N}{(e - S_t)H_p} \quad (3.23)$$

Sa stanovišta izdržljivosti interesantna je najveća vrednost naprezanja na smicanje. Medjutim, kako pokazuje izraz (3.23), naprezanje na smicanje istovremeno zavisi i od normalne sile i od vrednosti trošenja vodećeg prstena. Kod konstantnog ugla uvijanja žljebova, sila N ima najveću vrednost u trenutku kada pritisak barutnih gasova dostigne svoj maksimum, a najveće trošenje je prirodno, u trenutku kada projektil napušta cev. Prema tome, kod konstantnog ugla uvijanja žljebova najveću vrednost naprezanja na smicanje treba očekivati za vrednost N_m , jer je vrednost sile N na ustima cevi nekoliko puta manja od vrednosti N_m . Kako je za položaj projektila u kome normalna sila ima najveću vrednost trošenje vodećeg prstena tek otpočelo, to se najveće naprezanje na smicanje izračunava sledećim izrazom:

$$\tau_{\max} = \frac{N_m}{eH_p} \quad (3.24)$$

Kod promenljivog ugla uvijanja žljebova maksimalno naprezanje na smicanje takodje se očekuje oko vrednosti maksimalne sile, između položaja maksimalnog pritiska i usta cevi, samo u širem intervalu s obzirom da se radi o većem istrošenju vodećeg prstena.

U oba slučaja mora biti ispunjen uslov:

$$\tau_{\max} \leq \tau_d \quad (3.25)$$

Kod vodećih prstenova izradjenih od bakra τ_d se kreće od 1 do 3 daN/mm² (eksperimenti pokazuju da se proračun može vršiti i sa duplo većim vrednostima dozvoljenog naprezanja na smicanje τ_d).

Konačan izbor širine vodećeg prstena H_p (sledi iz jednačina (3.22) i (3.24)) vrši se na osnovu onog naprezanja koje je kritično sa aspekta njegove otpornosti.

Pri razmatranju naprezanja i izdržljivosti vodećeg prstena mora se uzeti u obzir trošenje i bakarisanje cevi. Trošenje cevi je najintenzivnije od početka žljebljenog dela cevi do položaja maksimalnog pritiska, zatim nastupa izvesna dužina trase cevi koja se jako malo troši, a posle toga trošenje se povećava prema ustima cevi. Između dve oblasti žljebljenog dela cevi koje karakteriše značajno trošenje nalazi se oblast minimalnog trošenja koju karakterišu naslage materijala vodećeg prstena, tzv. bakarisanje. Bakarisanje je naročito intenzivno u osnovi žljebova. Trošenje i bakarisanje cevi menjaju u izvesnom smislu unutrašnju trasu cevi, odnosno menjaju visinu kontaktne površine između vodećeg prstena i polja cevi, što dovodi do izvesnog odstupanja naprezanja vodećeg prstena u odnosu na proračunata naprezanja tj. smanjuje izdržljivost vodećeg prstena. Takodje, treba imati u vidu promenu mehaničkih karakteristika bakra kada je u pitanju bakarni vodeći prsten (ove promene su posledica trajnih deformacija materijala vodećeg prstena pri njegovom nameštanju i urezivanju, kao i uticaja povećanja temperature vodećeg prstena usled uticaja visokih temperatura barutnih gasova i trenja između vodećeg prstena i cevi orudja).