

Mehanika leta projektila – I

Uvod – Pojam i zadaci mehanike leta projektila

Mehanika leta projektila je nauka koja se bavi proučavanjem ponašanja projektila u letu, od momenta napuštanja cevi oruđa (ili lansera) do krajnje tačke (padna tačka, momenat udara u cilj ili trenutak rasprsnuća u vazduhu). U literaturi mogu se sresti i imena spoljna balistika koja se više vezuje za kretanje nevođenih projektila i dinamika leta, naziv koji se češće koristi u vazduhoplovstvu ili kod vođenih projektila. Mehanika leta projektila je deo primenjene mehanike i pre svega se oslanja na dinamiku kretanja krutog tela ali je veoma tesno povezana i sa aerodinamikom i fundamentalnim naukama kao što su matematika, termodinamika i mehanika fluida.

Pojam projektil je opšti naziv koji se koristi i može da se odnosi na zrno streljačke oružja, artiljerijsku granatu, minobacačku minu, vođenu ili nevođenu raketu itd. U zavisnosti od toga da li se na putanju projektila može uticati tokom leta ili ne dele se na vođene i nevođene projekte.

Mehanika leta u osnovi rešava dva glavna zadatka:

1. Primarni zadatak mehanike leta – direktni

Određivanje karakteristika putanje za projektil poznatih karakteristika, od jednog određenog trenutka, do padne ili druge zadate tačke sa zadatom tačnošću.

2. Inverzni zadatak dinamike leta - projektovanje

Određivanje konstruktivnih karakteristika projektila koji će omogućiti zahtevane karakteristike leta (domet, rasturanje), pod određenim uslovima leta.

Drugi zadaci kojima se mehanika leta bavi su:

1. Stabilnost projektila

Sposobnost projektila da u toku leta održi u dovoljno malim granicama ugao između ose projektila i vektora brzine naziva se **stabilnost**. Mehanika leta proučava uslove pod kojima se ostvaruje stabilnost projektila, zakonitost kretanja oko težišta i uticaje koje kretanje oko težišta ima na kretanje težišta.

2. Određivanje diferencijalnih koeficijenata (popravki)

Obzirom da se parametri koji utiču na kretanje projektila menjaju neophodno je utvrditi kako njihove promene utiču na elemente putanje.

3. Eksperimentalna spoljna balistika

Metode za merenje veličina koje karakterišu putanju i uslove leta projektila

4. Tablice gađanja (nevođeni projektili)

Određivanje elemenata gađanja, odnosno položaja cevi (lansera) tako da ispaljen projektil pogodi cilj u određenoj tački u prostoru .

Rešavanje primarnog zadatka mehanike leta

Da bi se rešio osnovni zadatak dinamike leta, potrebno je definisati sledeće parametre:

- Aerodinamičke karakteristike (koeficijenti aerodinamičke sile i momenata u funkciji Mach-ovog broja)
- Karakteristike pogonskog (propulzivnog) sistema (potisak i maseni protok u funkciji vremena)
- Karakteristike sistema vođenja, ukoliko se radi o vođenom projektilu (program vođenja i prenosne funkcije)
- Karakteristike sistema upravljanja (tip upravljanja, prenosne funkcije izvršnih organa-aktuatora)
- Inercijalne karakteristike (masa i položaj centra mase u funkciji vremena)
- Osobine atmosfere (standardna atmosfera, odstupanje od standardne, podaci o vetru)
- Oblik zemlje i model gravitacionog polja
- Početni parametri (početni položaj, ugao azimuta i ugao elevacije itd.)

Ukoliko su svi ovi parametri poznati, dati kao ulazni set podataka, diferencijalne jednačine kretanja se mogu integraliti da bi se odredilo ponašanje projektila u toku leta što kao krajnji rezultat daje putanju trajektoriju po kojoj se projektil kreće.

U osnovi, moguće je definisati nekoliko različitih modela kretanja projektila:

- Dva stepena slobode - 2-DOF (translacija u vertikalnoj ravni, bez promene ugla azimuta), model kretanja materijalne tačke (Euler-ov model)
- Tri stepena slobode - 3-DOF (translacija u x, y, z pravcu) model kretanja materijalne tačke
- Šest stepeni slobode - 6-DOF (translacija u x, y, z pravcu), kruto tela (sa tri ugla rotacije oko centra mase - težišta projektila)
- Elastični model sa nekoliko stepeni slobode, koji razmatra elastične deformacije tela projektila tokom leta.

Prvi model se praktično više ne koristi, a poslednji je od interesa samo za projekte velikih dimenzija i složene strukture tako da su 3-DOF i 6-DOF modeli našli najširu primenu. U 3-DOF modelu aerodinamički model projektila je pojednostavljen, tj. aerodinamičke karakteristike projektila se određuju za nulti napadni ugao. 3-DOF model se obično koristi u preliminarnoj optimizaciji ulaznih parametara (inverzni zadatak dinamike leta) zbog brzine kojom se dolazi do rešenja. 6-DOF model se koristi u sledećoj fazi, da bi se testiralo ponašanje stvarne konstrukcije.

Razmatraju se tri modela oblika Zemljine kugle i gravitacionog polja:

- Ravna nerotirajuća Zemlja sa konstantnim gravitacionim ubrzanjem
- Sferna rotirajuća Zemlja sa Newton-ovim modelom gravitacionog polja
- Kvazi-elipsoidna Zemlja sa ne-centričnim modelom gravitacionog polja

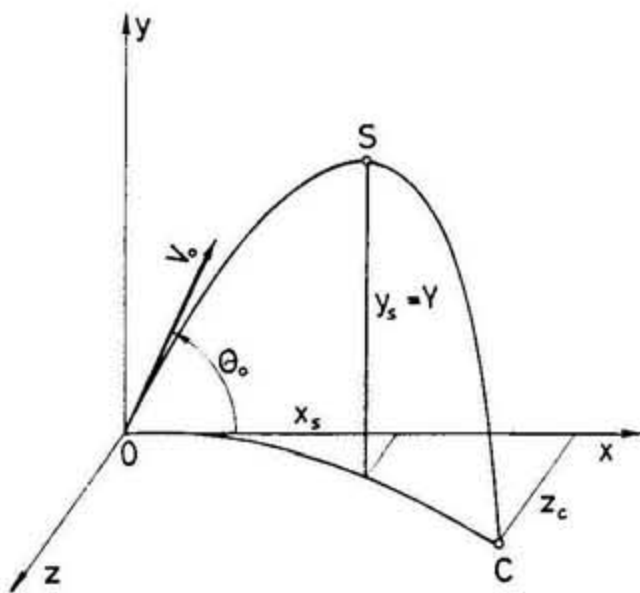
Prvi model se može koristiti za domete do 100 km, ali nije puno u upotrebi. Poslednji model je najkomplikovaniji i koristi se samo za interkontinentalne domete i analize putanja satelita.

Rešavanje inverznog zadatka mehanike leta

Inverzni zadatak se rešava sukcesivnim korišćenjem 3-DOF i 6-DOF modela, sa ručnim ili automatskim podešavanjem ulaznih podataka da bi se postigli optimalni uslovi za datu putanju. U toku projektovanja se procenjuju balistički parametri i traže se optimalne konstruktivne karakteristike tako da se zadovolje, često kontradiktorni, zahtevi.

Elementi putanje

Putanja projektila predstavlja geometrijsko mesto tačaka koje pri svom kretanju opisuje težište projektila. U opštem slučaju putanja je prostorna kriva. Najčešće se posmatra u pravouglom, desnom koordinatnom sistemu $Oxyz$, koji se definiše na sledeći način:



O — koordinatni početak se nalazi u **polaznoj** tački koja odgovara središtu usta cevi;

x — osa je u preseku vertikalne ravni kroz osu cevi i horizontalne ravni kroz polaznu tačku; pozitivan smer se određuje smerom horizontalne komponente brzine;

y — osa je vertikalna sa pozitivnim smerom naviše;

z — osa je pozitivna udesno kada se iz tačke O posmatra u pravcu i smeru kretanja težišta projektila.

Horizontalna ravan Oxz se naziva **ravan horizonta** oruđa a vertikalna ravan Oxy **ravan gađanja**. **Pravac gađanja** je određen pravcem horizontalne ose Ox .

Brzina u polaznoj tački ima vrednost V_0 i naziva se **početna brzina**. Definisana je u unutrašnjoj balistici sa ciljem da se kretanje projektila u spoljnoj balistici posmatra od napuštanja usta cevi, ali da u vrednosti brzine bude uključen porast brzine od dejstva gasova u naknadnom periodu. Početna brzina u odnosu na horizontalnu ravan čini **polazni ugao** θ_0 . Kada posmatramo projektil kao kruto telo, umesto kao materijalnu tačku, ugao između glavne ose simetrije projektila i horizontalne ravni u polaznoj tački naziva se **elevacija** El . Obično se uzima da je $\theta_0 = El$.

U bilo kojoj tački na putanji $M(x, y, z)$ brzina V , odnosno tangenta na putanju, čini sa horizontalnom ravni ugao nagiba putanje θ a u odnosu na vertikalnu ravan ugao ψ .

Kod tipične balističke putanje koja počinje i završava se u istoj horizontalnoj ravni, pored polazne tačke (O), karakteristične tačke su još **teme putanje** (S) i **padna tačka** (C).

U temenu putanje, apogej, težište projektila dostiže najvišu ordinatu svog položaja. Tangenta na putanju u toj tački je paralelna sa horizontalnom ravni, što znači da je ugao nagiba $\theta_s = 0$. Njene koordinate u definisanom koordinatnom sistemu su $S(x_s, y_s = Y, z_s)$.

Padna tačka tipične putanje se definiše kao mesto prolaza putanje kroz ravan horizonta oruđa. Njene koordinate su $C(x_c = X, y_c = 0, z_c = Z)$. Brzina projektila u padnoj tački se naziva **krajnja brzina** V_c , koja sa horizontalnom ravni čini **padni ugao** θ_c . Vreme kretanja projektila od polazne do padne tačke se naziva **vreme leta** $t_c = T$. Veličina koordinate $x_c = X$ tipične putanje je **horizontalni domet**.

Deo putanje od polazne tačke do temena putanje je **penjući krak putanje** a od temena putanje do padne tačke **padajući krak putanje**.

U odnosu na tipičnu balističku putanju koja je definisana — mogu postojati razlike. Kada se posmatra putanja na nekoj većoj nadmorskoj visini, ordinata polazne tačke biće različita od nule $y_0 \neq 0$. Cilj se obično ne nalazi u istoj horizontali kao polazna tačka. Linija koja spaja polaznu tačku i tačku cilja, linija cilja, nije horizontalna već čini neki ugao s koji se naziva **mesni ugao cilja**.

Kod raketnih projektila razlikuju se dva dela putanje: **aktivni** dok radi raketni motor i **pasivni** po prestanku rada raketnog motora. Uobičajeno je da se vreme kod raketnih projektila ne posmatra od trenutka napuštanja lansera već od momenta starta raketnog motora, tako da će u koordinatnom početku postojati vreme t_1 . Poseban karakter imaju projektili koji se ispaljuju iz cevi oruđa sa određenom brzinom a snabdeveni su raketnim motorom. To su takozvani **aktivno-reaktivni** projektili. Pored definisanih tačaka, ovde se razlikuju još tačka pripaljivanja raketnog motora (obeležava se sa N) i tačka završetka rada raketnog motora (A). Proces rada raketnog motora se, po pravilu, obavlja na penjućem kraku putanje.

Odstupanje putanje kao prostorne krive od ravni gađanja je malo u odnosu na pomeranje projektila u ravni gađanja. U određenim uslovima realna putanja leži u ravni gađanja Oxy . Zbog toga se kretanje projektila vrlo često posmatra samo u ravni gađanja. Na ravan gađanja se svodi kretanje projektila u bezvazдушnom prostoru, kao i svi drugi modeli putanje gde se ne uzima u obzir kretanje oko težišta, bočni vetar i rotacija Zemlje.

Prema obliku razlikujemo tri vrste putanja: **položene**, **ubacne** i **vertikalne putanje**. Posebnu grupu među položenim putanjama čine **razantne putanje**. Granicu između položenih i ubacnih putanja čini padni ugao od oko 20° , što odgovara polaznim uglovima od 15 do 19° . Sve putanje čiji polazni uglovi ne prelaze ugao najvećeg dometa,

$\theta_0 = 45^\circ$, a čiji je padni ugao veći od 20° nazivaju se ubacne. Putanje sa manjim polaznim uglom od onog koji daje padni ugao od 20° nazivaju se položene a sa polaznim uglom preko 45° — vertikalne.

Neka artiljerijska oruđa gađaju samo položenim i ubacnim putanjama (topovi), dok druga mogu da imaju sve oblike putanja (haubice). Minobacači imaju samo vertikalne putanje. Kod projektila čiji se ciljevi mogu predstaviti u vidu vertikalne površine visine H (protivoklopni projektili, pešadijska zrna) značajno je da se gađanje vrši sa jako položenim, malo zakrivljenim putanjama, tako da se ordinata temena ne izdiže iznad visine cilja. Uobičajeno je da se takve putanje nazivaju razantne ili **putanje sa brisanim dometom**. Dometi koji odgovaraju određenoj visini cilja zovu se razantni ili brisani dometi. Polazni uglovi ovih putanja ne prelaze 5° .

