

## Osnovne postavke aerodinamike

Aerodinamika je grana dinamike koja se bavi proučavanjem kretanja vazduha, posebno u slučajevima interakcije vazduha i krutog tela u vazdušnoj struji. Aerodinamika je pod oblast dinamike fluida i dinamike gasova i oslanja se na njihove fundamentalne zakone.

Poznavanje kretanja vazduha (strujnog polja) oko nekog krutog tela omogućuje izračunavanje sila i momenata koji deluju na objekat. Tipične karakteristike strujnog polja obuhvataju informacije o brzini strujanja, pritisku, gustini i temperaturi. Aerodinamika omogućuje definisanje i rešavanje jednačina održanja mase, impulsa i energije. Za izračunavanje i definisanje aerodinamičkih sila i momenata koriste se matematičke analize strujanja, empirijske aproksimacije, testovi u aero-tunelu i CFD analize (metod konačnih elemenata).

Aerodinamički problemi se mogu podeliti prema mestu dejstva strujanja. Spoljna aerodinamika se bavi proučavanjem strujanja oko krutog tela različitih oblika, i rešava pitanja otpora i uzgona tela u strujnom polju, udarnih talasa koji se formiraju oko tela i sl. Unutrašnja aerodinamika se bavi strujanjem vazduha unutar objekata, npr. strujanje vazduha kroz turbomlazne motore, cevi rashladnih uređaja i sl.

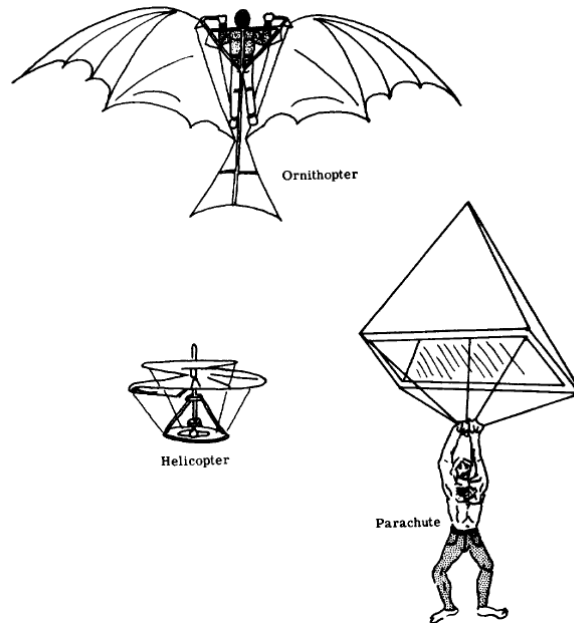
Aerodinamički problemi se mogu deliti i prema brzini strujanja. Problem se naziva podzvučnim (subsoničnim) ukoliko je brzina manja od brzine zvuka, okolozvučnim (transoničnim) ukoliko se javljaju brzine manje i veće od brzine zvuka, odnosno u okolini brzine zvuka, nadzvučnim (supersoničnim) ako su brzine veće od brzine zvuka. Posebno se odvajaju i hipersonični problemi kada je brzina strujanja značajno veća od brzine zvuka. Ne postoji tačna granica pri kom Mahovom broju strujanje treba smatrati hipersonično već se razlikuje od literature i najčešće je donja granica u intervalu 3 do 12.

Uticaj viskoznosti čini treću klasifikaciju. Pri nekim problemima viskoznost se može zanemariti i tada se strujanje posmatra kao neviskozno za razliku od opštek slučaja viskoznog strujanja.

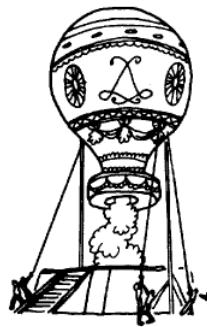
## ***Kratka istorija aerodinamike***

Teorija aerodinamike je posledica rada veoma velikog broja individualaca kroz istoriju. Verovatno je počela sa željom praistorijskog čoveka da imitira kretanje ptice. Kako u ranije vreme čovek nije mogao da zadovolji želju za letom često se kroz mitologiju i ranu religiju može naići na bogove koji imaju krila. Već nešto oybiljniji Grčki filozofi polaze od pitanja: Šta je subsanca koju nazivamo vazduhom i da li čovek može leteti u njoj? Aristotel je prvi koji je došao do zaključka da vazduh ima svoju težinu i Arhimedov zakon je prvi bliži korak u razvoju aerodinamike. Ljudi kao što su Galilejo, Roger Bacon i pascal su dokazali da je vazduh gas, da je stišljiv i da pritisak opada sa visinom.

Godine 1500 Leonardo da Vinči je dao prve oblike mogućih letelica. Do zaključaka je došao nakon intenzivnog posmatranja leta ptica. Kkao rezultat njegovih studija dati su nacrti mašina koje su bile nameravane da se koriste za letenje.



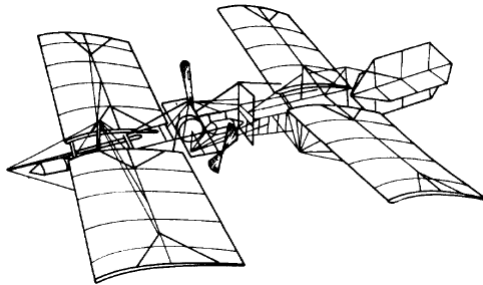
Ipak prva mašina korišćena za let čoveka nije imitirala ptičiji let već je radiola na principu lakši od vazduha, i to je bio veliki balon sa toplim vazduhom. Konstruisan je 1783 godine i njegovi konstruktori su bili braća Montgolfier iz Francuske. Dalje su se razvijale konstrukcije koje su zapravo bile poboljšanje njihovog rešenja ali su i dalje radile na principu lakši od vazduha, princip uzgonske sile bio je i dalje godinama daleko.



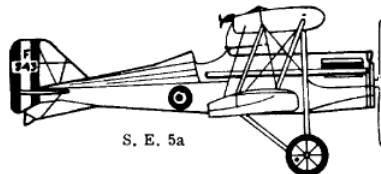
Sir George Cayley iz Engleske (1773-1857) se uzima za oca moderne aerodinamike. On je razumeo osnovu sila koje deluju na krilo i konstruisao je prvu jedrilicu sa krilima i repom koja je uspešno letela. 1853 se veruje da je konstruisao prvu letelicu kojom je upravljao čovek. Tokom kasne 1800 mnogi su pokušavali da dodaju pogon letilici ali bezuspešno. U međuvremenu krajem 19tog veka Nemač Otto Lilienthal je uspešno leteo se jedrilicom koju je sam konstruisao, zabeležio je čak 2000 uspešnih letova pre nego što je u jedno neuspešnom poginuo 1896.



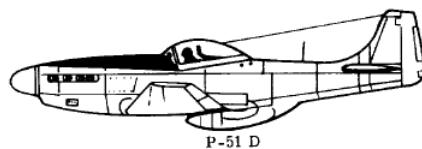
U insitutu u Washington-u, Dr. Samuel Pierpont Langley je konstruisao prvi mali avion na pogon. Najuspešniji projekat mu je bio Aerodrom koji je imao 5m raspon krila i parnu mašinu sa dva propelera, koji je leto čak 1km 1896.



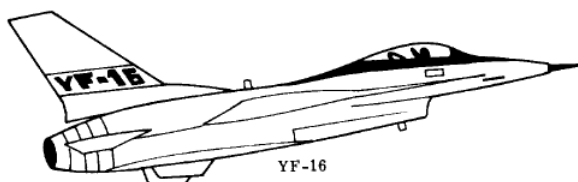
Decembra 17, 1903, braća Wright su postigla uspeh u korišćenju benzinskog motora koji su sami dizajnirali. U narednim godinama su se avijacija i aerodinamika naglo razvijale. Za vreme I i II svetskog rata su imale poseban procvat. Danas imamo veoma puno podataka koje koristimo za aerodinamičke proračune a sve više se razvijaju i numeričke postavke i programi koji pokušavaju da zamene aerotunele.



World War I (1918)



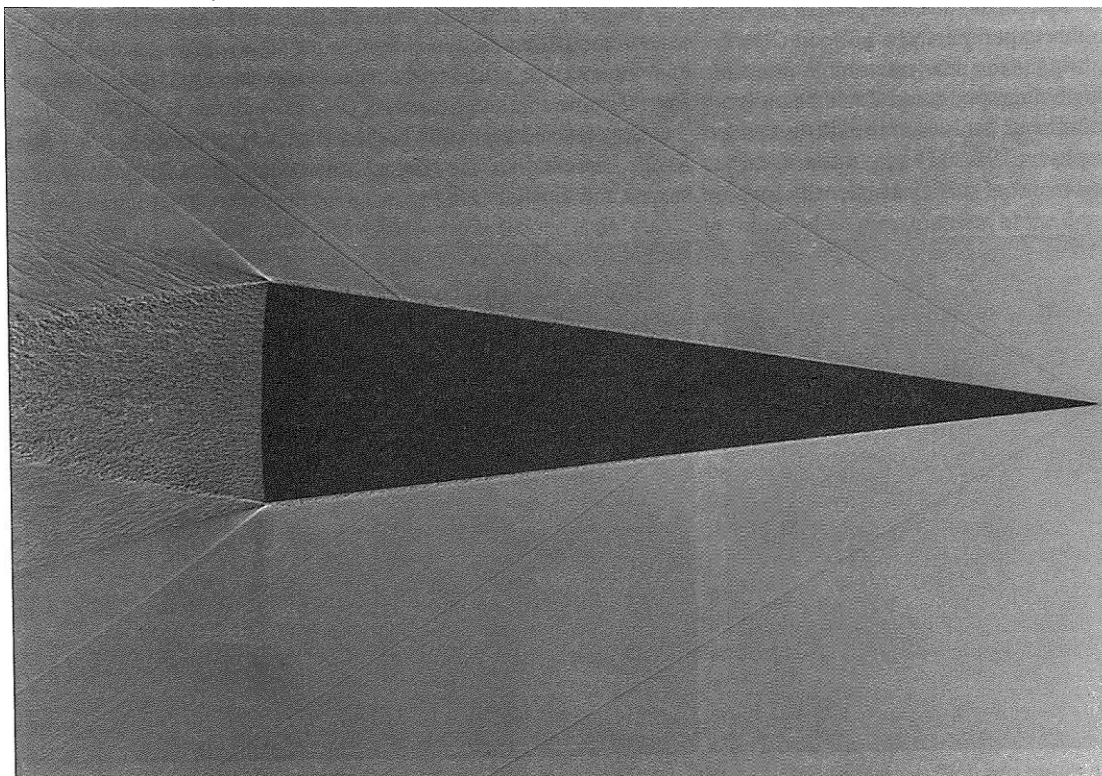
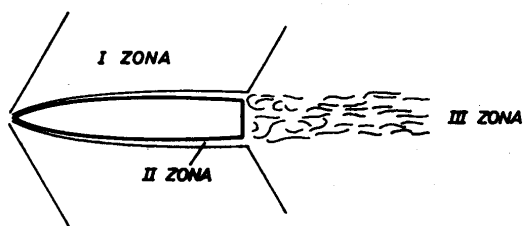
World War II (1945)



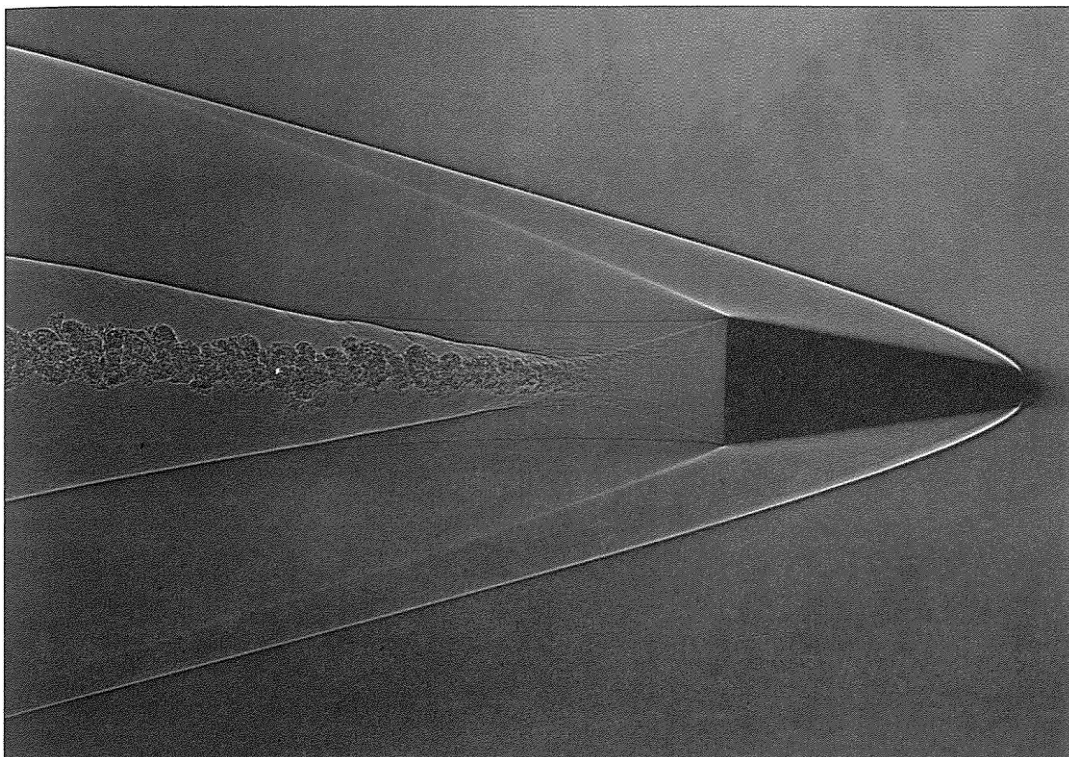
Modern (1974)

## ***Zone opstrujavanja vazduha oko projektila***

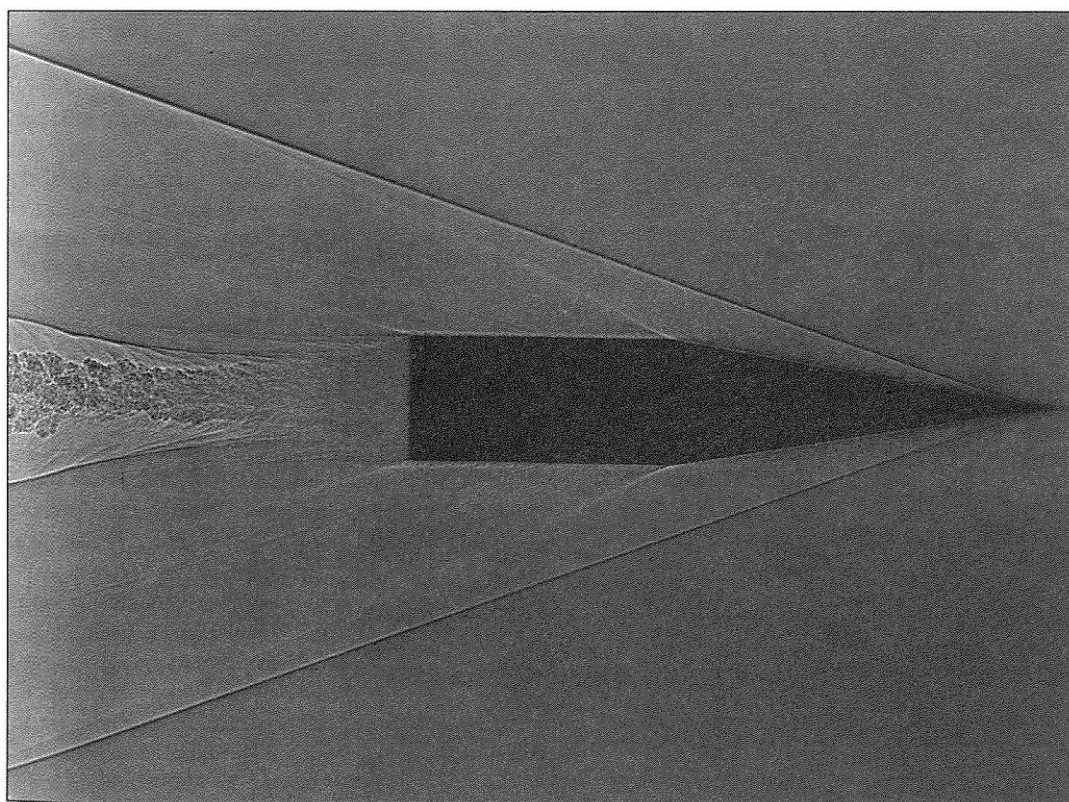
Sliku opstrujavanja projektila možemo dobiti pomoću ispitivanja u aero-tunelu metodom senki. Na osnovu slika strujno polje oko projektila može se podeliti na tri osnovne zone: zonu neporemećenog strujanja, zonu graničnog sloja i zonu vrtložnog traga.



**Slika 1. Opstrujavanje konusa dužine 3.8 kalibra pri Mahovom broju 1.98**

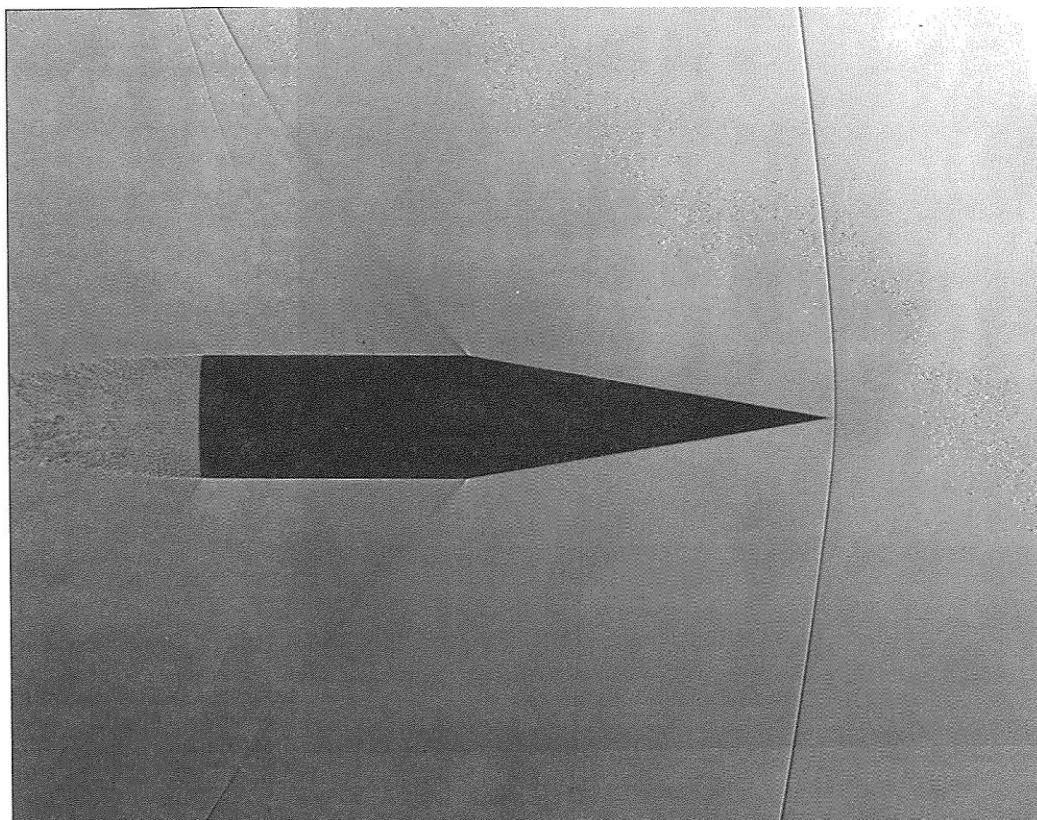


**Slika 2 Opstrujavanje sferno zaobljenog konusa pri Mahovom broju 4.2**

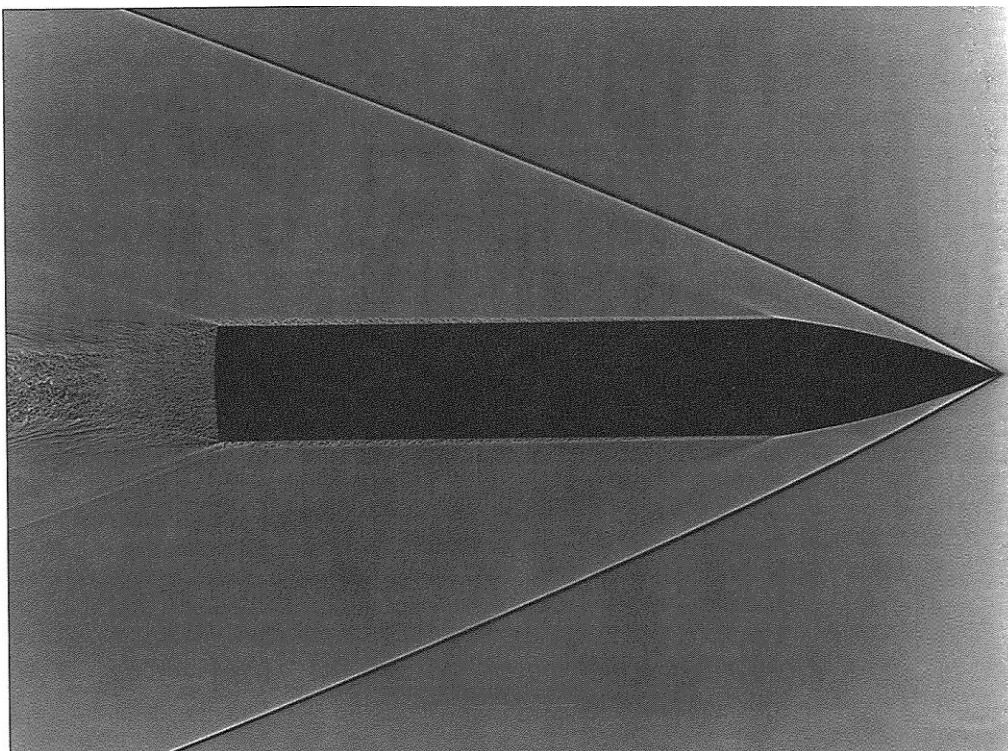


**Slika 3 Opstrujavanje  $L=5.12d$   $M=3.43$**

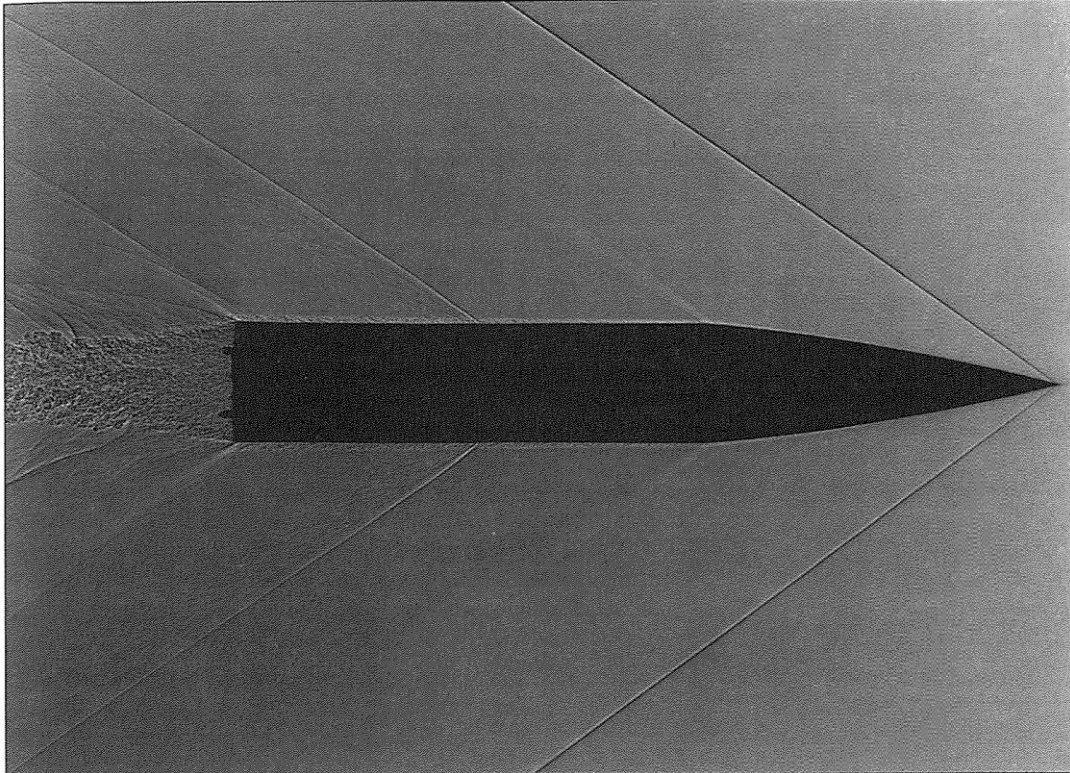




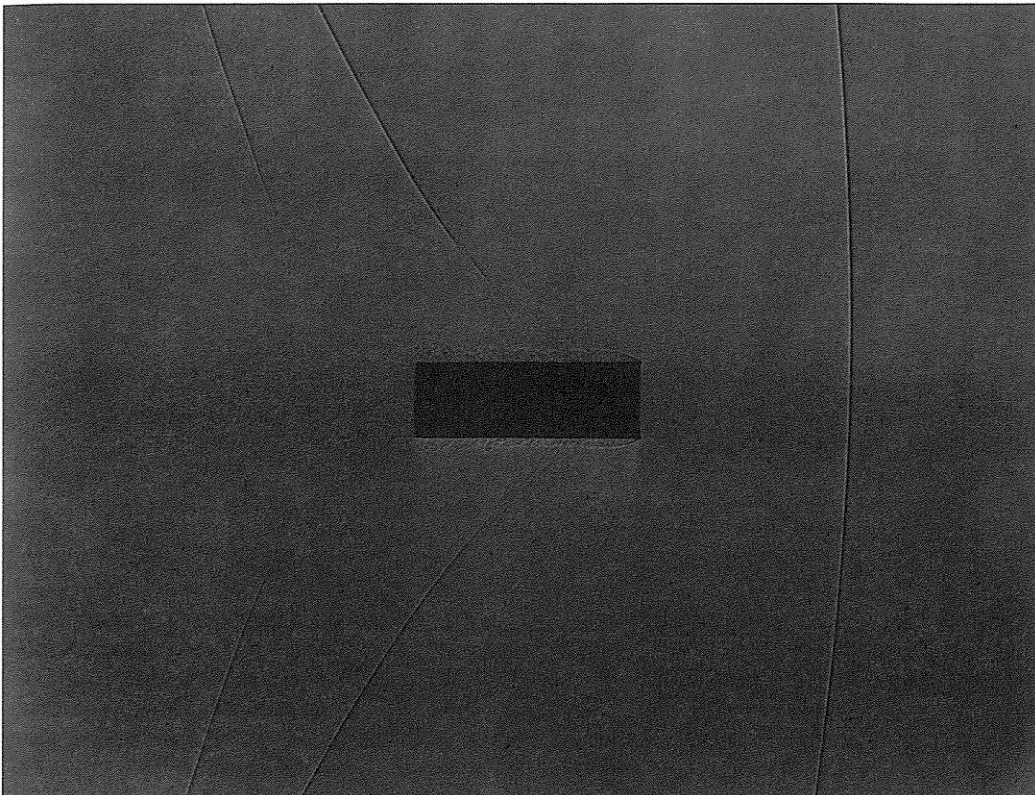
**Slika 4 Opstrujavanje  $L=5.12d$   $M=1.02$**



**Slika 5 Opstrujavanje  $L_1=7d$   $L_2=2$   $M=3.18$**

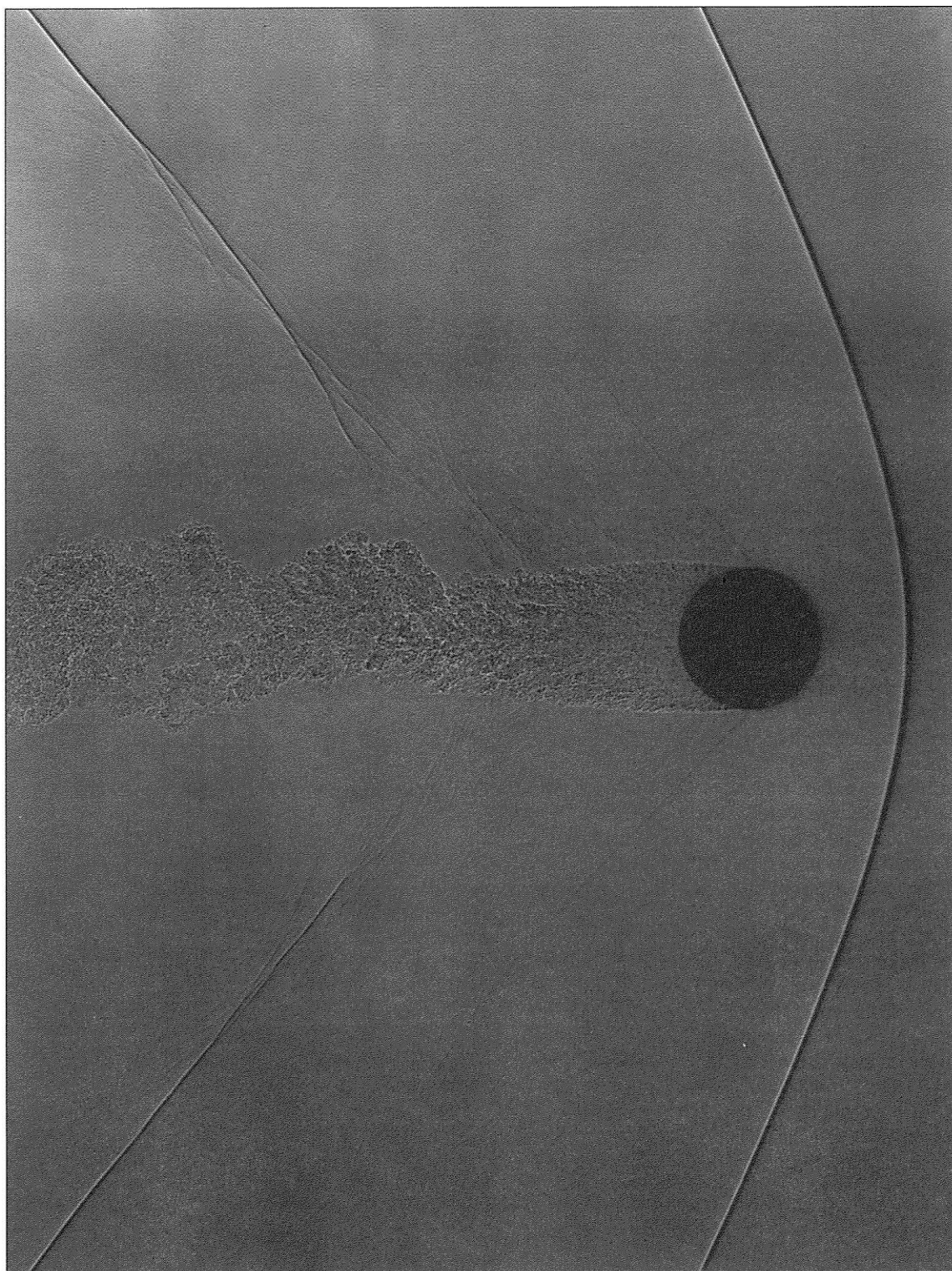


**Slika 6 Opstrujavanje  $L_1=7d$   $L_2=2$   $M=1.83$**



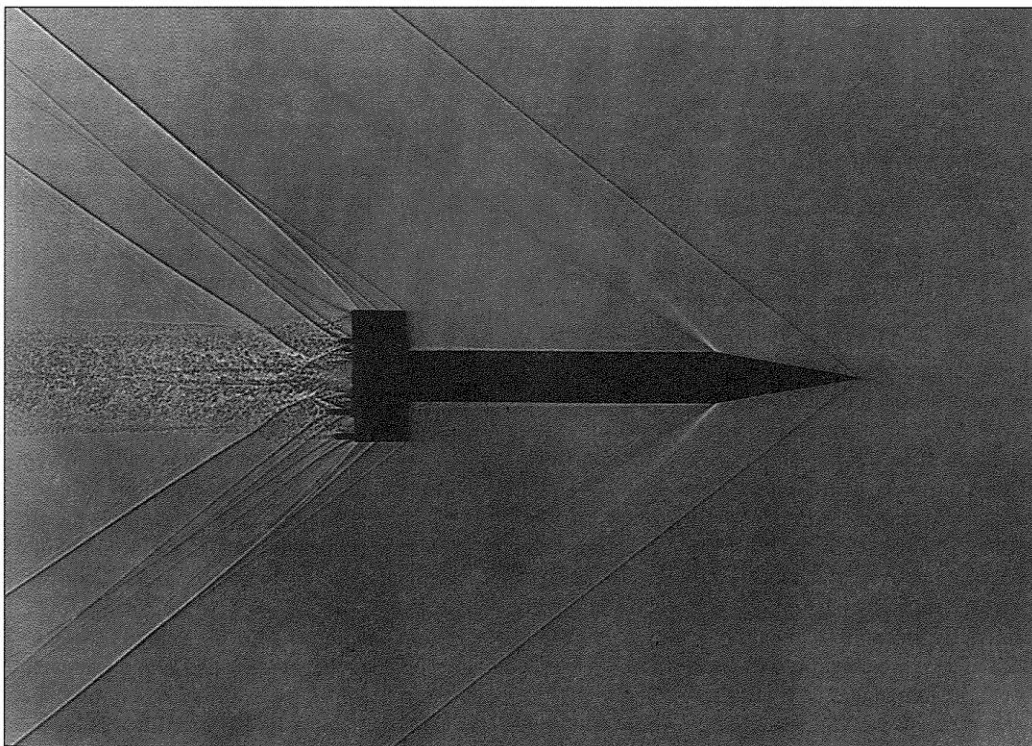
**Slika 7 Opstrujavanje  $L=3d$  valjak  $M=1.04$**



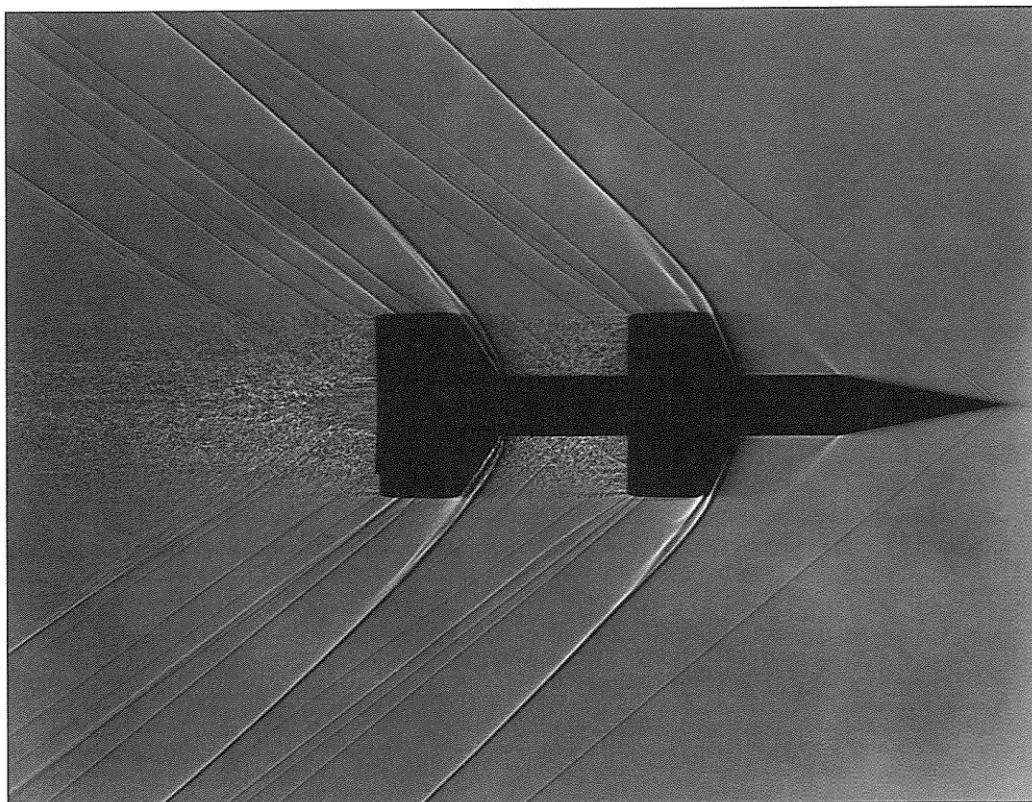


**Slika 8 Opstrujavanje 7/8" sfera  $M=1.24$**





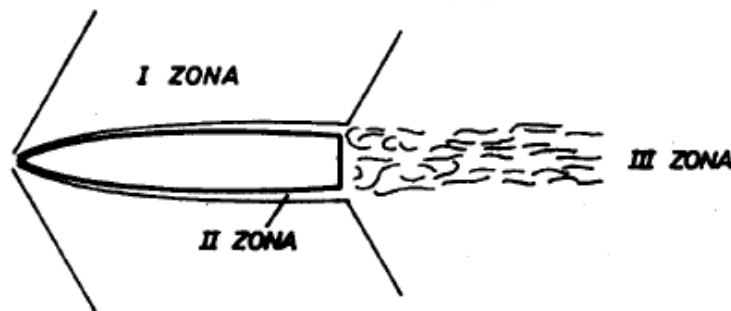
Slika 9 Opstrujavanje  $L=10d$   $M=1.62$



Slika 10 Opstrujavanje 20mm model  $M=1.6$

Fotografiju projektila u letu možemo dobiti u balističkom tunelu. Projektil slikamo kada se on nalazi između aparata i trenutnog izvora svetla – varnice. Takav snimak nazivamo "metoda senke" (methode d'ombre Schattenverfahren, tenevaja fotografija). Svaka promena gustine u vazduhu oko projektila izazivaće različite indekse prelamanja svetlosnih zraka, a samim tim promenu intenziteta svetlosti na filmu.

Tako pomoću ovih fotografija uočavamo tri bitne zone vazduha oko projektila u letu.



Slika 1.1.

U I zoni vazduh izgleda malo izmenjen. Ona se prostire od beskonačnosti do neposredne blizine projektila (II zona) i do traga projektila (III zona). U prvoj zoni, na osnovu merenja, konstatovano je:

- da se vazduh ponaša kao idealan gas;
- da je viskozitet zanemarljiv, pa se može usvojiti da je vazduh u toj zoni savršen fluid;
- koeficijent provodjenja toplote je mali tako da nema provodjenja toplote, te se strujanje u prvoj zoni može smatrati adijabatskim.

Druga zona, koju nazivamo granični sloj, prostire se oko projektila sve do danceta. Njena debljina je vrlo mala na vrhu projektila i postepeno se povećava do danceta. U graničnom su sloju eksperimentalna merenja pokazala:

- da vazduh možemo smatrati idealnim gasom;
- da se pritisak ne menja duž normale u graničnom sloju;
- da je brzina opstrujavanja vazduha nula na površini projektila, a na granici između II i I zone brzine su jednake. Znači, u graničnom sloju vazduh je viskozan fluid.

Treća zona je još uvek malo proučena. Mogla bi se na prvi pogled usvojiti za nastavak graničnog sloja, ali znatno debljeg, tako da se ne može usvojiti pretpostavka da je pritisak konstantan, kao što smo to mogli uči-



niti za drugu zonu i da se to eksperimentalno potvrdi. Usvojicemo, kao što je eksperimentalno potvrđeno da je pritisak na dance u trećoj zoni jednak u svakoj tački danceta.

Ove uobičajene hipoteze dale su već niz godina dobre praktične rezultate. Međutim, pri velikim brzinama ovaj model aerodinamike ne može da se primenjuje. Pre svega, vazduh prestaje da bude idealan gas, jer nastupaju disocijacije ( $O_2 \rightleftharpoons 2O$ ;  $N_2 \rightleftharpoons 2N$ ;  $N_2 + O_2 \rightleftharpoons 2NO$ ), a debljina graničnog sloja nije više tako mala. Sve ovo u osnovi menja shemu aerodinamike i zato se za brzine veće od  $M = 5$  primenjuju druge teorije koje čine takozvanu aerodinamiku hipersoničnih brzina.

U zoni I konstatovano je da je vazduh

- savršen
- idealan
- adiabatski
- bez spoljnih sila

Zato su nam u ovoj zoni na raspolaganju jednačine ovakvog fluida

1. jednačina stanja

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad 1.1$$

2. jednačina kontinuiteta

$$\operatorname{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad 1.2$$

3. jednačina kretanja

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = - \operatorname{grad} p \quad 1.3$$

ili

$$d\left(\frac{V^2}{2}\right) + \frac{dp}{\rho} = 0 \quad 1.4$$

4. energetska jednačina

$$d\left(C_v T + \frac{V^2}{2}\right) = - \frac{1}{\rho V} d(pV) \quad 1.5$$

ili

$$p \rho^{-k} = \text{const} \quad 1.6$$

Odmah se može uočiti da se pomoću četvrte jednačine može integraliti treća. Tom prilikom računa se krivolinijski integral  $\int dp/\rho$  duž strujnice za koju važi adijabatska promena. Rezultat integracije je Sen Venanova formula



$$V^2 + \frac{2a^2}{k-1} = \text{const.} \quad 1.7.$$

Desna strana je konstanta duž jedne strujnice. Vrednost te konstante od strujnice do strujnice može da bude različita. Ako je ona ista za sve strujnice onda ovu istu jednačinu zovemo Bernulijeva formula.

Sa  $a^2$  označili smo  $dp/d\rho$ , jer je taj izvod uvek pozitivan, a kvadratni koren ovog izvoda je brzina prostiranja malih poremećaja u vazduhu kada miruje.

Za strujanje vazduha kada je entropija duž svake strujnice konstantna i medjusobom jednake kažemo da je izentropsko. Za tako strujanje koristimo jednačine (ako je stacionarno)

$$\begin{aligned} \text{div}(\rho \vec{V}) &= 0 \\ V^2 + \frac{2a^2}{k-1} &= \text{konst} \\ p \rho^{-k} &= \text{konst} \end{aligned}$$

Prilikom proučavanja nekih izentropskih stacionarnih strujanja koriste se jednačine koje predstavljaju kombinacije ove tri osnovne jednačine. Na primer diferenciranjem treće jednačine dobija se

$$\begin{aligned} \frac{dp}{p} &= k \frac{d\rho}{\rho} \\ \text{pa je} \quad a^2 &= k \frac{p}{\rho} = \rho^{k-1} \end{aligned} \quad 1.8$$

S indeksom "0" obeležićemo veličine one tačke duž strujnice u kojoj je  $V = 0$ ; to je takozvana zaustavna tačka. U toj tački, radi kraćeg pisanja, stavićemo da je

$$V_m^2 = \frac{2a_0^2}{k-1} \quad 1.9$$

Pomoću ovih oznaka Bernulijeva jednačina se može napisati u obliku

$$V^2 + \frac{2a^2}{k-1} = \frac{2a_0^2}{k-1} = V_m^2 \quad 1.10$$

$a$  se naziva kritična brzina. Ona predstavlja brzinu strujanja u onoj tački strujnice u kojoj je brzina zvuka jednaka brzini strujanja ( $M=1$ )

Gornja jednačina može se napisati u obliku

$$\frac{v^2}{v_m^2} + \frac{a^2}{a_o^2} = 1.$$

Kako je

$$\frac{a^2}{a_o^2} = \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^{k-1} = \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

biće

$$\rho = \rho_o \left(1 - \frac{v^2}{v_m^2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad 1.11$$

$$p = p_o \left(1 - \frac{v^2}{v_m^2}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad 1.12$$

Zaustavni pritisak u izentropskoj struji dobijamo iz Bernulijeve jednačine

$$v_\infty^2 + \frac{2}{k-1} a_\infty^2 = \frac{2}{k-1} a_o^2$$

delenjem na  $2a_\infty^2 / (k-1)$  dobijamo

$$\frac{k-1}{2} M_\infty^2 + 1 = \frac{a_o^2}{a_\infty^2}$$

uz pomoć jednačine 3.10 biće

$$\frac{k-1}{2} M_\infty^2 + 1 = \left(\frac{p_o}{p_\infty}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

a odavde je

$$p_o = p_\infty \left(1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad 1.13$$

U prednjim izrazima je

$$M_\infty = \frac{v_\infty}{a_\infty}$$

Mahov broj neporemećenog strujanja.

### 2.1. Definicija aerodinamičkih koeficijenata

U aerodinamici, da bi se izbegle teškoće oko dimenzija, radi se sa bezdimenzijskim veličinama. Zato je potrebno, pre svega da definišemo referentne veličine pomoću kojih ćemo druge veličine učiniti bezdimenzionalnim. Imamo tri referentne veličine:

- $l$  - referentna dužina; najčešće kalibar, ponekad dužina projektila itd;
- $S$  - referentna površina; krug prečnika kalibra ili površina krila i sl.;
- $q$  - referentni pritisak; uvek dinamički pritisak u neuznemirenoj struji

$$q_{\infty} = \frac{\rho_{\infty} V_{\infty}^2}{2} . \quad 2.1$$

Tako ćemo svaku silu  $F$  učiniti bezdimenzijskom kad je podelimo sa  $Sq_{\infty}$ , a moment  $M$  sa  $lSq_{\infty}$ . Tako dobijamo bezdimenzijske sile i momente, koje nazivamo aerodinamički koeficijenti, a koji ne zavise više od veličine projektila pod uslovom da se parametri strujanja  $M$  i  $Re$  ne menjaju u zavisnosti od veličine projektila. S obzirom na to što strujanje određuju tri veličine  $V$ ,  $p$  i  $T$ , moguće ih je (za izmenjene dimenzije projektila) izmeniti na beskonačno načina da dve veličine  $M$  i  $Re$  ostanu iste, a time i aerodinamički koeficijenti.

Aerodinamički koeficijent označićemo sa " $C$ ", ako je u pitanju sila, tj.  $C$  će označavati bezdimenzijsku silu

$$C = \frac{F}{Sq_{\infty}} ,$$

a stavićemo indeks uz  $C$  da označimo pravac dejstva sile.

Ako aerodinamička sila  $\vec{F}$  ima projekcije  $F_x$ ,  $F_y$  i  $F_z$  na koordinatne ose  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , onda ćemo imati tri bezdimenzijske sile:

$$C_x = \frac{F_x}{Sq_{\infty}}$$

$$C_y = \frac{F_y}{Sq_{\infty}}$$

$$C_z = \frac{F_z}{Sq_{\infty}} .$$

Prema tome vidimo da su aerodinamički koeficijenti vezani za određeni sistem osa.

Isto tako bezdimenzijske momente, koje dobijamo kada momente delimo sa  $lSq_\infty$ , obeležićemo sa "m", a indeksom ćemo označiti za koju osu je to moment. Ako aerodinamička sila čini moment  $\bar{M}$  za koordinatni početak, onda su projekcije toga momenta na koordinatne ose  $M_x$ ,  $M_y$  i  $M_z$  istovremeno momenti aerodinamičke sile za ose x, y, z. Tako ćemo imati tri bezdimenzijska momenta:

$$m_x = \frac{M_x}{lSq_\infty}$$

$$m_y = \frac{M_y}{lSq_\infty}$$

$$m_z = \frac{M_z}{lSq_\infty}$$

Sve zajedno, to sačinjava šest aerodinamičkih koeficijenata.

Sem ovih aerodinamičkih koeficijenata, koji predstavljaju bezdimenzijske sile i bezdimenzijske momente, upotrebljavaće se u aerodinamici bezdimenzijski pritisak. Bilo bi tačnije da se ova veličina, s obzirom na definiciju, zove bezdimenzijski natpritisak, jer je ona

$$\bar{p} = \frac{p - p_\infty}{q_\infty} \quad 2.2$$

## 2.2. Koordinatni sistemi

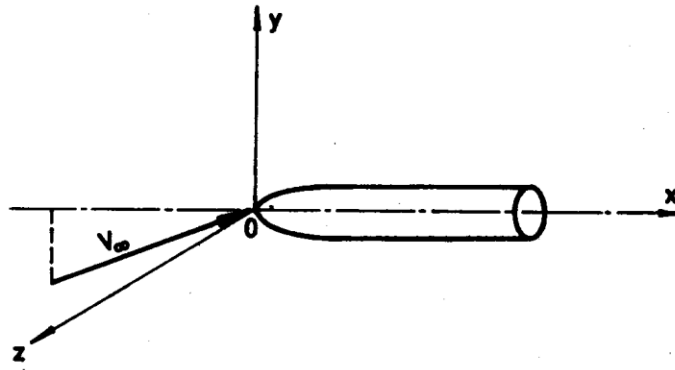
U aerodinamici se koordinatni sistem bira tako da je najlakše sračunati aerodinamičke koeficijente. Kada odredimo aerodinamičke koeficijente, znaćemo i projekcije sila i momenata u tom sistemu i čistim mehaničkim razmatranjima možemo odrediti sile i momente u bilo kom drugom koordinatnom sistemu, pa i aerodinamičke koeficijente u tom sistemu.

Već je poznato da se u aerodinamici ne posmatra let tela kroz vazduh već obrnut problem opstrujavanja vazduha oko tela. Time smo već rekli da ćemo koordinatni sistem vezati za telo. Već sada ćemo se ograditi samo na tela koja nas interesuju, To će biti:

1. rotaciona tela,
2. rotaciona tela sa nosećim površinama.

Koordinatni sistem, u slučaju rotacionog tela, nije teško definisati. Njegov koordinatni početak biće na osi simetrije u prvoj tački koju sreće vazduh. Osa simetrije biće x-osa (orijentisana u pravcu opstrujavanja); ravan xy biće ravan u kojoj se nalazi brzina  $V_\infty$  vazduha (zovemo je ravan opstrujavanja). Time je ceo koordinatni sistem odredjen.



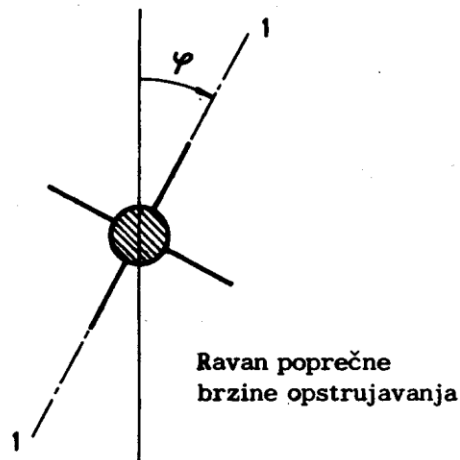


Slika 2.1

Većinu projektila čini jedno rotaciono telo i "n" krila (raspona od jednog kalibra do nekoliko kalibra), koja su tako postavljena da okretanjem projektila za ugao  $\frac{2\pi}{n}$  oko njegove ose dobijamo potpuno istu konfiguraciju projektila. Takva kombinacija rotacionog tela sa krilima ima "n" ravni simetrija.

Nevodjeni projektili sa krilima imaju takve simetrične konfiguracije: krstasta ( $n = 4$  krilca), zvezdasta ( $n = 6$  krilaca) i sl. Teorijska definicija ovih konfiguracija je da one imaju bar tri uzdužne ravni simetrije.

Većina vodjenih projektila je krstaste konfiguracije ( $n = 4$ ), ali za razliku od nevodjenih, u većini slučajeva oni imaju prednje i zadnje noseće površine, a ponekad prednje, srednje i zadnje.



Slika 2.2.

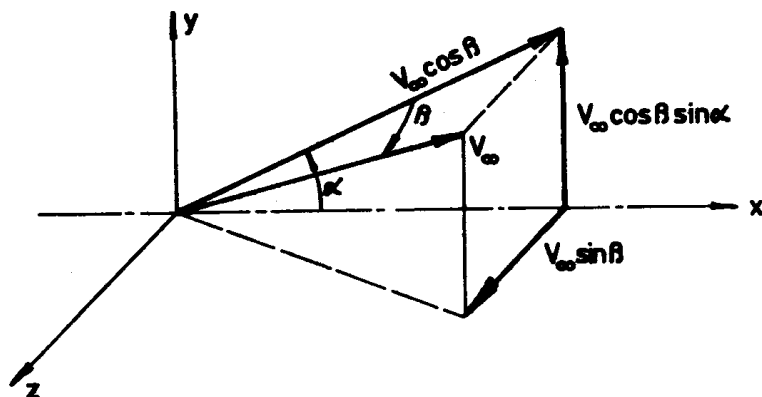
Ako usvojimo da je koordinatna ravan  $xy$  određena, kao kod osno-simetričnih projektila, osom projektila (osa  $x$ ) i brzinom  $V_\infty$ , onda se ova ravan ne mora poklapati ni sa jednom ravni simetrije. Nazovimo  $\varphi$  ugao od ravni ose i  $V_\infty$  do jedne od ravni simetrije, na primer, do ravni simetrije 1-1.

Ukoliko projektil nema pokretne površine (krila ili delovi krila, sa promenljivim otkloňom), onda aerodinamički koeficijenti ne zavise od ugla  $\varphi$  (u granicama linearne aerodinamike). Zato ćemo ih određivati kao da je  $\varphi = 0$ , tj. pretpostavljaćemo da je brzina uvek u ravni simetrije projektila.

Kada projektil ima pokretne površine onda je narušena simetrija jer jedan par može da zauzme neki ugao, a drugi par drugi ugao. Jasno je da u tom slučaju aerodinamički koeficijenti zavise od ugla  $\varphi$ , pa u opštem slučaju ne možemo pretpostaviti da je brzina u ravni simetrije projektila.

U tom slučaju položaj brzine u odnosu na ravan simetrije koju čine  $xy$ -ose, određen je sa dva ugla:  $\alpha$  i  $\beta$ .

Ugao  $\beta$  zovemo ugao klizanja. Njega čini brzina u odnosu na ravan simetrije, ili to je ugao između brzine i njene projekcije na ravan simetrije projektila.



Slika 2.3.

Napadni ugao  $\alpha$  nalazi se u ravni simetrije od  $x$ -ose (osa projektila) do projekcije brzine na ravan simetrije.

S obzirom na ovako usvojene uglove, biće komponente brzine opstrujavanja

$$V_x = V_\infty \cos \beta \cos \alpha$$

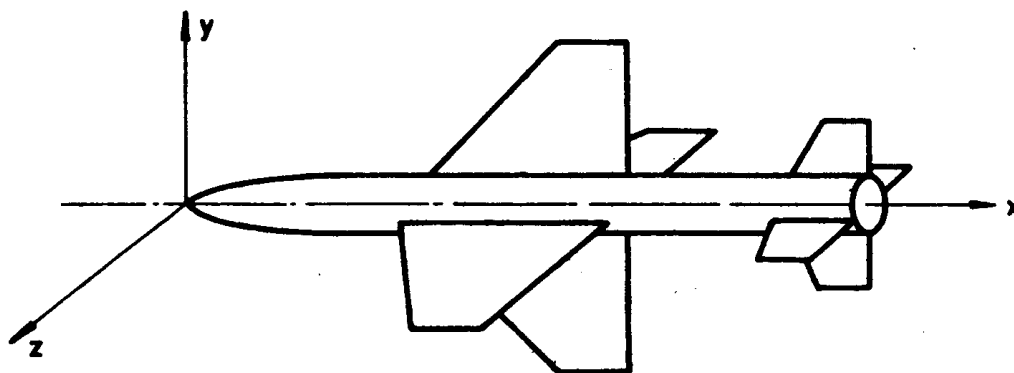
$$V_y = V_\infty \cos \beta \sin \alpha$$

$$V_z = V_\infty \sin \beta$$

pa se uglovi  $\alpha$  i  $\beta$  mogu definisati pomoću ovih komponenta

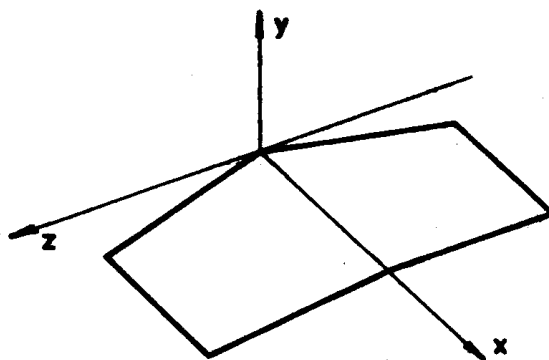
$$\sin \beta = \frac{V_z}{V_\infty}$$

$$\sin \alpha = \frac{V_y}{V_\infty \cos \beta}$$



Slika 2.4.

Pri izučavanju opstrujavanja krila, ravan xy biće ravan simetrije krila, a ako su krila ravna, biće to ravan xz. Koordinatni početak biće prva tačka, osa x orijentisana u pravcu opstrujavanja, a osa y naviše.

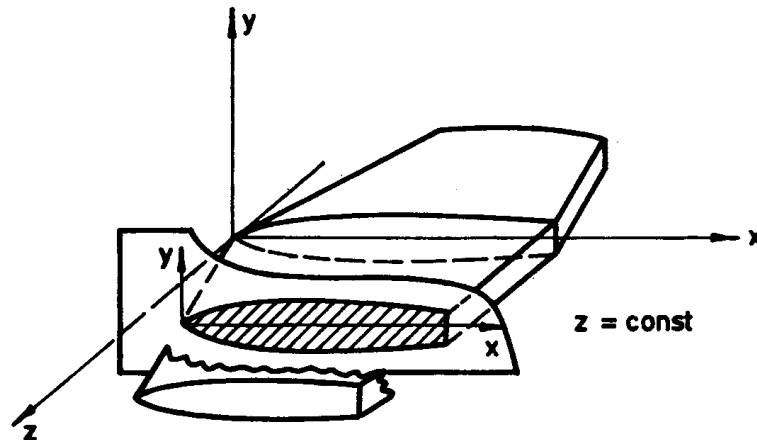


Slika 2.5.

### 2.3. Geometrija krila

Kod krila razlikujemo dve osnovne figure: profil krila i oblik krila.

Profil krila je presek krila sa bilo kojom ravni  $z = \text{konst.}$  (tj. sa ravni paralelnom sa ravni simetrije krila  $xy$ ).



Slika 2.6.

Profil je promenljiv u zavisnosti od  $z$ , tj. karakteristike profila su funkcija od  $z$ . U ravni profila ( $z = \text{konst.}$ ) postavljamo nov koordinatni sistem  $xy$ , koji je paralelan sa glavnim osama  $xy$ , ali ima koordinatni početak u vrhu profila. U tom koordinatnom sistemu profil je određen sa dve krive  $y_g(x)$  i  $y_d(x)$ , koje polaze iz koordinatnog početka i završavaju se u  $x = b$ . Obično je za  $x = b$ ,  $y_g = y_d = 0$ , pa imamo na zadnjem delu profila oštru ivicu.

Dužina profila  $b$  naziva se tetiva. Relativna debljina profila  $\bar{c}$  je odnos maksimalne debljine profila  $c$  i tetive  $b$ :

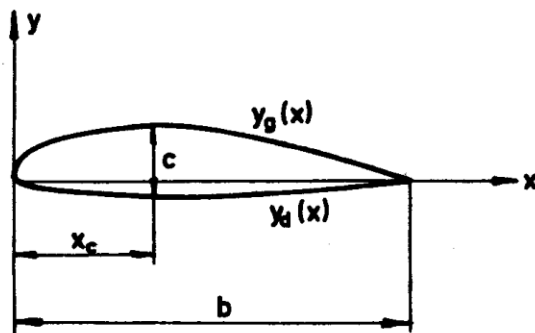
$$\bar{c} = \frac{c}{b}. \quad 2.3$$

Položaj maksimalne debljine krila obeležavamo sa  $x_c$ . Krivu  $y_{sr}(x)$

$$y_{sr}(x) = \frac{y_g(x) + y_d(x)}{2}$$

nazivamo srednja linija. Ako se ona poklapa sa  $x$ -osom, kažemo da je krilo simetrično. Za supersonične brzine profili su obično simetrični, a vrh profila ima oštar ugao.



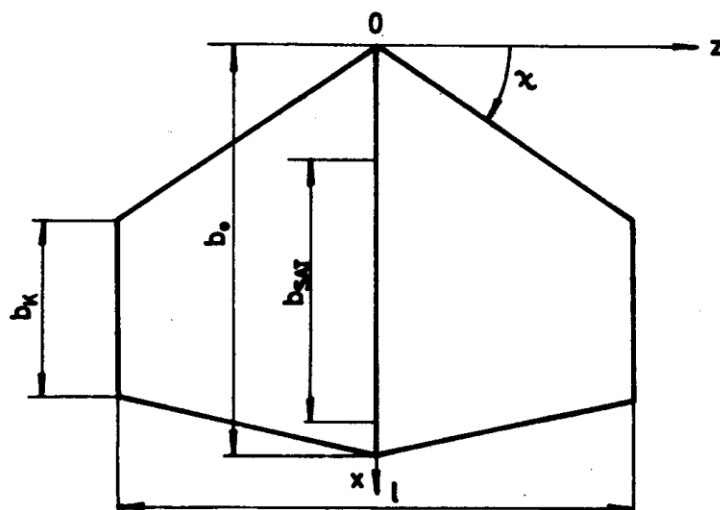


Slika 2.7.

Oblik krila je njegova projekcija na ravan  $zx$

Suženje krila je odnos  $b_k/b_o$ , a  $\eta$  je recipročna vrednost

$$\eta = \frac{b_o}{b_k} . \quad 2.4$$



Slika 2.8

Ugao na slici 2.8. naziva se strela prednje ivice krila: može se definisati strela srednje linije, strela zadnje ivice i sl.

Vitkost krila je odnos

$$\lambda = \frac{l^2}{S} . \quad 2.5$$

Srednja aerodinamična tetiva krila je

$$b_A = \frac{2}{S} \int_0^{l/2} b^2 dz$$

Ako je krilo trapeznog oblika onda je  $b(z) = b_o - z \frac{b_o - b_k}{l/2}$   
pa pomoću ove funkcije dobijamo da je

$$b_A = \frac{4}{3} \frac{S}{l} \left[ 1 - \frac{\eta}{(\eta+1)^2} \right] \quad 2.6$$

Isto tako je srednja aerodinamička apscisa prednje ivice krila

$$x_A = \frac{2}{S} \int_0^{l/2} x b dz$$

što za trapezno krilo daje posle integracije (jer je  $x = z \operatorname{tg} \alpha_o$ )

$$x_A = l (\eta + 2) \frac{\operatorname{tg} \alpha_o}{6 (\eta + 1)} \quad 2.7$$

## Reynolds Number, $Re$

Ratio of **Inertial forces** to **Viscous forces**.

$$Re = \frac{\rho V^2 L^2}{\mu VL} = \frac{\rho VL}{\mu}$$

Flow at low Reynolds numbers are laminar

Flows at large Reynolds numbers are usually turbulent

At low Reynolds numbers viscous effects are important in a large region around a body.

At higher Reynolds numbers viscous effects are confined to a thin region around the body.

## Mach Number

Could be interpreted as the ratio of **Inertial** to **Compressibility** forces

$$M = \frac{V}{c} \quad M^2 = \frac{\rho V^2 L^2}{E_v L^2}$$

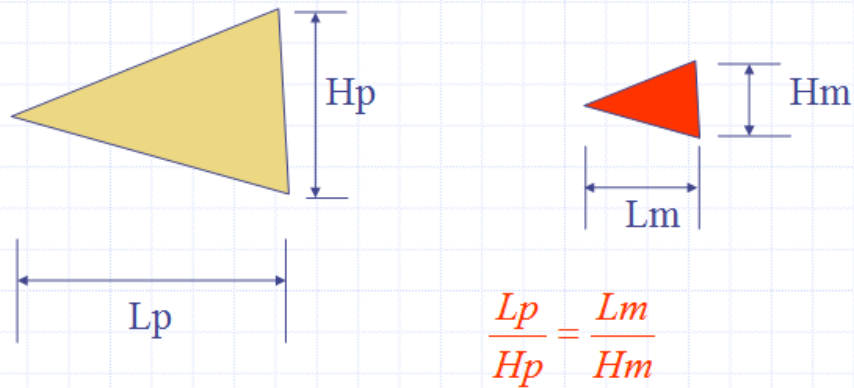
Where  $c$  is the local sonic speed,  $E_v$  is the Bulk Modulus of Elasticity.

A significant parameter in Aerodynamics.

NOTE: For incompressible Flows,  $c = \infty$  and  $M = 0$

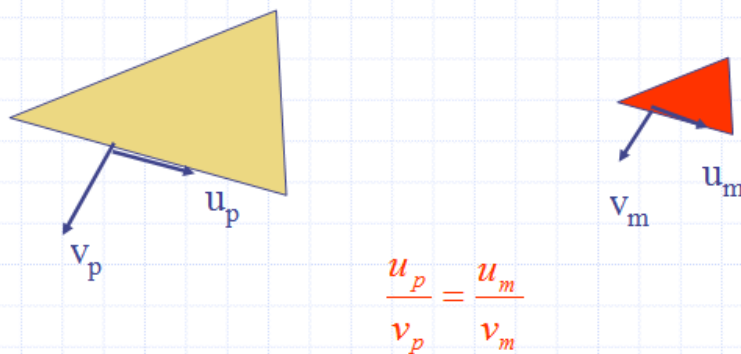
## Geometrical Similarity

Physical dimensions of model and prototype be similar



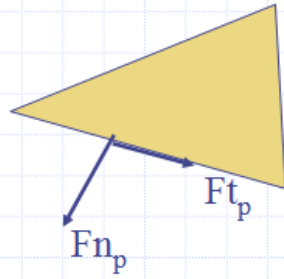
## Kinematic Similarity

Velocity vectors at corresponding locations on the model and prototype are similar



# Dynamic Similarity

Forces at corresponding locations on model and prototype are similar



$$\frac{Ft_p}{Fn_p} = \frac{Ft_m}{Fn_m}$$

