

## Stalne jednosmerne struje

### Električna struja

Električna struja je, u širem smislu, svako uređeno kretanje električnih opterećenja, bez obzira na uzrok koji dovodi do ovog kretanja i bez obzira na vrstu opterećenja.

Vrste pokretljivih opterećenja su:

- 1) elektroni;
- 2) pozitivni joni;
- 3) negativni joni.

Električna struja može postojati u:

- a) čvrstim sredinama;
  - b) tečnim sredinama;
  - c) gasovitim sredinama;
  - d) vakuumu.
- 
- a) U čvrstим sredinama, od kojih su naročito su bitni metalni provodnici, slobodna pokretljiva opterećenja su elektroni.
  - b) U tečnim sredinama, od kojih su naročito značajni elektroliti, slobodna pokretljiva opterećenja su pozitivni i negativni joni.
  - c) U gasovitim sredinama (gasovi su po pravilu izolatori, ali pod određenim uslovima može doći do formiranja električne struje, primer su neonske cevi) slobodna pokretljiva opterećenja su elektroni i pozitivni i negativni joni.
  - d) Vakuumu (elektronske vakuumske cevi).

### Uslovi za postojanje električne struje

Da bi postojala električna struja, moraju postojati:

- 1) slobodno pokretljiva opterećenja;
- 2) neki agens koji će slobodno pokretljiva opterećenja pokretati.

Najvažniji agens koji dovodi do kretanja slobodno pokretljivih opterećenja je električno polje (prostor u kome deluje električna sila).

Bavićemo se strujama koje postoje u čvrstim sredinama, i to u:

- provodnicima;
- poluprovodnicima (elektronskim poluprovodničkim komponentama).

Najvažniji i najčešći uzrok kretanja slobodno pokretljivih električnih opterećenja (elektrona) u provodnicima je električno polje, a tako formirane struje se nazivaju kondukcione struje (struje za čije uspostavljanje i održavanje je potrebno prisustvo električnog polja u provodniku).

Uzrok kretanja slobodno pokretljivih opterećenja (elektrona) u poluprovodničkim napravama je:

- električno polje koje dovodi do formiranja kondukcione struje;

- difuzija slobodno pokretljivih opterećenja (elektrona i šupljina (elementarnih nosilaca pozitivnih opterećenja)) sa mesta na kome je njihova koncentracija veća ka mestu na kome je njihova koncentracija manja; difuzija dovodi do formiranja difuzione struje.

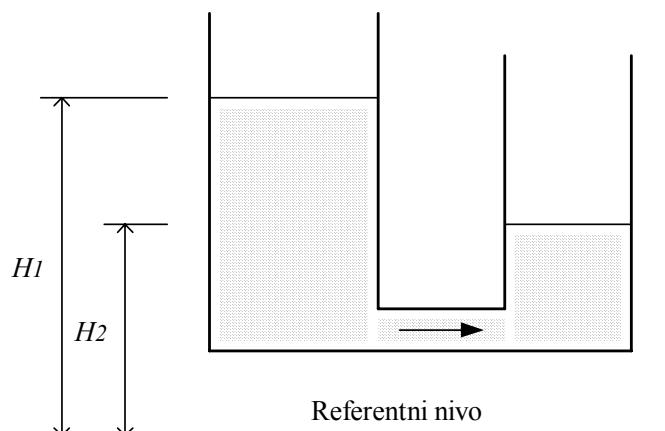
### Stalna jednosmerna struja

Da bi struja bila stacionarna, uzrok koji dovodi do njenog postojanja mora biti stacionaran – mora postojati stacionarno električno polje u metalnom provodniku (za razliku od statičkog elektriniog polja koje ne postoji u metalnom provodniku).

Za održavanje stacionarnog električnog polja potreban je stalni utrošak energije (za razliku od statičkog elektriniog polja čije postojanje ne zahteva stalni utrošak energije, već se energija troši samo u toku nailektrisavanja tela odnosno uspostavljanja polja).

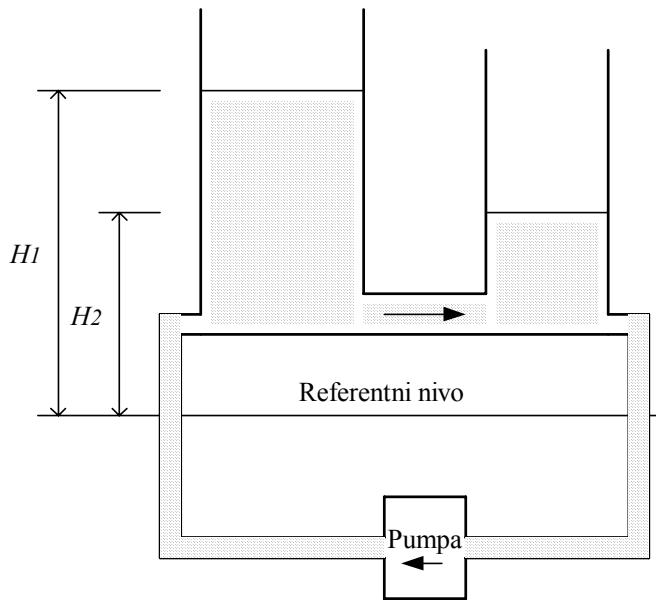
### Primer spojenih sudova

Na slici 1. prikazana su dva spojena suda sa različitim nivoima tečnosti u njima. Strujanje tečnosti postoji, ali je brzina promenljiva; brzina zavisi od razlike nivoa tečnosti  $H_1-H_2$ . Ova razlika je mera potencijalne energije u levoj posudi u odnosu na desnu. Strujanje prestaje kada je  $H_1-H_2=0$ .



Slika 1. Nestacionarno strujanje tečnosti

Da bi strujanje tečnosti bilo konstantnom brzinom, potrebno je održavati stalnu razliku nivoa tečnosti tj. mora biti  $H_1-H_2=\text{const}$ . Da bi se ovo ostvarilo, mora se stalno trošiti energija. Na slici 2. prikazana su dva spojena suda, sa različitim nivoima tečnosti u njima, koja su, preko dodatne linije povezana pumpom. Korišćenjem pumpe održava se konstantna razlika nivoa tečnosti u posudama, a time i konstantna brzina proticanja tečnosti. Pumpa vrši rad protiv sila gravitacionog polja.



**Slika 2.** Stacionarno strujanje tečnosti

Struja u provodnoj vezi može biti stacionarna ukoliko je:

- 1) sistem deo zatvorenog strujnog kola formiranog od provodnika (poluprovodnika);
- 2) u kolu mora postojati električni uređaj koji nasuprot silama stacionarnog električnog polja, kontinualno prebacuje prispela negativna električna opterećenja (elektrone) sa mesta gde ih ima manje (pozitivne elektrode) na mesto gde ih ima više (negativne elektrode), održavajući pri tome konstantnu potencijalnu razliku (napon) na svojim priključcima. Takav električni uređaj je izvor ili generator stalnog jednosmernog napona. Često se koristi i naziv baterija.

### Jačina i smer električne struje

Prva i najvažnija kvantitativna karakteristika električne struje je jačina (intenzitet) struje.

Oznaka za jačinu vremenski konstantne (stalne jednosmerne) struje je  $I$ . Ukoliko se struja menja u vremenu (vremenski promenljiva struja) koristi se oznaka  $i$ .

Jačina električne struje  $I$  se definiše kao količnik protekle količine nanelektrisanja  $Q$  u toku nekog vremena  $t$  i tog vremena.

$$I = \frac{Q}{t}$$

Jačina struje je skalarna veličina.

Pripisuje joj se određeni smer kroz provodnik.

Postoje fizički i tehnički smer struje.

- Fizički smer struje: S obzirom da su nosioci nanelektrisanja u provodnicima elektroni, koji su nosioci elementarne količine negativnog nanelektrisanja, oni se kreću od negativnog ka pozitivnom priključku.
- Tehnički smer struje: Struja u električnom kolu (osim kroz sam izvor odnosno generator) teče od pozitivnog ka negativnom priključku. Ovo je usvojeno ranije, kada se pošlo od prepostavke da nosioci nanelektrisanja teku sa mesta gde ih ima više (oznaka je plus) ka mestu gde ih ima manje (oznaka je minus).

U elektrotehnici i elektronici se koristi tehnički smer struje.

U složenim električnim kolima se često ne zna unapred smer struje kroz pojedine komponente, pa se prepostavi. Ukoliko se proračunom dobije negativna vrednost za struju čiji je smer proizvoljno prepostavljen, takva negativna vrednost se ostavlja kao korektna u smislu jednoznačnosti. To samo znači da bi struja bila pozitivna da je prepostavljen suprotan smer.

Jedinica za intenzitet struje je amper. Oznaka je A.

Instrument za merenje jačine struje je ampermeter.

## Napon

Napon je, pored jačine struje, najčešće korišćena fizička veličina u razmatranju električnih kola (i uređaja). Oznaka za vremenski konstantan (stalni jednosmerni) napon je  $U$ . Ukoliko se napon menja u vremenu (vremenski promenljiv napon) koristi se oznaka  $u$ .

Napon je skalarna veličina.

Pridružuje mu se odgovarajuća orijentacija – tačka višeg i tačka nižeg potencijala.

Prilikom označavanja napona na pojedinim električnim komponentama, ukoliko se unapred ne zna gde je tačka višeg a gde tačka nižeg potencijala, ovo se proizvoljno prepostavlja (usvaja). Ukoliko se proračunom dobije negativna vrednost napona, ona se ostavlja kao korektna u smislu jednoznačnosti. Prepostavljena suprotna orijentacija napona dala bi istu brojnu vrednost ali sa pozitivnim predznakom.

Postojanje napona na pojedinim električnim komponentama obezbeđuje proticanje struje kroz te električne komponente. Postojanje napona nije obavezno praćeno proticanjem struje (napon na otvorenoj vezi, npr. napon na otvorenoj utičnici).

Jedinica za napon je volt. Oznaka je V.

Instrument za merenje napona je voltmeter.

## Osnovne električne komponente

### 1. Termogeni otpornik (otpornik)

Otpornik ima dominantnu osobinu otpornosti (protivljenje proticanju električnih opterećenja, u nekom smislu električno trenje). Prilikom proticanja električne struje, dolazi do zagrevanja, koje je veće ili manje u zavisnosti od otpornosti kao i intenziteta struje.

Oznaka za otpornost je  $R$ .

Jedinica za otpornost je om. Oznaka je  $\Omega$ .

Instrument za merenje otpornosti je ommeter.

Nacrtati šematske oznake za otpornik.

Postoje otpornici čija se otpornost može menjati po želji (u okviru nekih granica). Ovakvi otpornici se nazivaju potenciometri.

Nacrtati šematsku oznaku potenciometra.

### 2. Kondenzator

Kondenzator ima dominantnu osobinu kapacitivnosti. Idealni kondenzator ima samo osobinu kapacitivnosti. Realni kondenzator, pored kapacitivnosti, ima i neku svoju unutrašnju otpornost. U razmatranjima se obično uzima da su komponente idealne.

Oznaka za kapacitivnost je  $C$ .

Jedinica za kapacitivnost je farad. Oznaka je F.

U kolu stalne jednosmerne struje kondenzator se ponaša kao otvorena veza.

Nacrtati šematsku oznaku kondenzatora.

### 3. Kalem

Kalem ima dominantnu osobinu induktivnosti. Idealni kalem ima samo osobinu induktivnosti. Realni kalem, pored induktivnosti, ima i neku svoju unutrašnju otpornost. U razmatranjima ćemo uzimati idealni kalem (ukoliko se drugačije ne naglaši).

Oznaka za induktivnost je  $L$ .

Jedinica za induktivnost je henri. Oznaka je H.

U kolu stalne jednosmerne struje kalem se ponaša kao kratak spoj.

Nacrtati šematsku oznaku kalema.

#### 4. Naponski izvor (generator)

Naponski izvor daje fiksirani napon bez obzira koji potrošač napaja (npr. i potrošaču od  $1\Omega$  i potrošaču od  $10000\Omega$  daje isti napon).

Oznaka za jednosmerni naponski generator je  $E$  ili  $U$ , a naizmenični  $e$  ili  $u$ .

Nacrtati šematske oznake za naponski generator.

#### 5. Strujni izvor (generator)

Strujni izvor daje fiksiranu struju, bez obzira koji potrošač napaja (npr. i potrošaču od  $10\Omega$  i potrošaču od  $20000\Omega$  daje istu struju).

Oznaka za jednosmerni naponski generator je  $I$ , a naizmenični  $i$ .

Nacrtati šematsku oznaku strujnog generatora.

### Konvencija o usaglašenim i neusaglašenim referentnim smerovima napona i struje električnih komponenti

Ukoliko se pretpostavi da struja kroz neku komponentu protiče od izabrane (pretpostavljene, usvojene) tačke višeg potencijala prema izabranoj (pretzpostavljenoj, usvojenoj) tački nižeg potencijala onda su izabrani referentni smerovi napona i struje te komponente usaglašeni. U suprotnom su neusaglašeni.

Nacrtati šematsku oznaku otpornika i primere kada su izabrani referentni smerovi napona i struje na tom otporniku usaglašeni, kao i primere kada su izabrani referentni smerovi napona i struje na tom otporniku neusaglašeni.

### "Prosto" električno kolo

Prosto električno kolo se sastoji iz generatora, potrošača (otpornika) i električnih provodnih veza koje ih povezuju.

Nacrtati šemu prostog električnog kola.

### Razgranato električno kolo, grane električnog kola i čvorovi

Mesta u električnom kolu u kojima se susiće najmanje tri provodnika nazivaju se čvorovi električnog kola.

Serijska veza elemenata koja povezuje dva čvora naziva se grana električnog kola.

Razgranato električno kolo ima više grana (najmanje tri) i čvorova (najmanje dva).  
Nacrtati neko razgranato električno kolo.

## Električno kolo i električna mreža

Električna mreža je električno kolo sa pristupima (portovima).

### **Prvi Kirhofov zakon – Kirhofov zakon za struje**

Kirhofov zakon za struje: U svakom električnom kolu, u svakom trenutku vremena, u svakom čvoru, algebarska suma struja je nula.

Ukoliko se u nekom čvoru sustiču  $n$  provodnika, Kirhofov zakon za struje pisan za taj čvor, dat je sledećim analitičkim izrazom:

$$\sum_{k=1}^n \pm I_k = 0$$

U prethodnoj jednačini,  $I_k$  je struja  $k$ -te grane koja se sustiče u čvor za koji se piše jednačina.

Broj jednačina koje se mogu napisati za neko električno kolo, po KZS, jednak je broju čvorova tog električnog kola. Broj jednačina koje su međusobno nezavisne i koje treba napisati po KZS jednak je broju čvorova manje jedan.

Nacrtati šemu električnog kola sa dva čvora i tri grane i napisati potpun sistem jednačina (jednačinu) po KZS.

Nacrtati šemu električnog kola sa tri čvora i pet grana i napisati potpun sistem jednačina po KZS.

### **Drugi Kirhofov zakon – Kirhofov zakon za napone**

Kirhofov zakon za napone: U svakom električnom kolu, u svakom trenutku vremena, u svakoj zatvorenoj konturi algebarska suma napona je nula.

Ukoliko je  $n$  ukupan broj broj komponenti u nekoj zatvorenoj konturi, Kirhofov zakon za napone je dat sledećim analitičkim izrazom:

$$\sum_{k=1}^n \pm U_k = 0$$

U prethodnoj jednačini,  $U_k$  je napon na  $k$ -toj komponenti koja se nalazi u zatvorenoj konturi za koju se piše jednačina.

Broj jednačina koje se mogu napisati za neko električno kolo, po KZN, jednak je broju zatvorenih kontura tog električnog kola. Broj jednačina koje su međusobno nezavisne i koje treba napisati po KZS jednak je broju grana umanjenom za broj čvorova manje jedan:

$$n_g - (n_c - 1)$$

Nacrtati šemu električnog kola sa dva čvora i tri grane i napisati potpun sistem jednačina po KZN.

## Strujno-naponska karakteristika električne komponente

Strujno-naponska karakteristika neke električne komponente je zavisnost između struje i napona te električne komponente. Strujno-naponska karakteristika električne komponente je osnovna karakteristika električne komponente koja pokazuje kako se menja struja komponente kada se menja napon na toj komponenti.

### Omov zakon

Električna struja u nekom provodniku je posledica postojanja električnog polja u tom provodniku. Svaka tačka u tom električnom polju ima svoj potencijal. Razlika potencijala između dve tačke je napon. Postojanje napona između dve tačke obezbeđuje mogućnost (ukoliko ima slobodnih nosilaca nanelektrisanja) proticanja struje između te dve tačke.

Eksperimenti pokazuju da je kod mnogih provodnika, a naročito metala, pri konstantnoj temperaturi, jačina struje direktno сразмерna naponu. Koeficijent сразмерnosti je karakteristika provodnika koja se zove provodnost i predstavlja recipročnu vrednost otpornosti. Oznaka za provodnost je G.

$$G = \frac{1}{R}$$

Jedinica za provodnost je simens. Oznaka je S.

Omov zakon predstavlja strujno-naponsku karakteristiku linearног termogenog otpornika (otpornika). Za usaglašene referentne smerove napona i struje na otporniku, Omov zakon je dat izrazom:

$$I = G \cdot U = \frac{U}{R}$$

Važi za linearne otpornike (veza između I i U je linearна) kod kojih otpornost ne zavisi od jačine struje.

Ukoliko su referentni smerovi napona i struje na otporniku neusaglašeni, onda je:

$$I = -G \cdot U = -\frac{U}{R}$$

## Napon i struja naponskog izvora

Napon naponskog izvora je konstantan. Kroz naponski izvor može teći bilo koja struja, zavisno od opterećenja. (Ovo važi za tzv. nezavisni naponski izvor. U elektronioci će biti pomenuti i zavisni ili kontrolisani naponski izvori.)

## Struja i napon strujnog izvora

Struja strujnog izvora je konstantna. Napon na strujnom izvoru može biti bilo koji, zavisno od opterećenja. (Ovo važi za tzv. nezavisni strujni izvor. U elektronioci će biti pomenuti i zavisni ili kontrolisani strujni izvori.)

## Napon i struja kratkog spoja

Napon na kratkom spoju je nula. Struja kroz kratak spoj može biti bilo koja, zavisno od ostatka kola. Otpornost kratkog spoja je nula. (Važi za idealan kratak spoj, što se najčešće uzima.)

## Napon i struja otvorene veze

Struja kroz otvorenu vezu je nula. Napon na otvorenoj vezi može biti bilo koji, zavisno od ostatka kola. Otpornost otvorene veze je beskonačno velika.

## Idealni prekidač

Kada je idealni prekidač zatvoren, može se zameniti kratkim spojem (ponaša se kao kratak spoj). Kada je idealni prekidač otvoren, ponaša se kao otvorena veza. Prekidač koji može biti zatvoren ili otvoren je ON/OFF prekidač. Postoje i druge vrsta prekidača.

Nacrtati šematsku oznaku prekidača.

## Idealni i realni naponski izvor

Idealni naponski izvor nema unutrašnju otpornost.

Realni naponski izvor ima malu unutrašnju otpornost. Realni naponski izvor se modeluje serijskom vezom idealnog naponskog izvora i otpornika koji modeluje unutrašnju otpornost naponskog izvora.

Nacrtati realni izvor jednosmernog napona.

## Idealni i realni strujni izvor

Idealni strujni izvor ima beskonačno veliku unutrašnju otpornost.

Realni strujni izvor ima veoma veliku unutrašnju otpornost. Realni strujni izvor se modeluje paralelnom vezom idealnog strujnog izvora i otpornika koji modeluje unutrašnju otpornost strujnog izvora.

Nacrtati realni izvor jednosmerne struje.

## Rešavanje električnih kola

Rešiti neko električno kolo znači poznavati (odrediti) sve napone i sve struje u tom električnom kolu. Da bi se električno kolo rešilo, treba napisati potpun sistem jednačina koje čine: sistem jednačina pisanih po KZS ( $n_c - 1$  jednačina); sistem jednačina pisanih po KZN ( $n_g - (n_c - 1)$  jednačina); sistem jednačina koje predstavljaju karakteristike komponenti koje su u električnom kolu. Očigledno je da se javlja veliki broj jednačina već i za relativno jednostavna kola. Zato se za rešavanje električnih kola po pravilu koriste odgovarajuće metode koje su nastale sažimanjem prethodno pomenutih jednačina.

### Metode za rešavanje linearnih električnih kola stalne jednosmerne struje

Linearno električno kolo je sistem proizvoljno (po želji, odnosno potrebi) povezanih linearnih otpornika (za koje važi Omov zakon) i naponskih i strujnih izvora. (Misli se na nezavisne izvore, što se najčešće posebno ne ističe; ističe se samo ukoliko su izvori zavisni.)

### Metoda konturnih struja

Ukupan broj različitih struja u nekom električnom kolu jednak je broju grana tog kola  $n_g$ . Veze između struja u kolu, definisane su KZS, i ima ih  $n_c - 1$ . To znači da je broj nezavisnih struja u kolu  $n = n_g - (n_c - 1)$ . To je broj jednačina koje treba napisati da bi se odredile nezavisne struje kola.

$n = n_g - (n_c - 1)$  je istovremeno i broj nezavisnih kontura električnog kola. Nezavisna kontura sadrži jednu granu koja ne pripada ni jednoj drugoj nezavisnoj konturi za koju se piše jednačina.

Sistem jednačina po metodi konturnih struja piše se za usvojene nezavisne konture električnog kola. Svakoj nezavisnoj konturi se pridružuje zamišljena konturna struja.

Sistem jednačina pisanih po metodi konturnih struja je:

$$\begin{aligned} R_{11}I_{k1} \pm R_{12}I_{k2} \pm \dots \pm R_{1i}I_{ki} \pm \dots \pm R_{1n}I_{kn} &= \pm E_{11} \\ \pm R_{21}I_{k1} + R_{22}I_{k2} \pm \dots \pm R_{2i}I_{ki} \pm \dots \pm R_{2n}I_{kn} &= \pm E_{22} \end{aligned}$$

$$\dots$$

$$\pm R_{n1}I_{k1} \pm R_{n2}I_{k2} \pm \dots \pm R_{ni}I_{ki} \pm \dots + R_{nn}I_{kn} = \pm E_{nn}$$

Rešenje sistema jednačina, pisanih po metodi konturnih struja, jesu konturne struje:  $I_{k1}, I_{k2}, \dots, I_{ki}, \dots, I_{kn}$ . Struja pojedine grane određuje se kao algebarski zbir struja kontura koje obuhvataju tu granu.

U prethodnom sistemu jednačina je:

$I_{ki}$  konturna struja  $i$ -te grane;

$R_{ii}$  zbir svih otpornosti u  $i$ -toj konturi; predznak je uvek +;

$R_{is}$  zbir svih otpornosti u zajedničkim granama  $i$ -te i  $s$ -te konture; predznak je + ukoliko su izabrani referentni smerovi  $I_{ki}$  i  $I_{ks}$  kroz zajedničku granu isti, inače je -;

$E_{ii}$  algebarski zbir napona naponskih izvora u  $i$ -toj grani; u sumu ulaze sa predznakom + oni naponi naponskih izvora koji imaju usaglašen referentni smer sa izabranim referentnim smerom  $i$ -te konturne struje, inače sa predznakom -.

Jedino ograničenje za primenu metode konturnih struja je: grana koja sadrži idealni strujni generator mora pripadati samo jednoj konturi. Jasno je da je struja te konture u startu poznata, jednaka je struji strujnog izvora. Broj jednačina je smanjen, jer su struje u granama sa strujnim generatorima poznate.

Metodu konturnih struja je pogodno primeniti ukoliko se traže sve struje u električnom kolu ili ukoliko je broj kontura u električnom kolu mali.

## Metoda potencijala čvorova

Neka je  $n_c$  broj čvorova u nekom električnom kolu. Jedan od čvorova se usvaja kao referentni odnosno proglašava se čvorom nultog potencijala. Potencijali preostalih  $n_c - 1$  čvorova, u odnosu na referentni čvor, su međusobno nezavisni i mogu se odrediti iz  $n=n_c-1$  jednačine pisane po metodi potencijala čvorova.

Sistem jednačina pisanih po metodi potencijala čvorova je:

$$\begin{aligned} G_{11}V_1 - G_{12}V_2 - \dots - G_{1i}V_i - \dots - G_{1n}V_n &= \pm I_{11} \\ -G_{21}V_1 + G_{22}V_2 - \dots - G_{2i}V_i - \dots - G_{2n}V_n &= \pm I_{22} \end{aligned}$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$-G_{n1}V_1 - G_{n2}V_2 - \dots - G_{ni}V_i - \dots - G_{nn}V_n = \pm I_{nn}$$

Rešenje sistema jednačina, pisanih po metodi potencijala čvorova, jesu potencijali  $n=n_c-1$  čvorova u odnosu na referentni čvor:  $V_1, V_2, \dots, V_i, \dots, V_n$ .

U prethodnom sistemu jednačina je:

$V_i$  potencijal i-tog čvora u odnosu na referentni čvor;

$G_{ii}$  zbir svih provodnosti koje se sustiču u čvor i;

$G_{is}$  zbir provodnosti svih paralelnih grana između čvorova i i s;

$I_{ii}$  zbir količnika napona naponskih izvora koji se sustiču u čvor i i otpornosti te grane, kao i zbir jačina struja strujnih generatora koji se sustiču u čvor i; u sumu ulaze sa predznakom + oni naponi naponskih izvora i struje strujnih izvora koje su orjentisane ka čvoru i, inače sa predznakom -.

Provodnost grane koja sadrži idealni strujni generator je nula.

Jedino ograničenje za primenu metode konturnih struja je: ukoliko neka grana sadrži samo idealni napredni generator (slučaj moguće samo u teoretskim razmatranjima), onda jedan od čvorova na kojima se završava ta grana treba izabrati za referentni. Potencijal drugog čvora jednak je naponu idealnog napanskog izvora. Broj jednačina je smanjen, jer je potencijal grane sa idealnim napanskim izvorom poznat.

Metodu potencijala čvorova je pogodno primeniti ukoliko je broj čvorova u električnom kolu mali.

## Ekvivalentne transformacije

Jedan deo električnog kola se može transformisati tj. zameniti ekvivalentnim jednostavnijim električnim kolom. Ekvivalentnost obezbeđuje da u drugom delu kola sve struje i svi naponi ostanu isti kao i u prvobitnom slučaju. Samo se proračun pojednostavljuje.

Često se traži napon ili struja samo jedne komponente (obično potrošača). Tada je zgodno koristiti ekvivalentne transformacije ("spakovati", složiti, transformisati ostatak kola koji se ne proračunava u jednostavnije kolo). Struja i napon potrošača ostaju nepromenjeni.

## Redna (serijska) i paralelna veza električnih komponenti

Redna (serijska) veza – ista struja. Ukoliko su komponente vezane redno (serijski) kroz njih protiče ista struja.

Paralelna veza – isti napon. Ukoliko su komponente ili grupe komponenti vezane paralelno na njima je isti napon.

Veživanje komponenti u električnom kolu može biti redno ili paralelno. U električnim šemama je nebitno šta je nacrtano gore a šta dole, šta desno a šta levo. Postoji samo serijska i paralelna veza.

U pojedinim slučajevima (npr. kod trofaznih potrošača), veze mogu biti zvezda ili trougao. Komponente koje su vezane u obliku zvezde ili u obliku trougla nisu vezane ni serijski ni paralelno. Zvezda se može transformisati u ekvivalentni trougao, a trougao se može transformisati u ekvivalentnu zvezdu.

## Redna (serijska), paralelna i mešovita veza otpornika

### Redna (serijska) veza otpornika

Otpornost  $R$  ekvivalentnog otpornika, koji u odnosu na ostatak kola zamenjuje  $n$  redno vezanih otpornika, je:

$$R = \sum_{k=1}^n R_k$$

Provodnost  $G$  ekvivalentnog otpornika, koji u odnosu na ostatak kola zamenjuje  $n$  redno vezanih otpornika čije su pojedinačne provodnosti  $G_k$ , određuje se iz:

$$\frac{1}{G} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{G_k}$$

Nacrtati dva redno vezana otpornika i odrediti ekvivalentnu otpornost ova dva redno vezana otpornika (tj. otpornost otpornika kojim se mogu zameniti dva redno vezana otpornika).

Nacrtati tri redno vezana otpornika i odrediti ekvivalentnu otpornost ova tri redno vezana otpornika (tj. otpornost otpornika kojim se mogu zameniti tri redno vezana otpornika).

### Paralelna veza otpornika

Otpornost  $R$  ekvivalentnog otpornika, koji u odnosu na ostatak kola zamenjuje  $n$  paralelno vezanih otpornika, određuje se iz:

$$\frac{1}{R} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}$$

Provodnost  $G$  ekvivalentnog otpornika, koji u odnosu na ostatak kola zamenjuje  $n$  paralelno vezanih otpornika čije su pojedinačne provodnosti  $G_k$ , određuje se iz:

$$G = \sum_{k=1}^n G_k$$

Nacrtati dva paralelno vezana otpornika i odrediti ekvivalentnu otpornost ova dva paralelno vezana otpornika (tj. otpornost otpornika kojim se mogu zameniti dva paralelno vezana otpornika).

Nacrtati tri paralelno vezana otpornika i odrediti ekvivalentnu otpornost ova tri paralelno vezana otpornika (tj. otpornost otpornika kojim se mogu zameniti tri paralelno vezana otpornika).

## Mešovita veza otpornika

Nacrtati serijsku vezu jednog otpornika i dva paralelno vezana otpornika. Kolika je ekvivalentna otpornost ove grupe otpornika?

## Ekvivalentna otpornost grupe otpornika

Ekvivalentna otpornost grupe otpornika zavisi od toga između kojih čvorova se određuje (traži) ekvivalentna otpornost. Za konkretnu grupu otpornika koji su povezani na neki način, ekvivalentne otpornosti između različitih parova čvorova se razlikuju. Dati primer.

## Paralelna veza otpornika (grupe otpornika) i kratkog spoja

Paralelna veza otpornika i kratkog spoja može se zameniti kratkim spojem.

$$\frac{R \cdot 0}{R + 0} = 0$$

Grupa otpornika paralelno vezana sa kratkim spojem može se izbrisati (tj. zameniti kratkim spojem). Ovo je očigledno, s obzirom da se grupa otpornika može zameniti jednim ekvivalentnim otpornikom a otpornik koji je vezan paralelno sa kratkim spojem se briše.

## Naponski razdelnik

Naponski razdelnik čine dva serijski vezana otpornika koja su priključena na naponsku bateriju (napon na ovoj serijskoj vezi može biti obezbeđen i od ostatka kola). Napon na svakom od otpornika je deo napona baterije; ukoliko su serijski vezani otpornici  $R_1$  i  $R_2$ , napon na otporniku  $R_1$  je  $R_1/(R_1+R_2)$  ti deo napona baterije, a na otporniku  $R_2$ :  $R_2/(R_1+R_2)$  ti deo napona baterije.

Nacrtati šemu naponskog razdelnika i naći napone na otpornicima.

## Strujni razdelnik

Strujni razdelnik čine dva paralelno vezana otpornika koja su priključena na strujni izvor (struja u ovu paralelnu vezu može stizati i iz ostatka kola). Struja kroz svaki od otpornika je deo struje izvora; ukoliko su paralelno vezani otpornici  $R_1$  i  $R_2$ , struja kroz otpornik  $R_1$  je  $R_2/(R_1+R_2)$  ti deo struje izvora, a kroz otpornik  $R_2$ :  $R_1/(R_1+R_2)$  ti deo struje izvora.

Nacrtati šemu strujnog razdelnika i naći struje koje teku kroz otpornike. Kolika je struja kroz kratak spoj koji je vezan paralelno otpornicima?

Struja koja ulazi u paralelnu vezu dva otpornika (koja se nalaze u nekom električnom kolu) se deli. Kroz manju otpornost će ići veći deo struje, dok će kroz veću otpornost proticati manji deo struje.

U paralelnoj vezi otpornosti, kroz najmanju moguću otpornost, a to je nulta otpornost (kratak spoj) će teći sva struja (kroz otpornike koji su vezani paralelno sa kratkim spojem ne ide nikakva struja).

U paralelnoj vezi otpornosti, kroz najveću moguću otpornost, a to je beskonačno velika otpornost (otvorena veza) neće teći nikakva struja.

### **Redna (serijska) veza naponskih izvora**

Serijski vezani naponski izvori mogu se, prema ostatku kola, zameniti jednim ekvivalentnim naponskim izvorom čiji je napon jednak zbiru napona serijskih naopnskih izvora.

Nacrtati tri serijski vezana naopnska izvora i zameniti ga jednim ekvivalentnim naopnskim izvorom. Koliki je napon ekvivalentnog naponskog izvora?

### **Paralelna veza strujnih izvora**

Paralelno vezani strujni izvori mogu se, prema ostatku kola, zameniti jednim ekvivalentnim strujnim izvorom čija je struja jednak zbiru struja paralelnih strujnih izvora.

Nacrtati tri paralelno vezana strujna izvora i zameniti ga jednim ekvivalentnim strujnim izvorom. Kolika je struja ekvivalentnog strujnog izvora?

### **Tevenenova teorema**

Svaka električna mreža ili deo električne mreže, u kojoj postoji proizvoljan broj izvora i otpornika, može se zameniti samo jednim ekvivalentnim izvorom i jednim ekvivalentnim otpornikom.

Iskaz Tevenenove teoreme: U odnosu na bilo koja svoja dva kraja (priključka), mreža sa ponaša kao Tevenenov naponski generator čiji je napon  $E_T$  jednak naponu na tim priključcima kada su ovi otvoreni i unutrašnje otpornosti  $R_T$  koja je jednaka ekvivalentnoj otpornosti između tih priključaka.

Postupak za određivanje ekvivalentne Tevenenove mreže:

- priključci između kojih se određuje ekvivalentna Tevenenova mreža ostavljaju se otvorenim ("briše" se deo koji se ne transformiše);
- određuje se Tevenenov napon  $E_T$  - to je napon koji se vidi između otvorenih priključaka;
- određuje se Tevenenova otpornosti  $R_T$  - to je otpornost koja se vidi između otvorenih priključaka; s obzirom da je unutrašnja otpornost idealnog naponskog izvora nula, svi naponski izvori se zamenjuju kratkim spojem; s obzirom da je unutrašnja otpornost idealnog strujnog izvora beskonačno velika, svi strujni izvori se zamenjuju otvorenom vezom.

Tevenenova teorema se obično koristi kada se razmatranje i proračun odnose na potrošač. Tada se ostatak kola "pakuje" u ekvivalentnu Tevenenovu mrežu.

### Transformacija realnog naponskog u realni strujni izvor

Primenom Tevenenove teoreme lako je odrediti da je struja ekvivalentnog strujnog izvora jednaka je količniku napona naponskog izvora i otpornosti naponskog izvora  $I=E/R$ . Otpornost strujnog izvora jednaka je otpornosti naponskog izvora. Strelica strujnog izvora usmerena je prema čvoru za koji je bio vezan pozitivan priključak baterije naponskog izvora.

Nacrtati šemu strujnog izvora koji je ekvivalentan datom naponskom.

### Transformacija realnog strujnog izvora u realni naponski izvor

Primenom Tevenenove teoreme lako je odrediti da je napon ekvivalentnog naponskog izvora jednak je proizvodu struje strujnog izvora i otpornosti strujnog izvora  $E=RI$ . Otpornost naponskog izvora jednaka je otpornosti strujnog izvora. Pozitivan priključak ekvivalentnog naponskog izvora vezan je za čvor ka kome je bila okrenuta strelica strujnog izvora.

Nacrtati šemu naopnskog izvora koji je ekvivalentan datom strujnom.

### Snaga u kolu jednosmerne struje

Snaga koja se razvija na nekoj komponenti u kolu stalne jednosmerne struje jednaka je proizvodu napona i struje te komponente:

$$P = U \cdot I$$

Izraz važi za usaglašene referentne smerove naopna i struje.

Jedinica za snagu je vat. Oznaka je W.

Instrument za merenje snage je vatmetar.

### Džulov zakon

Prilikom proticanja električne struje kroz neki provodnik, ovaj se zagreva.

Džul je ustanovio da je oslobođena topotna energija srazmerna kvadratu jačine struje koja kroz taj provodnik protiče. Koeficijent srazmernosti je otpornost.

Ukoliko je provodnik linearan i ima otpornost  $R$ , za njega važi Omov zakon:

$$I = \frac{U}{R}$$

Kako je:

$$P = U \cdot I$$

dobija se:

$$P = R \cdot I^2$$

ili:

$$P = \frac{U^2}{R}$$

### Prilagođenje prijemnika na predajnik po snazi

Električno i elektronsko kolo se može sastojati iz predajnog dela (predajnika) i prijemnog dela (prijemnika). U kolu stalne jednosmerne struje predajnik se može predstaviti realnim naponskim izvorom čiji je napon  $E_{predajnika}$ , a unutrašnja otpornost  $R_{predajnika}$ . Prijemnik se može predstaviti otpornikom čija je otpornost  $R_{prijemnika}$ . Obično se parametri predajnika ( $E_{predajnika}$ ,  $R_{predajnika}$ ) ne menjaju, dok se parametri prijemnika ( $R_{prijemnika}$ ) mogu menjati odnosno podešavati.

Nacrtati električnu šemu veze predajnika i prijemnika.

Nekada je (naročito u elektronici) potrebno obezbediti da se na prijemniku razvije najveća moguća snaga. To se može postići promenom vrednosti (podešavanjem) prijemnika. Postavlja se pitanje kolika otpornost prijemnika treba da bude, da bi se na njemu razvila najveća moguća snaga?

Kako je:

$$P_{prijemnika} = U_{prijemnika} \cdot I_{prijemnika} = R_{prijemnika} \cdot (I_{prijemnika})^2$$

i kako je:

$$I_{prijemnika} = \frac{E_{predajnika}}{R_{predajnika} + R_{prijemnika}}$$

dobija se da je snaga koja se razvija na prijemniku:

$$P_{prijemnika} = R_{prijemnika} \cdot \left( \frac{E_{predajnika}}{R_{predajnika} + R_{prijemnika}} \right)^2$$

Ekstremum funkcije  $P_{prijemnika}(R_{prijemnika})$  određuje se iz:

$$\frac{\partial P_{\text{prijemnika}}}{\partial R_{\text{prijemnika}}} = 0$$

Dobija se da je  $P_{\text{prijemnika}}$  maksimalno kada je  $R_{\text{prijemnika}} = R_{\text{predajnika}}$ . Znači, prijemnik je prilagođen na predajnik po snazi, kada je otpornost prijemnika jednaka otpornosti predajnika. Tada se na prijemniku razvija najveća moguća snaga.

Uočiti da je u slučaju prilagođenja prijemnika na predajnik po snazi, koeficijent iskorišćenja, definisan kao odnos izlazne i ulazne snage, samo 0,5. Koeficijent iskorišćenja  $\eta$  je:

$$\eta = \frac{P_{\text{izlazno}}}{P_{\text{ulazno}}} = \frac{P_{\text{prijemnika}}}{P_{\text{predajnika}}} = \frac{U_{\text{prijemnika}} \cdot I_{\text{prijemnika}}}{E_{\text{predajnika}} \cdot I_{\text{predajnika}}} = \frac{U_{\text{prijemnika}}}{E_{\text{predajnika}}}$$

s obzirom da je  $I_{\text{prijemnika}} = I_{\text{predajnika}}$ . Sada je:

$$\eta = \frac{U_{\text{prijemnika}}}{E_{\text{predajnika}}} = \frac{R_{\text{prijemnika}} \cdot I_{\text{prijemnika}}}{E_{\text{predajnika}}} = \frac{R_{\text{prijemnika}} \cdot \frac{E_{\text{predajnika}}}{R_{\text{predajnika}} + R_{\text{prijemnika}}}}{E_{\text{predajnika}}} = \frac{R_{\text{prijemnika}}}{R_{\text{predajnika}} + R_{\text{prijemnika}}}$$

Kada je prijemnik prilagođen na predajnik po snazi, otpornost prijemnika  $R_{\text{prijemnika}}$  jednaka je otpornosti predajnika  $R_{\text{predajnika}}$ , pa je koeficijent iskorišćenja  $\eta = 0,5$ .