

Термодинамика Б
“Handout” 9 - предавања

Школска 2015/2016. година
(пролећни семестар)

ПРВО МАЛО ИСТОРИЈЕ

Christiaan Huyghens ukazuje na talasnu prirodu svetlosti



Christiaan Huyghens
(1629-1695)

Lambert pokazuje da zračenje zavisi od ugla prema površi



Johann Heinrich Lambert
(1728-1777)

Sir William Herschel (1738-1822) otkriva "nevidljivu svetlost"



Herschel-ovi eksperimenti otkrivaju infracrveni spektar



Nobili i Melloni prave veoma precizne merne instrumente

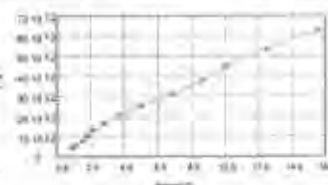


Leopoldo Nobili
(1784-1835)



Macedonio Melloni
(1798-1854)

John W. Draper (1811-1882) ne otkriva zavisnost od T^4 (1847)



И ЈОШ МАЛО ИСТОРИЈЕ

Kirchhoff definiše zavisnost između površinskih svojstava



Gustav Kirchhoff
(1824-1887)

$$\epsilon_{\lambda}(\theta, \varphi) = \alpha_{\lambda}(\theta, \varphi)$$

Gustav Kirchhoff
(1824-1887)

Štefan i Boltzmann otkrivaju zakon

$$e_c = \sigma_c \cdot T^4$$



Jožef Štefan
1835-1893



Ludwig Boltzmann
1844-1906

James Clark Maxwell razvija teoriju EM talasa



James Clark
Maxwell

James Clark
Maxwell
1831-1879

Lummer i Pringsheim mere spektar zračenja crnog tela



Otto
Lummer
1866-1925



Ernst
Pringsheim
1859-1917



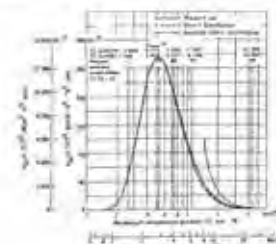
Lummer-ov fotometar

Max Planck određuje spektralnu raspodelu zračenja crnog tela



Max Planck
1858-1947

poredeći klasične pokušaje sa rezultatima kvantne teorije



Max Planck
1858-1947

ТОПЛОТНО ЗРАЧЕЊЕ

9.1 Топлотно зрачење и други видови простирања топлоте

Као што је већ познато, простирање топлоте се може вршити на следећа три начина:

а. провођењем (*кондукцијом*),

б. прелажењем (*конвекцијом*) и

в. зрачењем (*радијацијом*) .

Кондукција = је простирање топлоте са молекула на молекуле у самом телу или с једних тела на друга, са њима у додиру, доводи до промене температуре средине, односно тела. Овакав, то јест "молекуларни" пренос топлоте остварљив је код чврстих, течних и гасовитих тела.

Конвекција = је простирање топлоте са тела на флуид (или обрнуто) услед кретања флуида. То је кондукција (кроз гранични слој) и адвекција (одношење топлоте) флуидом који струји дуж површине тела, одн. "моларни" пренос топлоте - условљен моларним кретањем флуида

Зрачење (радијација) је вид простирања топлоте путем електромагнетних (ЕМ) таласа. Овај начин простирања топлоте се знатно разликује од прва два вида. Основне разлике између радијације (с једне стране) и кондукције и конвекције (са друге) су у следећем.

1.

Овај вид простирања топлоте није везан за присуство супстанције (предуслов код кондукције и конвекције) већ је могуће пренети топлоту зрачењем и кроз вакуум. **Занимљиво, зрачење је најинтензивније управо кроз вакуум јер није ничим пригушено нити га ишта омета.**

2.

Топлотни проток код кондукције и конвекције се преноси само усмеру опадања температуре. **Међутим, код зрачења се топлотни проток преноси и кроз средине са вишом, једнаком и нижом температуром него што су температуре двају тела које врше размену топлоте. (Пример: зрачење Сунца ($\approx 6000\text{ K}$) кроз Свемир ($\approx 0\text{ K}$) на Земљу ($\approx 300\text{ K}$).)**

3.

Топлотни проток провођења и прелажења топлоте је пропорционалан разлици температура у тачкама између којих се топлота размењује ($T_1 - T_2$). **Међутим, проток топлотног зрачења је, пропорционалан разлици четвртих степена одговарајућих температура ($T_1^4 - T_2^4$).**

9.2 Основни појмови и појаве при зрачењу

Зрачење се као феномен (дуже од века) анализира помоћу 2 различита концепта а то су:

- 1) ТАЛАСНИ – по којем оно има својство континуума ЕМ таласа (по Џејмсу К Максвелу) - и
 - 2) КВАНТНИ – има својство дискретности преноса енергије фотонима (према Макс Планку).
- Ови различити концепти не искључују један другог већ се успешно оба користе и допуњују.

При разматрању енергетског ефекта зрачења посебно феномена емисије и апсорпције зрака – користи се квантни (фотонски) модел. Али, при анализи путање, дифракције, интерференције (и сличних појава) тј. геометрије и оптике напредовања зрака – користи се таласни концепт.

При топлотном зрачењу топлота се, као светлост или радио таласи, преноси кроз простор невидљивим ЕМ таласима, различитих таласних дужина λ (боја). Брзина простирања ЕМ таласа једнака је брзини светлости и у вакууму она износи $c = 2,997 \cdot 10^8$ m/s. Зрачење има пресудан значај за живи свет јер је то једини начин којим Земља прима енергију од Сунца.

Емисија зрачења се дешава у оквиру процеса на нивоу атома и електрона - у свим телима на температури изнад апсолутне нуле. Емитовање фотона (светлосног кванта) одређене енергије и масе у простор ван атома је последица пада електрона са више енергетске орбите на нижу.

При апсорпцији ЕМ таласа од стране неког другог тела дешава се супротан процес. Енергија таласа дозрачена атомима доводи до тога да електрони пређу са нижих орбитала на више. Услед тога повећава се унутрашња енергија тог тела и (јасно) расте и његова температура

Енергија зрачења преноси се путем најмањих њених носилаца – квантова (фотона). Фотони (кванти светлости и шире – кванти зрачења) су истовремено и материјалне честице коначне енергије и масе, који се при зрачењу крећу као таласи (од њихове емисије до апсорпције).

Пренос енергије зрачењем је могућ у целом спектру таласних дужина (од $\lambda=0$ до $\lambda=\infty$). Разне врсте зрачења имају различиту расподелу енергије зрачења по таласним дужинама. Подела зрачења према табели 1 не значи да се поједина зрачења изводе само на означеним таласним дужинама, већ да се највећи део енергије те врсте зрачења емитује у тим опсезима.

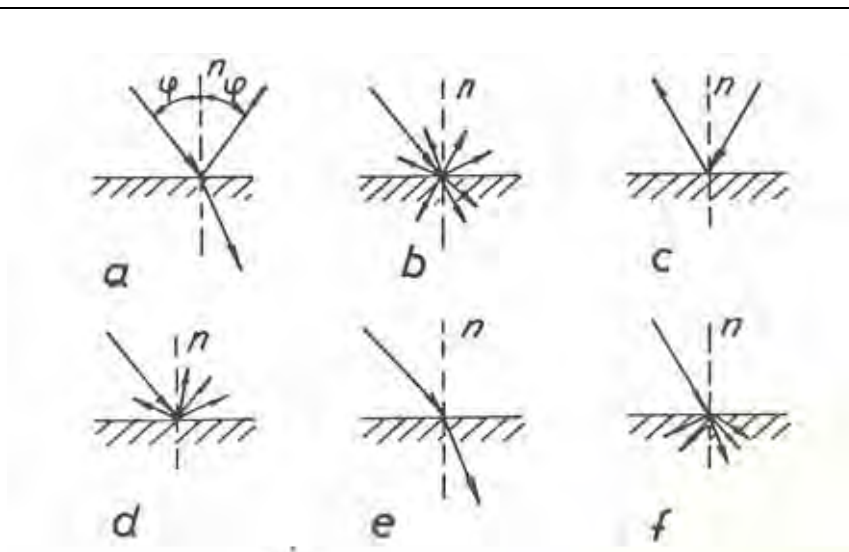
Табела 1 Врсте и опсези дужина таласа

λ	зрачење
$< 5 \cdot 10^{-9} \mu\text{m}$	космичко
$5 \cdot 10^{-9} \div 10^{-5} \mu\text{m}$	γ
$10^{-5} \div 2 \cdot 10^{-2} \mu\text{m}$	рентгенско
$2 \cdot 10^{-2} \div 0,4 \mu\text{m}$	ултра љубичасто
$0,4 \div 0,8 \mu\text{m}$	светлосно
$0,8 \div 200 \mu\text{m}$	топлотно
$> 200 \mu\text{m}$	радио таласи

Разматраћемо само топлотно зрачење као један од видова преношења топлоте, за разлику од других врста зрачења као нпр. фосфоресцентно зрачење, гама-зраци, светлосно зрачење итд. Интензитет зрачења зависи од природе тела, температуре, таласне дужине и стања површине.

Зрачење, односно емисија и апсорпција се могу посматрати као запремински феномен (код гасова тј. пламена, дима и сл.) и као површински феномен (код непровидних чврстих тела). На слици 1 дата је шема понашања топлотног зрака на разним површинама.

Топлотни зрак који пада на граничну површину између две средине (два тела) може се покоравати класичном закону преламања. Али, има и површина где се топлотни зраци рефлектују и ломе дифузно, а тело их исто тако дифузно и апсорбује.



а- глатка површина; б- храпава; с- огледало; д- бела; е- не постоји у природи; ф- црна [1]

Тело може енергију зрачења која пада на његову површину да апсорбује (упија), рефлектује (одражава) и дијатермује (пропушта). Ако је проток (проток) енергије упадног зрака \dot{E} , онда се на основу 1. принципа термодинамике може писати

$$\dot{E} = \dot{E}_a + \dot{E}_r + \dot{E}_d \quad (1)$$

Овде је: \dot{E}_a , \dot{E}_r , \dot{E}_d - редом, проток енергије која је апсорбована, рефлектована и пропуштена. Делењем једначине (2-1) са \dot{E} добија се

$$\frac{\dot{E}_a}{\dot{E}} + \frac{\dot{E}_r}{\dot{E}} + \frac{\dot{E}_d}{\dot{E}} = 1 \quad \text{или} \quad a + r + d = 1 \quad (2)$$

Где је:

$a = \frac{\dot{E}_a}{\dot{E}}$ - коефицијент апсорпције,

$r = \frac{\dot{E}_r}{\dot{E}}$ - коефицијент рефлексије, и

$d = \frac{\dot{E}_d}{\dot{E}}$ - коефицијент дијатермије.

Већина чврстих и течних тела је практично непропустљива (тј. непровидна) за топлотно зрачење. тело "адијатермно" тј. важи $d = 0$. И у том случају израз (2) гласи $a + r = 1$.

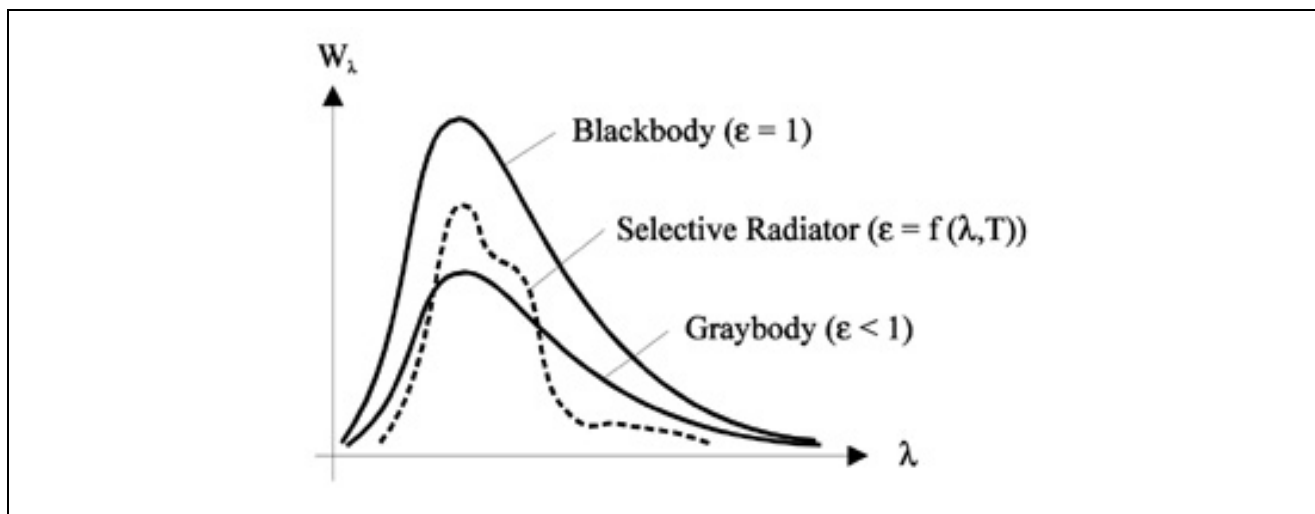
Тела код којих је $0 < d < 1$ зову се полу-провидна тела (стакло, кварц, сафир). Тело са $d = 1$ било би невидљиво (прозрачно), али таква тела у природи не постоје.

Тело које потпуно апсорбује сва зрачења ($a = 1$) – на свим таласним дужинама назива се црним телом. Не постоји тело које апсорбује више него што му се дозрачује.

Ако је коефицијент $r = 1$ и рефлексација се врши по правилним геометријским законима, такво тело се зове огледаласто (спекуларно) тело – огледало, а рефлексација се назива спекуларном. Уколико је површина дифузна а коефицијент $r = 1$, онда се такво тело зове апсолутно белим.

Обојено тело рефлектује зрачење на некој таласној дужини а на некој не. Обојено зрачење се зове селективно зрачење. Сива су тела која зраче на свим таласним дужинама, као црна тела, али је интензитет зрачења смањен за исти проценат у целом опсегу λ у односу на црна тела.

На следећој слици, приказана је спектрална (по таласним дужинама) зависност интензитета емитованог зрачења за црно, сиво и обојено тело (која се сва налазе на истој температури).



9.3 Основни закони топлотног зрачења

1. Планков закон

Основни закони топлотног зрачења односе се на апсолутно црно тело које се налази у стању термодинамичке равнотеже, унутар себе и – са околином.

Интензитет (емисије) зрачења апсолутно црног тела на задатој температури T и таласној дужини λ , се рачуна на основу квантне теорије немачког научника Макса Планка (у шта се овде неће улазити) и он износи за апсолутно црно тело

$$e_{\lambda,C} = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[e^{\left(\frac{C_2}{\lambda \cdot T} \right)} - 1 \right]}$$

$$e_{\lambda,C} = \left(\frac{d e_C}{d \lambda} \right)_T$$

C_1 – прва константа зрачења

C_2 – друга константа зрачења

$$C_1 = (2\pi \cdot h \cdot c^2) = 3.74 \cdot 10^{-16} W \cdot m^2$$

$$C_2 = \left(\frac{h \cdot c}{k} \right) = 1.4388 \cdot 10^{-2} m \cdot K$$

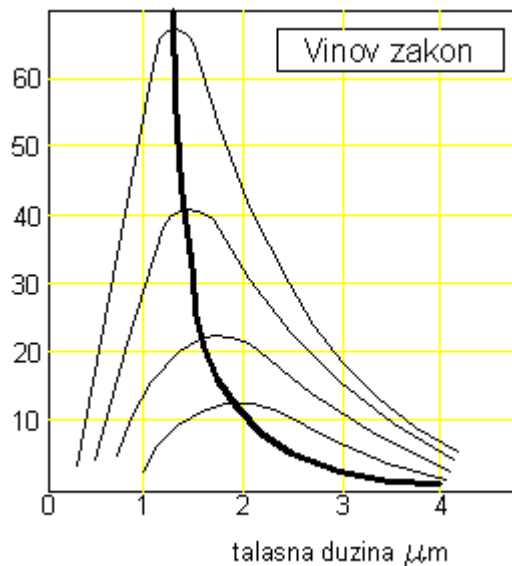
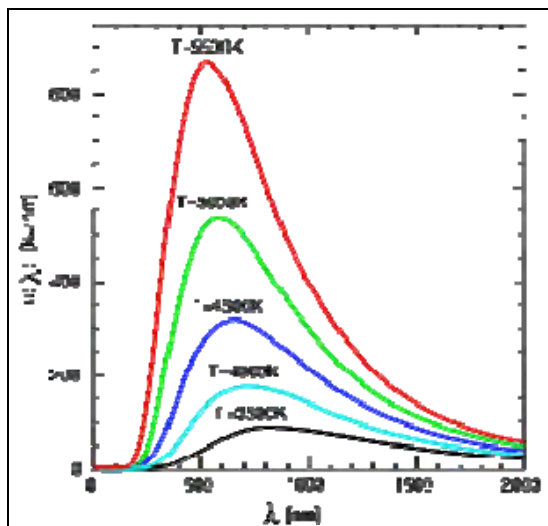
при чему је:

$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} = \text{Болцманова константа}$$

$$h = 6.625 \cdot 10^{-34} J \cdot s = \text{Планкова константа}$$

$$c = 2.99 \cdot 10^8 \frac{m}{s} = \text{брзина светлости у вакууму}$$

$e_{\lambda,C}$ = означава проток зрачења једнобојног снопа зрака, таласне дужине λ , који са осталим зрацима одашиље (емитује) црно тело температуре T у простор (полусферу).



кад T расте $\Rightarrow \lambda_{max}$ Винов закон = "закон померања" казује да се са порастом температуре тела максимуми Планкове криве померају у опсеге све краћих таласа.

2. Винов закон "померања"

- казује да се са порастом температуре црног тела λ_{max} смањује. Из услова

$$\left(\frac{\partial e_{\lambda,C}}{\partial \lambda} \right)_T = \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{C_1}{\lambda^5} \right] = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_{max} \cdot T = 2.8976 \cdot 10^{-3} [m \cdot K] = C_3$$

λ_{\max} представља таласну дужину која одговара максималном интензитету апсолутно црног тела. Овај израз представља Винов закон "померања".

За $T = 1500 \text{ K}$ до $T = 500 \text{ K}$ (најчешће у техници), максимуми интензитета зрачења су у области $\lambda = 2\text{--}6 \text{ }\mu\text{m}$. За температуру на површини Сунца ($T = 5700 \text{ K}$) максимум је за $\lambda_{\max} = 0,51 \text{ }\mu\text{m}$, што спада у светлосно зрачење, види табелу 1. На основу Виновог закона може се лако одређивати температура удаљених небеских тела (температуре на површини звезда).

3. Штефан–Болцманов закон

Словеначки научник Јожеф Штефан је на основу експеримената дефинисао израз за укупни (светаласни) топлотни проток који црно тело израчи (емитује) у полупростор. Теоријски део је урадио његов ментор Лудвиг Болцман – интеграљењем површине испод Планкове криве.

$$\begin{aligned} e_c &= \sigma_c \cdot T^4 \\ \sigma_c &= 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \quad - \text{Štefan – Boltzmann const.} \end{aligned}$$

Експерименталним мерењима је добијено да је

$$\sigma_c = 5.76 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$$

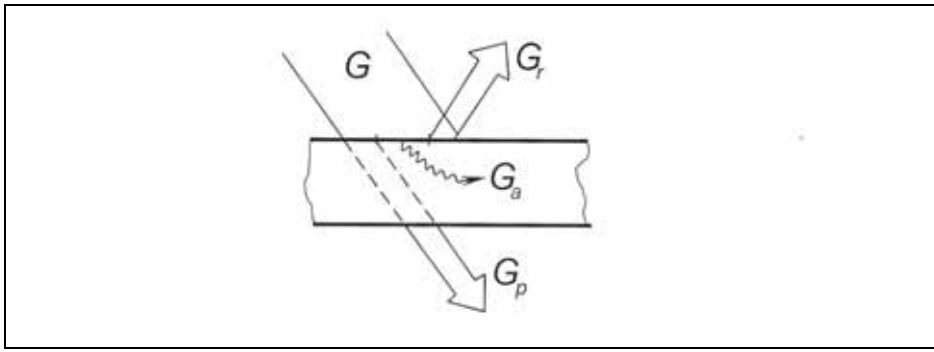
Теоријски резултати, према новијем искуству, сигурнији су од експерименталних података.

Као што се да видети топлотни проток зрачења црног тела пропорционалан је 4-том степену температуре површине црног тела које емитује зрачење. Коефицијент пропорционалности се зове Штефан-Болцманова константа према ауторима овог закона, ученику и учитељу.

4. Кирхофов закон

Упадно је оно зрачење које стиже до површине чврстог (полупровидног) тела. Од стране тела оно бива пропуштено (трансмитовано), рефлектовано (одбијено) или апсорбовано (упијено).

Тело физички одн. енергетски "не осећа" пропуштено зрачење пошто се осцилације атома у чворовима кристалне решетке и таласи зрачења знатно разликују како по фреквенцији тако и по амплитуди (разног реда величине). Тело такође "не осећа" рефлектовано зрачење пошто се феномен рефлексије одвија у танком површинском слоју тела. Једино апсорбована енергија, у овом случају – топлотна, може променити енергетско стање тела. Апсорбовани део упадне енергије се складишти у телу и самим тим (очигледно) повећава унутрашњу енергију тела.



слика из [2]

Кирхофов закон важи за тела у термодинамичкој равнотежи и стационарни пренос топлоте. Симултаном са апсорпцијом упадног зрачења, тело емитује зрачење у полупростор. Да би се одржавали задати услови стационарности, температура тела мора да задржи исту вредност. Унутрашња енергија такође. То значи да (пошто искључимо рефлексију и трансмисију као појаве које су енергетски без ефекта по посматрано тело) апсорбована енергија мора да се издвоји из тела путем емисије. Проток апсорпције мора бити једнак протоку емисије. Како је

$$\varepsilon = \frac{\dot{E}_e}{\dot{E}_c} \quad a = \frac{\dot{E}_a}{\dot{E}_c}$$

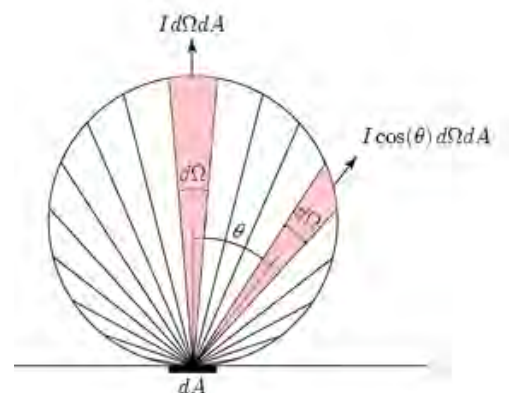
очигледно: $\varepsilon = a$ (Кирхофов закон). Овај закон нам казује да је, код равнотежног топлотног зрачења, коефицијент емисије једнак коефицијенту апсорпције. Ако тело интензивно зрачи топлоту на некој таласној дужини, онда оно на тој λ интензивно и апсорбује топлоту.

Строго узевши, Кирхофов закон важи само за тела у термичкој равнотежи (кад су оба тела на истој температури, али се примењује са довољном тачношћу и кад тела нису у равнотежи).

5. Ламберов закон

Енергија (топлота) коју тело зрачи, највећа је у правцу нормале на површину тела. А енергија коју тело зрачи у неком другом правцу сразмерна је косинусу угла под којим се емитује зрак,

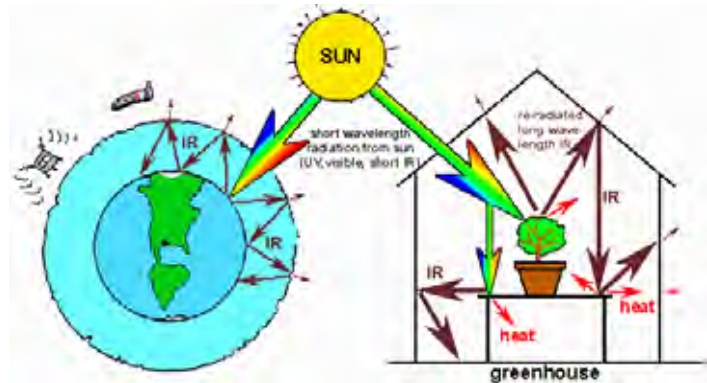
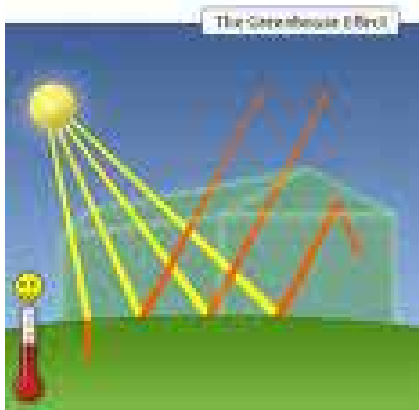
$$\dot{E}_\varphi = \dot{E}_n \cdot \cos \varphi$$



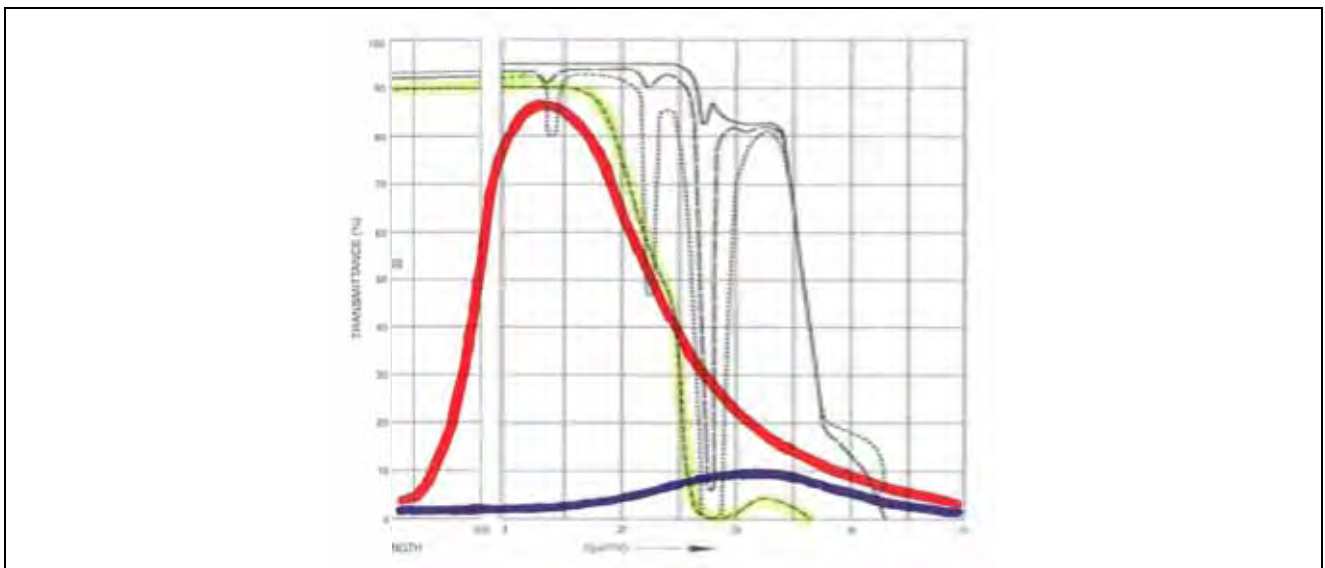
Овај израз је Ламберов закон за зрачење (емисију) у било којој равни управној на површину тела које зрачи. Природна тела не померавају се потпуно овом закону, али се може сматрати да је Ламберов закон довољно егзактан за потребе практичних термотехничких прорачуна.

9.4 Зрачење у стакленој башти и ефекат стаклене баште

Прво ћемо размотрити како функционише стаклена башта? Сунчеви зраци (као и топлотна енергија коју носе) пролазе (практично без губитака) кроз стаклени кров и стаклене зидове једне стаклене баште. Ово се заснива на високој пропустљивости стакла у интервалу мањих таласних дужина (0,5 – 2,5 микрона) у којем се налази највећи део Планкове криве за 5700 K (температуру извора зрачења тј. Сунца). Кад они загреју тло, тло загрева ваздух у стакленој башти, а стаклени зидови и кров углавном спречавају губитак топлоте у хладнију околину.

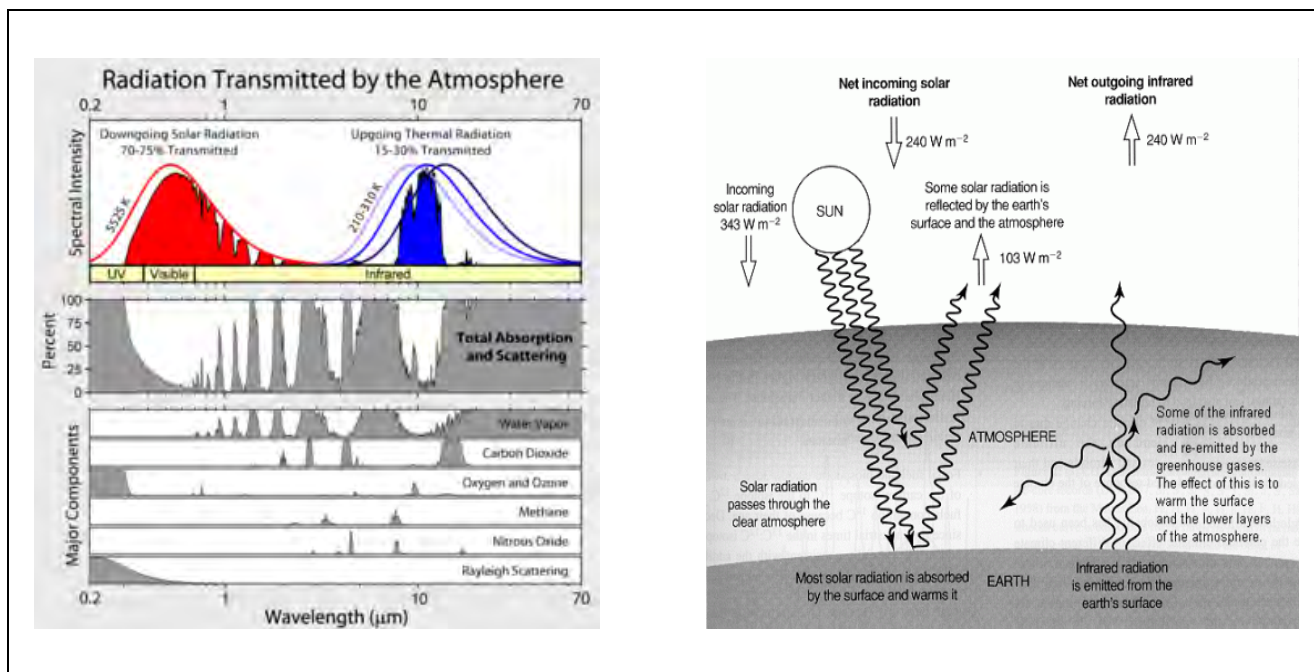


Међутим, присутан је један још важнији феномен, а то је да стаклени кров и стаклени зидови стаклене баште не пропуштају напоље највећи део топлотног зрачења које емитује тло. Ово је услед ниске пропустљивости стакла у опсегу већих таласних дужина (2,5 – 4,5 микрона) у којем се и налази највећи део Планкове криве за 300 K (температуру извора зрачења тј. тла). Ово је у складу са Виновим законом. На слици је дат спектар пропустљивости стакла (-----).



Сунце је основни извор енергије за планету Земљу. Оно је звезда (тј. огроман стални пламен) тако врела да ми осећамо његову топлоту са преко 150 милиона километара даљине. Његови зраци улазе у атмосферу и распрострањују се по површини планете. Око 1/3 те соларне енергије се рефлектује назад у Свемир одбивши се од (бљештавих) глечера, снега, воде исл. Међутим, преостале 2/3 сунчеве енергије Земља апсорбује и њоме се загрева тло, океани, и атмосфера.

Део те топлоте се израчи назад у Свемир, али добар део апсорбује атмосфера или рефлектује назад на земљу и та топлота се складишти у атмосфери и тлу. Овај процес се назива Ефекат стаклене баште због изразите сличности са описаним процесима у стакленој башти. Улогу стакла играју такозвани „гасови стаклене баште“ (ГСБ) а то су водена пара, угљен диоксид, озон, метан, азот оксид и фреони. Њихов утицај на количину зрачења које прође кроз нашу атмосферу је дат на слици испод. Без тог ефекта – просечна температура на Земљи би била хладних -18 степени Целзијуса, и поред тога што од Сунца стално стиже топлотно зрачење.



На таквој планети, живи свет на Земљи вероватно никада не би настао у мору. Захваљујући ефекту стаклене баште, топлотно зрачење које емитује Земља је „ухваћено“ у атмосфери и пружа комфорну просечну температуру од +14 степени Целзијуса. Значи Ефекат стаклене баште је у начелу позитиван. Али, количина ГСБ се у току последњих пола века као главна последица глобалне индустријализације и посебно сагоревања фосилног горива вишеструко повећала и прети нам глобално отопљавање. Али та тема не спада у оквиру нашег предмета.

9.5 Размена топлоте зрачењем између чврстих тела

Простирање енергије зрачења неког тела не зависи од стања околине у којој се то тело налази. Околина може бити топлија или хладнија од тог тела. Емисија и апсорпција енергије зрачења зависи само од стања и температуре површине тела које емитује и тела које прима енергију.

Ефективна (нето) енергија размењена зрачењем је сложена функција узајамног геометријског положаја тј. интеракције тела која зраче. Прорачун утицаја геометрије на размену топлоте је врло сложен. Овде ће се размотрити неки једноставнији а у пракси прилично чести случајеви

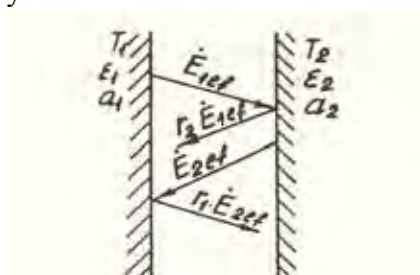
А) Размена топлоте зрачењем између двеју паралелних плоча

Посматрајмо две паралелне плоче. Размак између плоча нека је мали у односу на димензије плоче (сл.1.). Нека су температуре плоча T_1 и T_2 и нека је $T_1 > T_2$.

И једна и друга плоча емитују у простор енергију / проток зрачења у износу:

$$\varepsilon_1 C_c \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 = \varepsilon_1 \sigma T_1^4 \quad \dot{e}_2 = \varepsilon_2 C_c \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 = \varepsilon_2 \sigma T_2^4$$

Осим емитоване топлотне енергије E_1 и E_2 коју зраче плоче, плоча 1 рефлектује део оне ефективне енергије коју шаље плоча 2 на њу. Плоча 1 део те енергије апсорбује а део рефлектује. Ефект. енергија коју плоча 1 зрачи на плочу 2



из [1]

$$\dot{e}_{1ef} = \dot{e}_1 + r_1 \cdot \dot{e}_{2ef} \quad (1)$$

Аналогно ће зрачити и плоча 2 тј.

$$\dot{e}_{2ef} = \dot{e}_2 + r_2 \cdot \dot{e}_{1ef} \quad (2)$$

Ако се узме да су плоче непровидне, онда је

$$p = 1 - a = 1 - \varepsilon$$

Укупни специфични топлотни проток између плоча 1 и 2 биће

$$\dot{q} = \dot{e}_{1ef} - \dot{e}_{2ef} \quad (3)$$

Из једначина (2) и (3) добија се

$$\dot{e}_{1ef} = \frac{\dot{e}_1 + (1 - \varepsilon_1) \cdot \dot{e}_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2} \quad \text{и} \quad \dot{e}_{2ef} = \frac{\dot{e}_2 + (1 - \varepsilon_2) \cdot \dot{e}_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2} \quad (4)$$

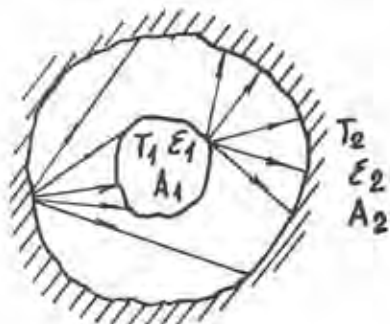
Заменом (3) у (4) и сређивањем, специфични топлотни проток износиће

$$\dot{q} = \frac{C_c}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad (5) \quad \text{или}$$

$$\dot{q} = C_{1,2} \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad (6) \quad \text{где је} \quad C_{1,2} = \frac{C_c}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (7)$$

Б) Размена топлоте зрачењем кад је једно тело обухваћено другим

На слици је шематски приказана размена топлоте зрачењем за случај када је једно тело потпуно обухваћено другим. Нека су температуре тела T_1 и T_2 , при $T_1 > T_2$ док су одговарајуће емисивности ε_1 и ε_2 . Исто тако, познате су површине тела A_1 и A_2 . Тело 1 је конвексно (испупчено).



слика из [1]

Сви зраци са површи A_1 тела 1 падају на површ A_2 тела 2. Али, од свих зрака који долазе са површи A_2 само један део (γ) падне на површ A_1 а остатак $(1-\gamma)$ поново пада на површ A_2 .

Ефективни топлотни проток који шаље тело 1 на тело 2 износи

$$A_1 \dot{e}_{1ef} = A_1 \dot{e}_1 + \gamma(1-\varepsilon_1) A_2 \dot{e}_{2ef} \quad (8)$$

Ефективни топлотни проток који шаље тело 2 на површину тела 1 биће

$$A_2 \dot{e}_{2ef} = A_2 \dot{e}_2 + (1-\varepsilon_2) A_1 \dot{e}_{1ef} + (1-\gamma)(1-\varepsilon_1) A_2 \dot{e}_{2ef} \quad (9)$$

Укупна размењена топлота у јединици времена између тела 1 и 2 износи

$$\dot{Q} = A_1 \dot{e}_1 - \gamma \cdot \varepsilon_1 A_2 \dot{e}_{2ef} \quad (10)$$

Величина γ је фактор облика који не зависи од температура тела 1 и 2. Он се одређује ако се у израз (3) стави $T_1 = T_2$. Тада је $\dot{Q} = 0$ па ће бити

$$\gamma = \frac{A_1}{A_2}.$$

Ефективни топлотни протокеви тела 1 и 2 износе

$$\dot{e}_{1ef} = \frac{\dot{e}_1(\varepsilon_2 + \gamma - \gamma\varepsilon_2) + (1-\varepsilon_1) \cdot \dot{e}_2}{\varepsilon_2 + \gamma\varepsilon_1(1-\varepsilon_2)} \cdot \frac{A_2}{A_1} \quad (11) \quad \text{и} \quad \dot{e}_{2ef} = \frac{\gamma\dot{e}_1(1-\varepsilon_2) + \dot{e}_2}{\varepsilon_2 + \gamma\varepsilon_1(1-\varepsilon_2)} \quad (12)$$

Тако да је топлотни проток (размењена топлота) између тела 1 и 2

$$\dot{Q} = A_1 \frac{C_c}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) \frac{A_1}{A_2}} \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad (13)$$

Литература

1. Милинчић, Вороњец – ТЕРМОДИНАМИКА, издање Машинског факултета
2. Козић – ТЕРМОДИНАМИКА (инжењерски аспекти), издање Машинског факултета