



Проф. др. Михаило Лазаревић

ВИСКОПЛАСТИЧНОСТ

Вископластични материјали испољавају и викоеластичне и пластичне карактеристике. Њихово понашање је унутрашње нелинеарно и последица су одвијања пластичних процеса међу материјалима.

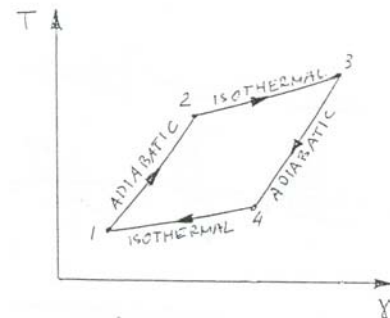
Ови процеси зависе од амплитуде деформације, а не зависе од брзине деформације.

При томе, све карактеристике које зависе од брзине су својство вискоеластичних процеса у материјалима.

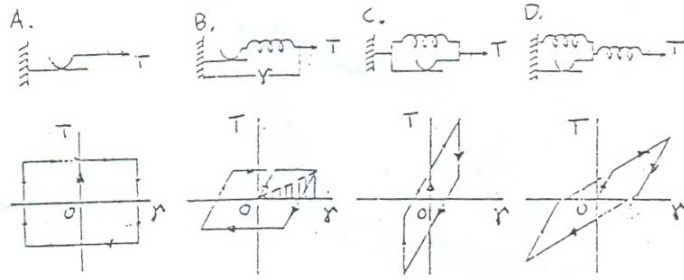
Пластичност

За разлику од вискоеластичних материјала где вискозне силе (отежавају) са кашњењем остварују добијање механичке равнотеже због енергетског дисбаланса, код пластичних материјала механичка равнотежа се одржава кроз деформације, независно од брзине деформације. Према томе хистерезис посматран током цикличног оптерећења пластичних материјала показује неједнакости изазване процесима који нису чисто механичке природе. Ови процеси могу бити квалификовани као термодинамички иреверзибилни процеси и могу се догађати при механичкој равнотежи, али не неопходно и термодинамичкој равнотежи. На пример, деформација формирана од следећих делова: (i) адијабатско (брзо) оптерећење, (ii) изотермичко (квазистатичко) оптерећење, (iii) адијабатско растерећење и (iv) изотермичко растерећење (слика 8.5). Упркос чињеници да је сваки део (адијабатски или изотермички) реверзибилни процес (тј. у механичкој равнотежи), цео циклус резултује енергетским губитком приказаним у области хистерезисне петље. Циклус је такође познат као *Карно-ов циклус*.

Ипак, формална теорија конститутивног понашања пластичних материјала базирана на горњој хипотези још увек није установљена. Већина конститутивних веза су емпиријски базиране, са неколико изузетака где су ове везе изведене из првих принципа. Такође, математички и механички модели који узимају у обзир горње термодинамичке иреверзибилности искоришћене су за симулирање пластичног понашања. Овде, биће коришћено суво треће за објашњење главних карактеристика пластичних материјала.



Слика 8.5 Карноов циклус.

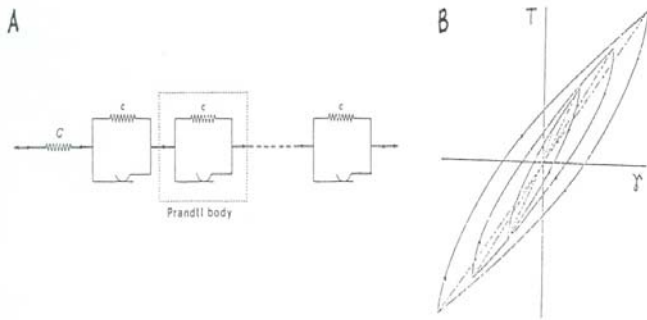


Слика 8.6 Прандтл-ова тела и одговарајуће петље померања сила.

Посматра се клижући блок на равној површини (слика 8.6а). Интеракција између блока и површине је приказана силом трења. Ако сила T делује на блок, остаће стационаран осим ако је вучућа сила већа или једнака од критичне силе трења kN где је k коефицијент трења, а N нормална контактна сила између блока и површине. Одатле, блок ће наставити да клизи дејствујући супротно померању са силом једнакој граничној сили која је независна од брзине деформације (слика 8.6а). Ако се смер вучне силе изненада промени, блок ће престати да клизи док гурајућа сила не достигне исту вредност као гранична сила, али са супротним знаком (слика 8.6а). Пошто је расипање енергије у горњем процесу независно од брзине деформације, хистерезисна петља неће се мењати без обзира на то колико је спора или брза горња деформација. Слично понашање је посматрано код биолошких ткива. Сада се разматра случај када је клижући блок у серији са еластичним опругама (слика 8.6б).

Док вучућа сила достиже вредност граничне силе, повећаваће се пропорционално издужењу опруге. Тада ће цео склоп опруга-клизећи блок почети да клизи заједно при константној сили која је једнака граничној сили (трења). Дијаграм силе померања дат је на слици 8.6б. Поново, хистерезис не зависи од брзине деформације. Акумулирана енергија одговара максималном померању и дефинисана је облашћу осенченог троугла (слика 8.6б). Ова енергија не зависи од брзине деформације, али зависи од амплитуде деформације. Нагиб врх-врх линије који дефинише акумулирану енергију (испрекидана линија на слици 8.6б) смањује се са повећањем амплитуде. Ово је сагласно са опажањем да се еластика ткива смањује са повећањем амплитуде. Случај паралелног склопа опруга-блок са сувим трењем приказан је на слици 8.6ц. Поново, веза силе-померање показује сличне карактеристике као у случају паралелног склопа. Приказан је још један склоп састављен од опруге и клижућег блока повезаних паралелно, а оба у серији са још једном опругом на слици 8.6д. Сви ови модели су познати као *Прандтл-ова тела*.

Хистерезисна петља на слици 6д одговара Прандтл-овом телу са две опруге и клижућим блоком који има две „петље“. Тако, додавањем још једног Прандтловог тела број „петљи“ ће расти. Бесконачне серије Прандтлових тела ће направити глатку криву оптерећења и растерећења са „петљама“ које се налазе само на тачкама где се мења смер оптерећења. Таква тела су позната као *генерализована Прандтлова тела* и приказана су на слици 8.7, заједно са одговарајућом силом - хистерезисним петљама померања (Хилдебрандт, 1970). Хистерезисна петља на слици 8.7б има зашиљен не-елиптични облик сличан оном приказаном код биолошких ткива.



Слика 8.7 Генерализовано Прандтл-ово тело (А) и одговарајућа сила (T) - хистерезисна петља померања (γ).

Даље, петље се нагињу у смеру казаљке на сату са повећањем амплитуде, указујући да ће еластични модули да се смање са повећањем амплитуде. Ово такође зависи од посматраног понашања ткива.

Сумирано, пластичност је изгледа у сагласности са неким главним карактеристикама посматраним у широком опсегу биолошких меканих ткива. Хистерезисна петља је инваријантна у односу на брзину деформације. Петља изгледа не-елиптично и зашиљено. Еластични модули опадају са повећањем амплитуде деформације. Последње две карактеристике показују нелинеарно понашање. Све три карактеристике су *унутрашње* особине пластичних материјала, док у случају нелинеарних вискоеластичних материјала није тако. То сугерише да пластичност може бити варирајућ образац за описивање динамичког понашања ткива. Ипак, пластичност се не рачуна за посматране ефекте фреквенције као што је повећање еластике ткива са повећањем фреквенције. Ови ефекти могу бити узети у обзир код вискоеластичности. Према томе, и пластичност и вискоеластичност се захтевају за опис динамичког понашања ткива. У следећим излагању ће бити испитано неколико вископластичних модела коришћењем студија различитих биолошких ткива.

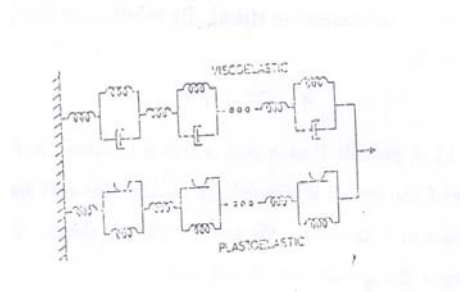
Вископластични модел Хилдербранта

Оригинално, Хилдербронт (1970) је предложио вископластични модел у циљу студирања динамичког понашања плућног ткива. Касније, показано је да овај модел може се искористити у описивању динамичког модела широког спектра респираторних ткива. Ово понашање је окарактерисано следећим карактеристикама: а) E_{dyn} незнатно расте са повећавањем фреквенције б) R_{tis} смањивање слично по хиперболичном закону са повећавањем фреквенције, ц) E_{dyn} и R_{tis} смањују се са повећавањем амплитуде спољашње силе које делује на дато ткиво. Амплитудна зависност показује нелинеарно понашање и Хилдербронт је закључио да то потиче захваљујући пластичности ткива. У циљу подржавања ове идеје он је предложио вископластични модел. Модел се састоји од пластичног дела који је у паралели са линеарним вискоеластичним делом. Пластични део је дат у виду генерализованог Прадтловог тела док је линеарни вискоеластични део дат у виду генерализованог Келвин-Војтовог (или Максвеловог) модела, сл 8.8.

Пластични део модела

Овај део је дат у виду серије опруга и паралелног склопа опруга-блок са сувим трењем, сл. 8.8. Сваки склоп је стационаран док спољашња сила која делује не постане већа или једнака сили трења. Када се једном деси клизање, уочени склоп опире се силом константног интезитета која је једнака сили трења, независно од брзине или величине деформисања.

Ако је спољашња сила већег интезитета већи је број клизећих склопова. То указује на повећање попустљивости, односно мању еластичност.



Слика 8.8.

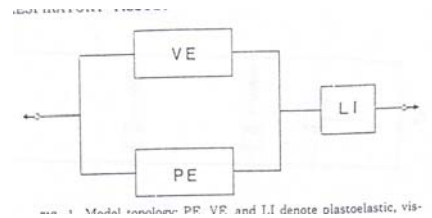
Одговарајућа релација напон-деформација је дата са(види део лекције о ген. Максвеловом моделу бр. 6):

$$T(t) = G_r \gamma_o + \gamma_o \int_0^{\infty} f(\tau) e^{-t/\tau} d\tau \quad (28)$$

Топологија модела (паралелност вискоеластичност и пластичног дела) имплицира да су напони вискоеластичног и пластичног дела адитивни тако да су и одговарајући комплексни модули такође адитивни:

$$G^* = \frac{T}{\gamma} = \frac{T_{VE}(\omega)}{\gamma} + \frac{T_{PE}(\gamma_0)}{\gamma} = G_{VE}^*(\omega) + G_{PE}^*(\gamma_0) \quad (29)$$

где индекси VE, PE означавају вискоеластични и пластични део респективно, сл.8.10. Примећује се да оваква топологија имплицира раздвојеност фреквентни зависних процеса од амплитудно зависних процеса.



Слика 8.10