



Машински факултет
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

ВИСКОПЛАСТИЧНОСТ

**Др Михаило Лазаревић , ред. проф.
Машински факултет, Београд, Универзитет
у Београду, Србија**

Пластичност

Вископластични материјали испољавају и викоеластичне и пластичне карактеристике.

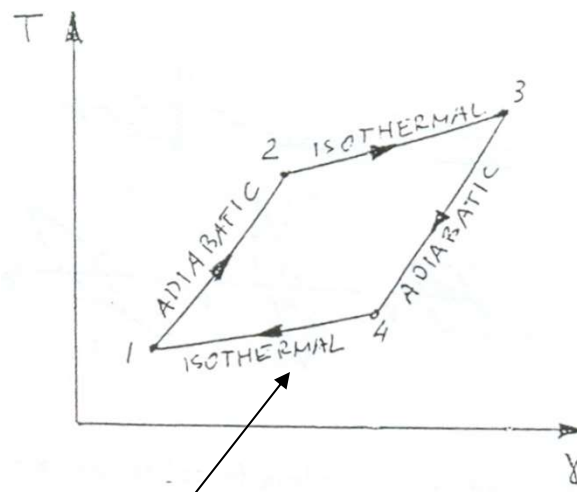
За разлику од вискоеластичних материјала где вискозне силе (отежавају) са кашњењем остварују добијање механичке равнотеже због енергетског дисбаланса, *код пластичних материјала механичка равнотежа се одржава кроз деформације, независно од брзине деформације.*

Ови процеси зависе од амплитуде деформације, а не зависе од брзине деформације

Већина конститутивних веза су емпиријски базиране, са неколико изузетака где су ове везе изведене из првих принципа. Такође, математички и механички модели који узимају у обзир горње термодинамичке иреверзибилности искоришћене су за симулирање пластичног понашања/

термодинамички иреверзибилни процеси и могу се догађати при механичкој равнотежи, али не неопходно и термодинамичкој равнотежи.

Према томе хистерезис посматран током цикличног оптерећења пластичних материјала показује неједнакости изазване процесима који нису чисто механичке природе. Ови процеси могу бити квалификовани као термодинамички иреверзибилни процеси и могу се догађати при механичкој равнотежи, али не неопходно и термодинамичкој равнотежи.

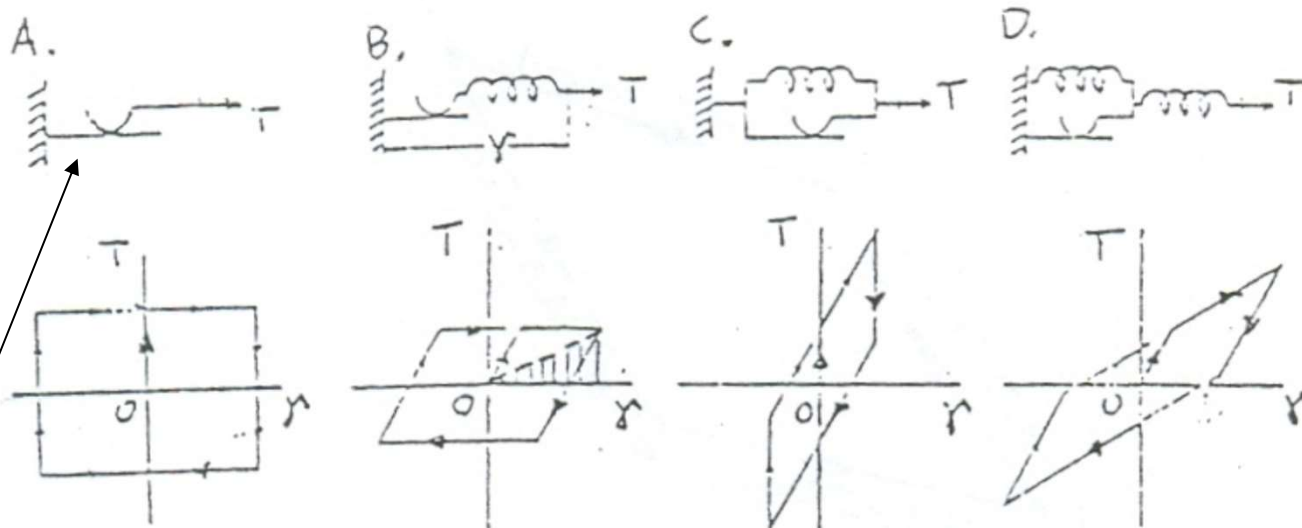


Циклус је такође познат као **Карно-ов циклус**.

деформација формирана од следећих делова: (1-2) *адијабатско (брзо) оптерећење*, (2-3) *изотермичко (квазистатичко) оптерећење*, (3-4) *адијабатско растерећење* и (4-1) *изотермичко растерећење*. Упркос чињеници да је сваки део (адијабатски или изотермички) реверзибилни процес (тј. у механичкој равнотежи), цео циклус резултује енергетским губитком приказаним у области хистерезисне петље.

Овде, биће коришћено суво трење за објашњење главних карактеристика пластичних материјала.

Модели који се користе у моделирању пластичности материјала су познати као *Прандтл-ова тела*.



Први модел (A): Посматра се клижући блок на равној површини (слика A). Интеракција између блока и површине је приказана силом трења.

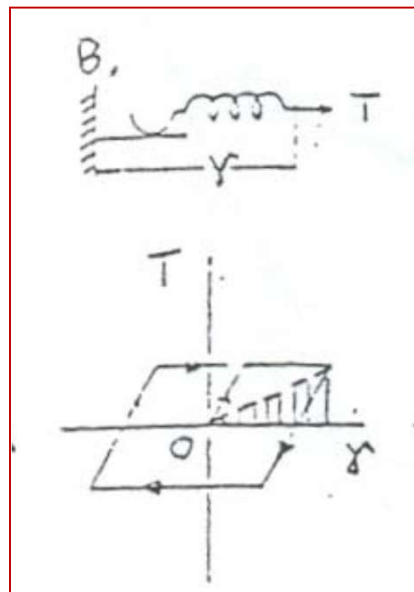
Ако сила T делује на блок, остаће стационаран осим ако је вучућа сила већа или једнака од критичне силе трења μN где је μ коефицијент трења клизања, а N нормална контактна сила између блока и површине. Блок ће наставити да клизи дејствујући супротно померању са силом једнакој граничној сили која је независна од брзине деформације (слика А). Ако се смер вучне силе изненада промени, блок ће престати да клизи док вучна сила не достигне исту вредност као гранична сила, али са супротним знаком (слика А).

Пошто је расипање енергије у горњем процесу независно од брзине деформације, хистерезисна петља неће се мењати без обзира на то колико је спора или брза горња деформација.

Слично понашање се може применити у моделирању биолошких ткива.

Следећа три случаја се добијају када се блок који клиза везује са еластичном опругом: *серијски, паралелно, или са две опруге.*

Модел Б- Прантлово тело



Дијаграм силе померања

Док сила која делује достине граничну вредност силе, повећаваће се пропорционално издужењу опруге. Тада ће цео склоп опруга-клизећи блок почети да клизи заједно при константној сили која је једнака граничној сили трења.

Хистерезис не зависи од брзине деформације.

Акумулирана енергија не зависи од брзине деформације, али зависи од амплитуде деформације

Нагиб врх-врх линије који дефинише акумулирану енергију (испрекидана линија на слици Б) смањује се са повећањем амплитуде

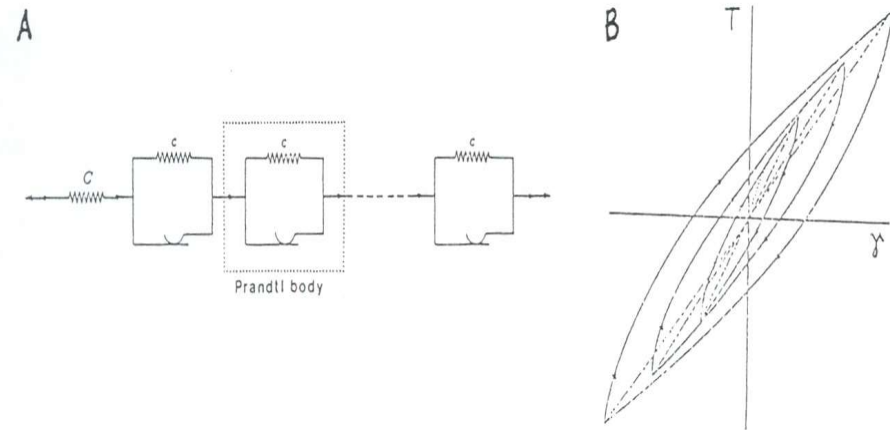
Генерализован Прандтлов модел

● број тела $n \rightarrow \infty$

Хистерезисна петља на слици 8.7б има зашиљен не-елиптични облик сличан оном приказаном код биолошких ткива.

Петље се нагињу у смеру казаљке на сату са повећањем амплитуде, указујући да ће еластични модули смањивати са повећањем амплитуде.

Последње две карактеристике показују *нелинеарно понашање*.



Слика 8.7 Генерализовано Прандтл-ово тело (А) и одговарајућа сила (T) - хистерезисна петља померања (γ).

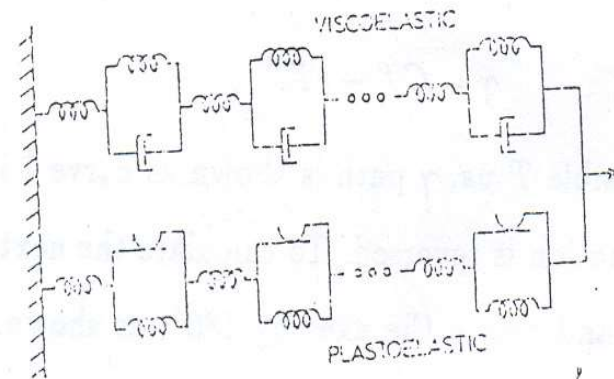
Вископластични модел Хилдербранта

Хилдербронт (1970) је предложио вископластични модел у циљу студирања динамичког понашања плућног ткива. Касније, показано је да овај модел може се искористити у описивању динамичког модела широког спектра респираторних ткива.

Понашање је окарактерисано следећим карактеристикама:

- а) E_{dyn} незнатно расте са повећавањем фреквенције
- б) R_{tis} смањивање слично по хиперболичном закону са повећавањем фреквенције,
- ц) E_{dyn} и R_{tis} смањују се са повећавањем амплитуде спољашње силе које делује на дато ткиво.

Амплитудна зависност показује нелинеарно понашање 
Пластичност ткива




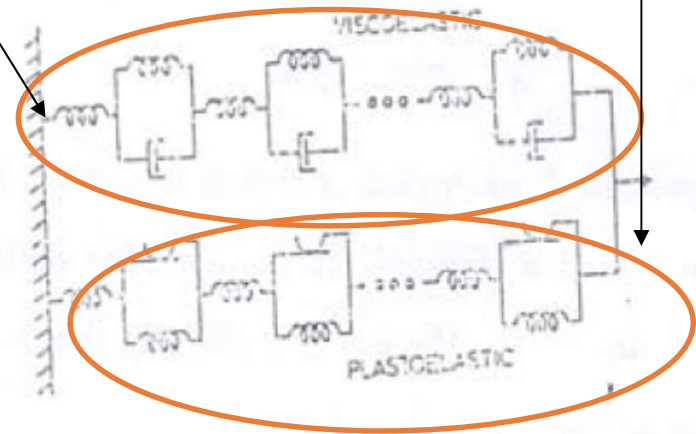
Модел се састоји од пластичног дела који је у паралели са линеарним вискоеластичним делом. Пластични део је дат у виду генерализованог Прадтловог тела док је линеарни вискоеластични део дат у виду генерализованог Келвин-Војтовог (или Максвеловог) модела, сл 8.8.

Пластични део модела

Ако је спољашња сила већег интензитета већи је број клизећих склопова. То указује на повећање попустљивости, односно мању еластичност.

Објашњава смањење еластичности са повећавањем амплитуде спољашње силе.

Релација сила-издужење (напон-деформација) за пластични део 
све опруге истих карактеристика и на почетку су имале (попустљивост c)



$$\gamma = \begin{cases} CT - r \left\{ T_0^{b+1} - 2 \left[(T_0 + T) / 2 \right]^{b+1} \right\}, \text{rasterecenje} \\ CT + r \left\{ T_0^{b+1} - 2 \left[(T_0 - T) / 2 \right]^{b+1} \right\}, \text{opterecenje} \end{cases}$$

где напон T_0 одговара максималној деформацији γ_0 .

Вискоеластични део-овај део је дат уопштеним Максвеловим (или Келвин-Војтовим) моделом.

$$T(t) = G_r \gamma_0 + \gamma_0 \int_0^{\infty} f(\tau) e^{-t/\tau} d\tau$$

Топологија модела (паралелност вискоеластичност и пластичног дела) имплицира да су напони вискоеластичног и пластичног дела адитивни тако да су и одговарајући комплексни модули такође адитивни:

$$G^* = \frac{T}{\gamma} = \frac{T_{VE}(\omega)}{\gamma} + \frac{T_{PE}(\gamma_0)}{\gamma} = G_{VE}^*(\omega) + G_{PE}^*(\gamma_0)$$