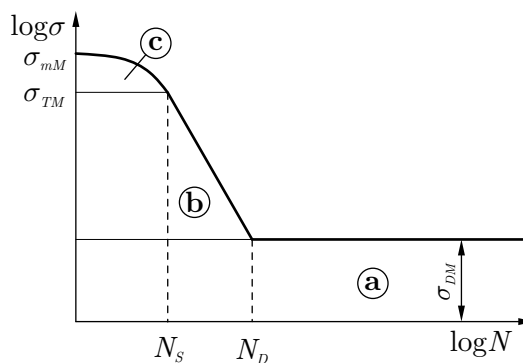


## PRORAČUN IZVRŠIOCA ELEMENTARNIH FUNKCIJA SA ASPEKTA RADNOG VEKA

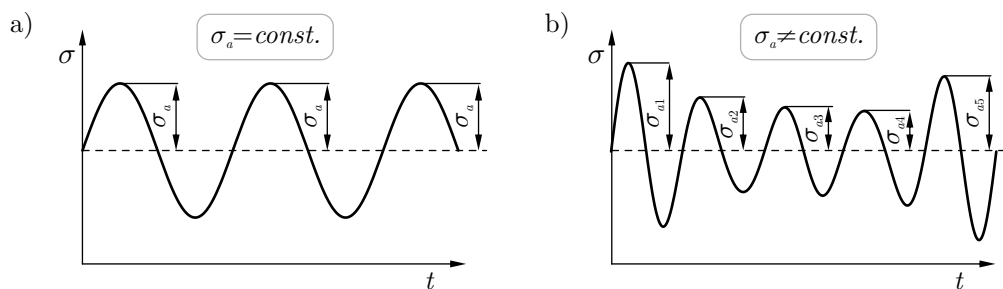
Savremene mašinske konstrukcije sve više se zamenjuju novim konstrukcionim rešenjem zbog tehničke zastarelosti, a ne zbog fizičke dotrajalosti. U idealnom slučaju, sa ekonomskog aspekta mašinske konstrukcije treba konstruisati tako da se vek koji odgovara fizičkoj dotrajalosti poklopi sa vekom koji odgovara tehničkoj zastarelosti. U tom cilju, dimenzije i oblici izvršioca elementarnih funkcija sve više se definišu u oblasti vremenski ograničene čvrstoće (oblasti **b** i **c**), a ne u oblasti trajne čvrstoće (oblast **a**) na Velerovom dijagramu.



Slika 1 Velerov dijagram

Radni vek izvršioca elementarnih funkcija u oblasti **b** zavisi od karaktera promene amplitude radnog napona:

- o amplituda radnog napona ima stalni intenzitet  $\sigma_a = const.$ , (Slika 2a),
- o amplituda radnog napona ima promenljiv intenzitet  $\sigma_a \neq const.$ , (Slika 2b).

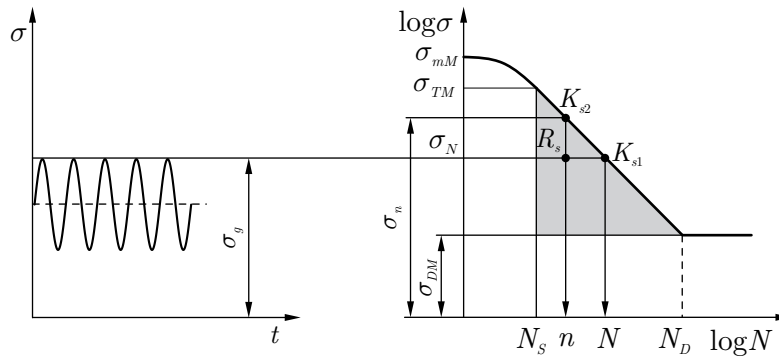


Slika 2 Promena radnog napona u toku vremena

### Radni vek mašinskih delova u slučaju $\sigma_a = const.$

Vremenski ograničena dinamička čvrstoća mašinskog dela  $\sigma_N$ , je nominalni napon u poprečnom preseku mašinskog dela ( $\sigma_{DM} < \sigma_N < \sigma_{TM}$ ), koji pri broju ciklusa promena napona  $N$  ( $N_S < N < N_D$ ), dovodi do dinamičkog razaranja-loma mašinskog dela. Na osnovu jednačine Velerove krive, može se odrediti kritični vek, odnosno broj ciklusa do razaranja mašinskog dela u oblasti vremenski ograničene dinamičke čvrstoće:

$$N = \left( \frac{\sigma_{DM}}{\sigma_N} \right)^m \cdot N_D.$$



Slika 3 Određivanje radnog veka u oblasti vremenski ograničene čvrstoće

Takođe, na osnovu željenog radnog veka, odnosno broja promena napona-ciklusa, može se odrediti potrebna vremenski ograničena dinamička čvrstoća:

$$\sigma_N = \sigma_{DM} \sqrt[m]{\frac{N_D}{N}}.$$

Pri dostizanju graničnog broja ciklusa  $N$  u mašinskom delu bi nastupila kritična pojava, predstavljena tačkom  $K_{s1}$  na Velerovom dijagramu sa Slike 3, pri kojoj isti ne bi mogao da vrši svoju elementarnu funkciju. Radna sposobnost pri datim uslovima bi bila obezbeđena sve do nekog broja ciklusa  $n$  dovoljno manjeg od kritičnog broja ciklusa  $N$ , tj.  $n < N$ , tako da je stepen sigurnosti po kritičnom i radnom veku izražen odgovarajućim brojevima ciklusa:

$$S_N = \frac{N}{n} > 1.$$

S druge strane, radnom broj ciklusa  $n$  odgovara kritičan napon  $\sigma_n$ , što je dato tačkom  $K_{s2}$  na Velerovoj krivoj. Iz jednačine Velerove krive preko koordinata pomenutih tačaka biće:

$$\sigma_n^m \cdot n = \sigma_N^m \cdot N, \quad (1)$$

odakle sledi da je:

$$\frac{N}{n} = \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_N} \right)^m,$$

odnosno:

$$S_N = S_\sigma^m,$$

gde je  $S_\sigma$  stepen sigurnosti po odgovarajućim nivoima kritičnog i radnog napona, pri radnom broju ciklusa  $n$ .

### Radni vek mašinskih delova u slučaju $\sigma_a \neq const.$

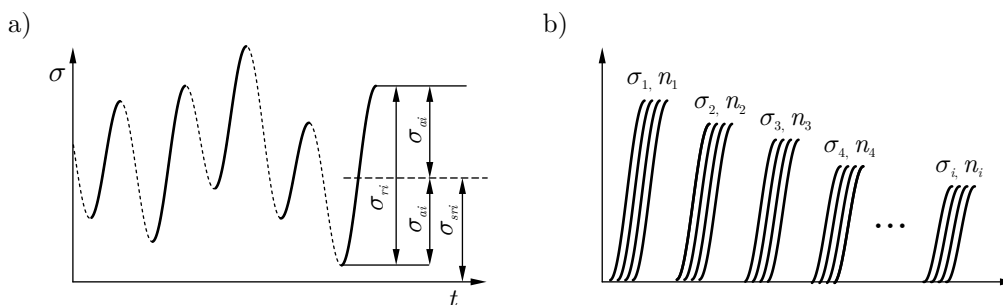
Ponašanje mašinskih delova u uslovima promenljivog opterećenja sa konstantnim amplitudama dovoljno je proučeno zahvaljujući relativno jednostavnom reprodukovanju ovog opterećenja u laboratorijskim uslovima. Malo je mašinskih delova koji su u radnom veku izloženi radnom opterećenju sa konstantnim amplitudama. Tok promene radnog opterećenja diktiran je promenom otpora koji savlađuje radna mašina vršeci koristan rad. Otpori koje savlađuje avion, brod, motorno vozilo, bager itd. imaju slučajni karakter promene, što uslovljava slučajni karakter promene radnog napona (radnog opterećenja) mašinskih delova, Slika 2b. Određivanje dinamičkih karakteristika merodavnih za proveru radne sposobnosti mašinskih delova nalaže reprodukovanje slučajnog karaktera radnog opterećenja u laboratorijskim uslovima, što je veoma teško ostvariti i ekonomski opravdati. U takvoj situaciji rešenje

se našlo u uređenoj prezentaciji slučajnog toka posredstvom spektra opterećenja ili napona.

Na Slici 4a prikazan je slučajan tok promene radnog napona sa označenim veličinama promene, odnosno rasponima:

$$\sigma_{ri} = 2\sigma_{ai},$$

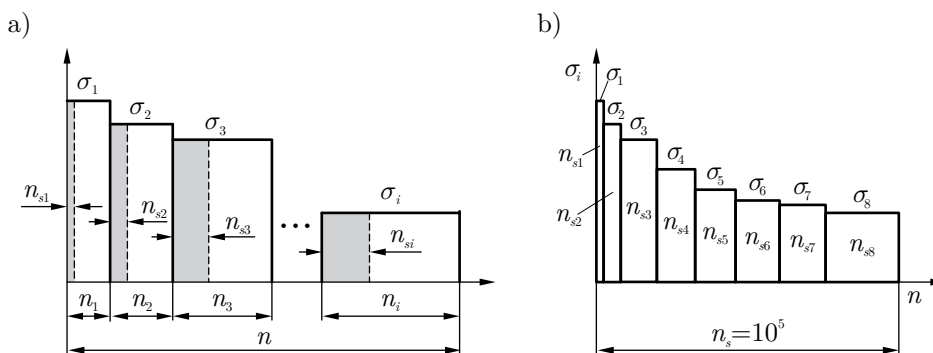
gde je  $\sigma_a$  amplituda promene napona. Srednje vrednosti oko kojih se promene napona dešavaju takođe su promenljive. Potrebno je ostvariti selekciju veličina promene, svrstati ih u klase i utvrditi broj pojava svake od veličina promene, Slika 4b.



Slika 4 Klasiranje slučajnog toka promene radnog napona

Ovako klasirani naponi, predstavljaju se **spektrom napona**, Slika 5a. Spektar napona je uređeni skup promena napona sa ukupnim brojem ciklusa  $n$ , koji pokazuje učestće svakog nivoa napona (kojih najčešće ima osam)  $\sigma_i$  u ukupnom broju ciklusa. To je statistička (uređena) predstava slučajnih promena napona koja omogućuje da se u slučajnom procesu opterećivanja definiše zakonitost u ponašanju i ostvare odgovarajući proračuni i ispitivanja.

Da bi se uzeo u obzir nasumičan redosled pojavljivanja različitih napona, spektar napona (Slika 5a) prevodi se u **jedinični spektar napona**, tako što se broj ciklusa za svaki nivo napona podeli na više manjih brojeva ciklusa  $n_{si}$  unutar iste stepenice, Slika 5b. Podela je izvršena tako da je ukupan broj ciklusa jediničnog spektra  $n_s \approx 10^5$ .



Slika 5 Spektar napona i jedinični spektar napona

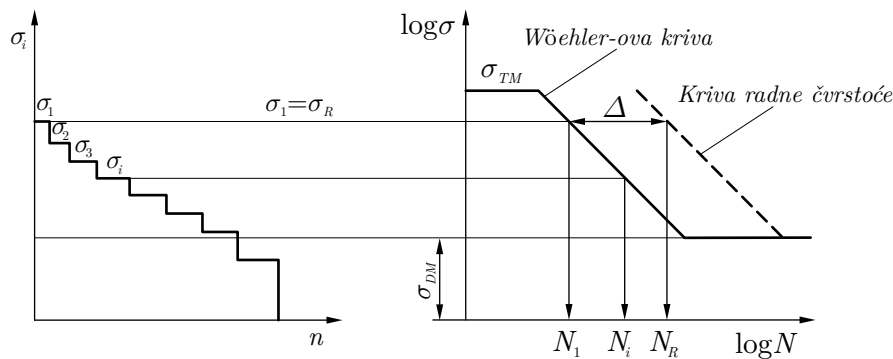
Prikazan jedinični spektar napona se pri ispitivanju mašinskih delova ponavlja sve do loma. Tokom ispitivanja registruje se ukupan broj promena svih napona:

$$N_R = Z \cdot n_s; \quad Z \geq 1,$$

pri kojem dolazi do razaranja – loma ispitivanog uzorka. Najveći napon u spektru ( $\sigma_1$ ) proglašava se **radnom dinamičkom čvrstoćom** ( $\sigma_1 = \sigma_R$ ), a broj ciklusa  $N_R$  predstavlja **radni vek** za eksploatacione radne uslove (opterećenje – napon) koji su reprodukovani u laboratorijskim uslovima

stepenastim spektrom napona.

Ako bi se sprovedla ispitivanja pri konstantnim amplitudama napona do razaranja, za svaki nivo napona u stepenastom spektru napona dobila bi se Velerova kriva (puna linija na Slici 6). Kriva radne čvrstoće pomerena je translatorno, za veličinu  $\Delta$ , u odnosu na Velerovu krivu (isprekidana linija na Slici 6). Veličina translacije zavisi od intenziteta i učešća velikih napona u spektru napona. Što je intenzitet i učešće ovih napona u spektru napona veće, rastojanje  $\Delta$  između Velerove krive i krive radne čvrstoće je sve manje.



Slika 6 Velerova kriva i kriva radne (pogonske) čvrstoće

Postupak eksperimentalno određenog radnog veka i radne dinamičke čvrstoće nije našao potpunu ekonomsku opravdanost kako zbog velikog broja različitih mašinskih delova, tako i zbog velikog broja različitih radnih uslova (različite funkcije  $F(t)$  i  $\sigma(t)$  kod istih mašinskih delova). Imajući u vidu ove činjenice i veliku potrebu za što preciznijim određivanjem radnog veka (broja ciklusa  $N_R$ ) mašinskih delova u radnim uslovima, pristupilo se iznalaženju načina za određivanje radnog veka na osnovu rezultata ispitivanja sa konstantnim amplitudama, tj. na osnovu Velerove krive. Pionirski korak u ovom pravcu napravio je švedski inženjer Palmgren (1924) ispitujući radni vek kotrljajućih ležaja. Osnovna ideja zasnovana je na pretpostavci da svaki napon  $\sigma_i$  iz spektra napona izaziva parcijalnu količinu oštećenja, u vidu zamora, koja je srazmerna odnosu broja ciklusa:

$$\frac{n_i}{N_i},$$

gde su

$n_i$  – broj promena napona u  $i$ -toj stepenici,

$N_i$  – broj promena napona do loma pri konstantnim amplitudama napona (na osnovu Velerove krive).

Do razaranja – loma dolazi kada zbir parcijalnih oštećenja:

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_i}{N_i} + \dots + \frac{n_k}{N_k},$$

dostigne kritičnu vrednost, tj. kada se ispuni sledeći uslov:

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = 1, 0.$$

Na osnovu ovog uslova i činjenice da je kriva radne dinamičke čvrstoće približno paralelna sa Velerovom krivom, može se odrediti broj ciklusa  $N_R$ , tj. radni vek mašinskog dela poznavajući parametre spektra radnog napona ( $\sigma_i$ ,  $n_i$ ,  $n_s$ ) i veličine ( $N_1$ ,  $m$ ) iz Velerove krive, prema sledećem izrazu:

$$N_R = \frac{N_1}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_1}\right)^m \left(\frac{n_i}{n_s}\right)}$$

Ovaj izraz je dobijen pod pretpostavkom da naponi manji od trajne dinamičke čvrstoće ne utiču na razaranje (zamor) mašinskih delova.

### Primena hipoteze o linearnoj akumulaciji oštećenja na kotrljajne ležaje

Na osnovu eksperimentalnih ispitivanja delova kotrljajnih ležaja dobijena je veza između površinske dinamičke čvrstoće ( $\sigma_{DH}$ ) i graničnog broja ciklusa  $N$  pri kome se još ne pojavljuju znakovi razaranja kontaktnih površina. Eksperimentalna kriva, kriva površinskog zamaranja Slika 6a, dobijena ispitivanjem delova izrađenih od uobičajenih legiranih čelika, površinski otvrdnjavanih, ima isti karakter kao i kriva zapreminskog razaranja (Velerova kriva) u oblasti vremenski ograničene čvrstoće i može se sa zadovoljavajućom tačnošću prikazati jednačinom:

$$\sigma_{DH}^m \cdot N = const.,$$

odnosno, izražena preko radnog opterećenja:

$$F^\alpha \cdot N = const.,$$

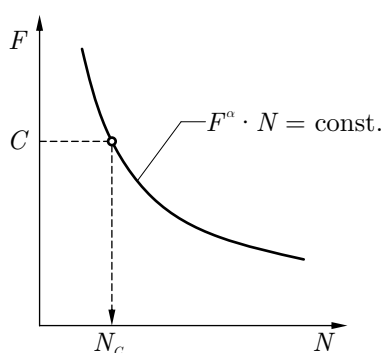
gde je  $F$  radno opterećenje ležaja u vidu sile konstantnog pravca smera i intenziteta, a  $\alpha$  eksponent koji zavisi od oblika kotrljajnih tela ( $\alpha = 3$  – za kuglične ležaje,  $\alpha = 10/3$  – za valjčane ležaje). Na osnovu definicije dinamičke nosivosti i Slike 6a, može se napisati:

$$F^\alpha \cdot N = C^\alpha \cdot N_C,$$

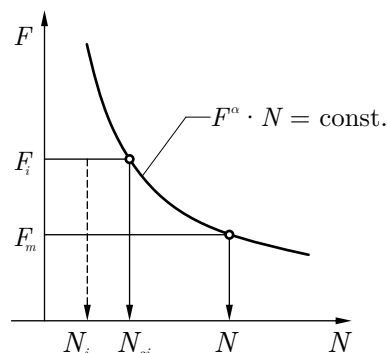
odnosno:

$$\left(\frac{C}{F}\right)^\alpha = \frac{N}{N_C},$$

gde je  $C$  dinamička nosivost ležaja, a  $N_C = 10^6$  granični broj ciklusa.



Slika 6a



Slika 6b

U praksi je čest slučaj da se opterećenje i učestanost obrtanja ležaja menjaju u toku vremena. To otežava tačnu procenu radnog veka. Ako je radno opterećenje ležaja promenljivog intenziteta tako da u određenim vremenskim intervalima  $t_i$  ima različite vrednosti ekvivalentnog opterećenja  $F_i$ , pri čemu i učestanosti obrtanja  $n_i$  mogu biti različite, onda je broj ciklusa svakog opterećenja u radnom veku ležaja:

$$N_i = n_i \cdot t_i \quad (i = 1 \dots k),$$

a ukupan broj ciklusa u radnom veku:

$$N = \sum_{i=1}^k N_i.$$

Da bi se u ovakvom slučaju mogla primeniti opšta jednačina radnog veka ležaja<sup>1</sup> potrebno je da se odredi ono konstantno opterećenje  $F_m$  koje na ležaj ima isti uticaj kao i opterećenje stepenastog karaktera. Pri ovom fiktivnom radnom opterećenju konstantnog intenziteta  $F_m$  ležaj bi imao isti radni vek kao kada je izložen promenljivom radnom opterećenju.

Svakom opterećenju  $F_i$  odgovara neki granični broj ciklusa  $N_{gi}$ , pri kome bi došlo do zamora, odnosno do razaranja kontaktnih površina ležaja, Slika 6b. Ako je  $N_i$  ostvareni broj ciklusa opterećenja  $F_i$ , onda odnos  $N_i/N_{gi}$  predstavlja stepen oštećenja. Prema ranije iznešenoj hipotezi o linearnoj akumulaciji oštećenja, u trenutku razaranja, suma ovih količnika jednaka je jedinici:

$$\sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_{gi}} = 1.$$

Na osnovu izraza (Slika 6b):

$$F_i^\alpha \cdot N_{gi} = F_m^\alpha \cdot N,$$

može se izraziti granični broj ciklusa za  $i$ -to opterećenje:

$$N_{gi} = \sum N_i \left( \frac{F_m}{F_i} \right)^\alpha.$$

Na osnovu prethodnih jednačina sledi izraz za ekvivalentno radno opterećenje ležaja konstantnog intenziteta:

$$F_m = \sqrt[\alpha]{\frac{1}{\sum N_i} \sum_{i=1}^k N_i \cdot F_i^\alpha}.$$

Za ovako određeno radno opterećenje može se izračunati srednja učestanost obrtanja:

$$n_m = \frac{1}{\sum N_i} \sum_{i=1}^k N_i \cdot n_i.$$

### Primer

Odrediti radni vek ležaja 6310 prenosnika snage koji radi u uslovima promenljivog opterećenja i učestanosti obrtanja. Radijalno opterećenje ležaja  $F_{ri}$ , učestanost obrtanja  $n_i$  i broj ciklusa svakog opterećenja  $N_i$  u radnom veku za odgovarajući režim rada dati su u tabeli. Temperatura ležaja u radu je manja od 100°C.

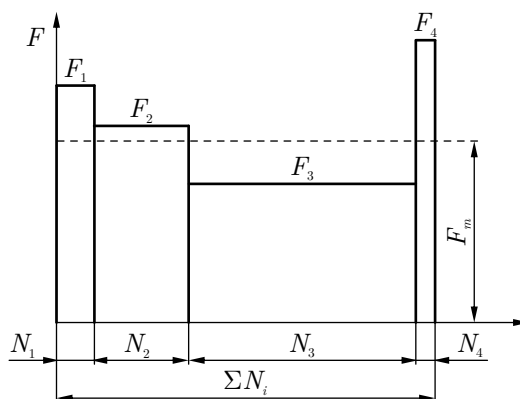
1.	$F_{r1} = 9400 \text{ N}$	$n_1 = 250 \text{ min}^{-1}$	$N_1 = 10\%$
2.	$F_{r2} = 7850 \text{ N}$	$n_2 = 300 \text{ min}^{-1}$	$N_2 = 25\%$
3.	$F_{r3} = 5500 \text{ N}$	$n_3 = 450 \text{ min}^{-1}$	$N_3 = 60\%$
4.	$F_{r4} = 11200 \text{ N}$	$n_4 = 125 \text{ min}^{-1}$	$N_4 = 5\%$

<sup>1</sup>Mašinski elementi 1 – Radni vek kotrljajnih ležaja

Ekvivalentno opterećenje:

$$F_m = \sqrt[\alpha]{\frac{1}{\sum N_i} \sum_{i=1}^k N_i \cdot F_i^\alpha} = \sqrt[3]{\frac{1}{100} (10 \cdot 9400^3 + 25 \cdot 7850^3 + 60 \cdot 5500^3 + 5 \cdot 11200^3)} = 7205 \text{ N},$$

gde je  $\alpha = 3$  za kuglične kotrljajne ležaje, a  $k = 4$  na osnovu podataka iz tabele.



Primenjujući poznati izraz iz Mašinskih elemenata 1, radni vek ležaja izloženog promenljivom opterećenju je:

$$L_h = \frac{N_C}{n_m} \left( \frac{k_t \cdot C}{F_m} \right)^3 = \frac{10^6}{376,25 \cdot 60} \left( \frac{1 \cdot 59}{7,205} \right)^3 = 24325 \text{ časova rada},$$

gde je:

$C=59$  kN – dinamička nosivost ležaja 6310 (tablična vrednost),

$k_t=1$  – faktor temperature za  $t < 100^\circ\text{C}$ ,

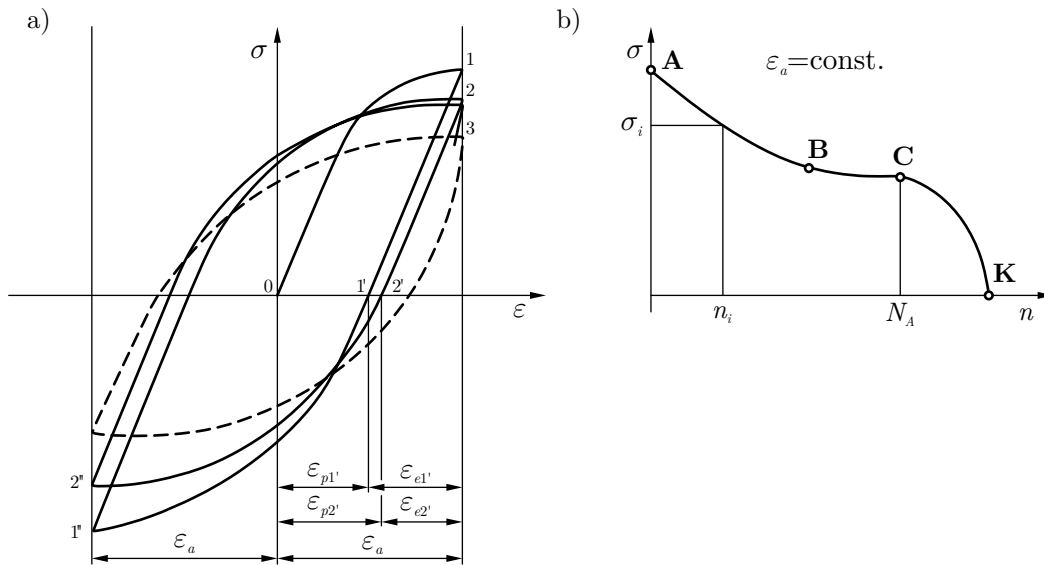
$n_m$  – srednja učestanost obrtanja:

$$n_m = \frac{1}{\sum N_i} \sum_{i=1}^k N_i \cdot n_i = \frac{1}{100} (10 \cdot 250 + 25 \cdot 300 + 60 \cdot 450 + 5 \cdot 125) = 376,25 \text{ min}^{-1}.$$

### Radni vek mašinskih delova u oblasti *malociklusnog zamora*

Proračuni mašinskih delova proučeni u predmetu *mašinski elementi* zasnovani su na pretpostavci da u svakom vlaknu mašinskog dela vladaju elastične deformacije. Ova pretpostavka u slučaju neravnomerne raspodele napona po poprečnom preseku mašinskih delova zbog izvora koncentracije napona iziskuje mašinske delove velikih poprečnih dimenzija, odnosno velike mase. Da bi se ovaj problem prevazišao, najnovija istraživanja su pokazala da se kod najopterećenijih vlakana mašinskih delova mogu dozvoliti male plastične deformacije, ako tokom radnog veka broj promena napona nije veći od  $\approx 10^4$  ciklusa. Pri tome radna sposobnost mašinskog dela nije narušena pošto on kao celina ostaje u oblasti elastičnosti. Kritične karakteristike materijala u elasto-plastičnoj oblasti merodavne za procenu radne sposobnosti mašinskih delova dobijaju se eksperimentalnim putem. Ispitivanje se sprovodi pri konstantnim amplitudama deformacije ( $\varepsilon_a$ ). Tokom ispitivanja registruje se (crta) dijagram zavisnosti između napona i deformacije u elastoplastičnoj oblasti. Dobijene krive nazivaju se **histereze** (linije 0-1-1'-1''-2; 2'-2''-3...), Slika 7a.

Kako proces razaranja (zamaranja) materijala napreduje usled transformacije elastičnih deformacija ( $\varepsilon_e$ ) u plastične ( $\varepsilon_p$ ) razlika vrhova napona između susednih histereza postaje sve manja i manja, dok



Slika 7 Tok zamaranja u oblasti malociklusnog zamora

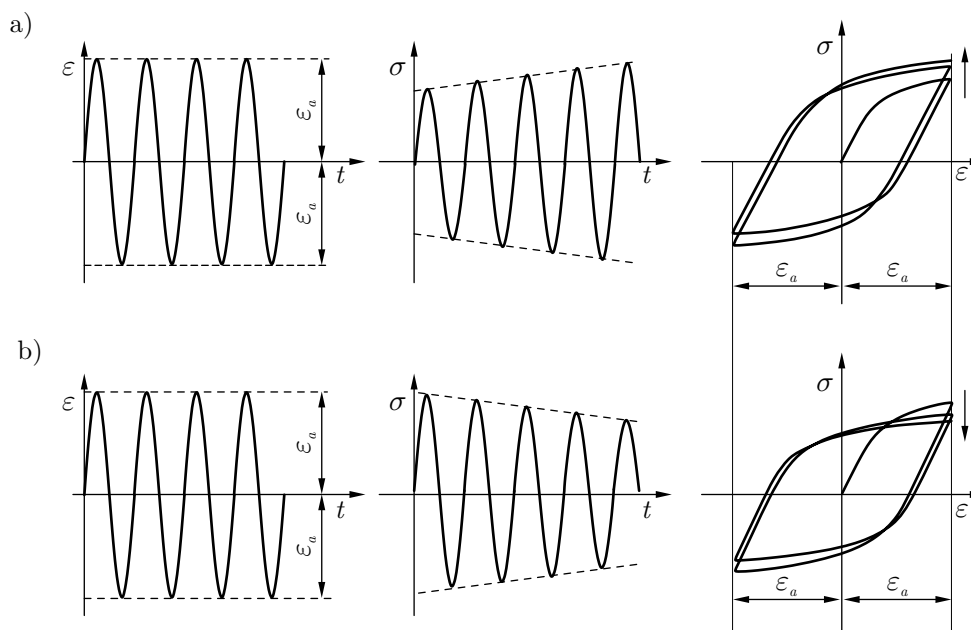
ne postane zanemarljivo mala, što odgovara zatvorenoj histerezi (crtkasta linija na dijagramu sa Slike 7a). Tokom ispitivanja registruju se vrhovi napona ( $\sigma_i$ ) svake histereze i odgovarajući broj promena – ciklusa ( $n_i$ ). Na osnovu ovih podataka prikazuje se zavisnost  $\sigma_i = f(n_i)$ , Slika 7b.

Dobijena kriva opisuje ponašanje materijala tokom procesa malociklusnog zamaranja. Proces zamaranja (razaranja) materijala u oblasti **AB** znatno napreduje, u oblasti **BC** ima blagi tok, dok u oblasti **CK** ima nagli porast. Ovaj nagli porast razaranja objašnjava se pojavom prsline u materijalu (u tački **C** toka krive zamaranja), koja brzo dovodi do totalnog razaranja-loma (tačka **K** na dijagramu). Na osnovu prikazane zavisnosti sledi da pojava prsline odgovara prevojnoj tački (tačka **C**) krive toka zamaranja. Broj ciklusa  $N_A$  pri kojem se formira prsline veoma je važna karakteristika koja se koristi za procenu radnog veka mašinskih delova i sklopova.

Na primeru sa Slike 7, pokazano je da se za istu vrednost amplitude deformacije  $\varepsilon_a$  amplituda napona smanjuje. Ovo je karakteristika materijala koji *ciklično slabe*. Nasuprot ovim materijalima, postoje materijali koji *ciklično jačaju*. Kod ovakvih materijala, svaki sledeći ciklus opterećivanja zahteva veću vrednost intenziteta napona, kako bi amplituda deformacije ostala nepromenjena. Na Slici 8 prikazani su uporedni dijagrami materijala koji ciklično jačaju (Slika 8a) i ciklično slabe (slika 8b). Kod obe grupe materijala posle određenog broja ciklusa amplituda napona ima tendenciju stabilizovanja, što odgovara zatvorenoj histerezi.

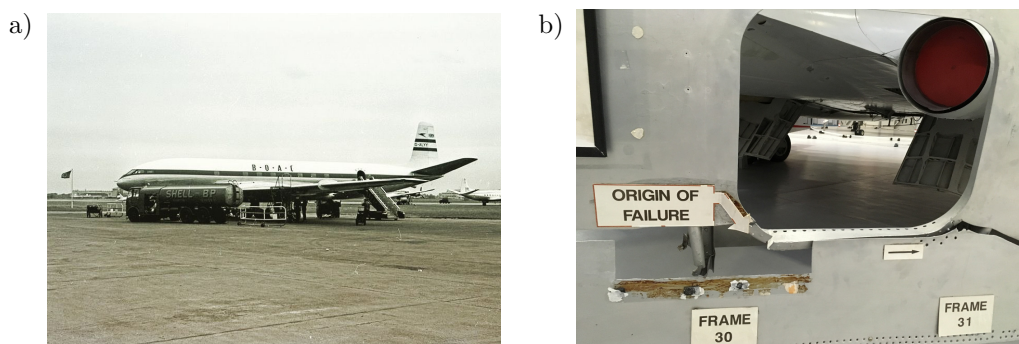
Ako je visok odnos napona  $\sigma_m/\sigma_T$ , može da se očekuje da će materijal ciklično da ojačava tokom izlaganja promenljivom opterećenju kada relativne deformacije postaju plastične. Suprotno, ako je odnos napona  $\sigma_m/\sigma_T$  nizak, onda dolazi do cikličnog slabljenja materijala. Kombinovanjem podataka koji su dobijeni statičkim ispitivanjem i podataka o ponašanju materijala tokom ispitivanja na zamor, određen je kriterijum koji može da predvidi ponašanje materijala tokom cikličnog opterećivanja. Definisane su dve granične vrednosti odnosa  $\sigma_m/\sigma_T$ :

- ukoliko je  $\sigma_m/\sigma_T > 1,4$  materijal će verovatno da ojačava,
- ukoliko je  $\sigma_m/\sigma_T < 1,2$  materijal će verovatno da slabi,
- za vrednosti između 1,2 i 1,4 ne postoji pouzdan zaključak, koji može da se jedinstveno primeni, pošto je utvrđeno da pod ovim uslovima, neki materijali ciklično ojačavaju, a neki slabe.



Slika 8 Ciklično: a) jačanje, b) slabljenje materijala

Kao posledica malociklusnog zamornog razaranja tipičan primer predstavljaju tri katastrofalna rušenja prvih u svetu proizvedenih putničkih turbomlaznih aviona tipa *Comet* firme *De Havilland*, Slika 9a. Ova rušenja su se desila 1954. godine, za manje od godinu dana od uvođenja u upotrebu, pri čemu je utvrđeno da je uzrok bio zamor materijala na ramu prozora, na kabini aviona, Slika 9b. Primarni ciklus opterećenja trupa nastaje usled promene pritiska u kabini aviona između 1 bar na tlu do 1,58 bar na visini leta. Karakterističan je bio relativno mali broj ciklusa promene pritiska u kabini koji je prouzrokovano zamorni lom. Rušenje aviona u januaru 1954. nastalo je posle 1200 ciklusa za vreme 3500 sati letenja, a u aprilu iste godine posle 900 ciklusa za vreme 2700 sati letenja. Zamorna naprslina je nastala na prelaznom zaobljenju oplata rama prozora pravougaonog oblika oslabljene brojnim otvorima za zakivanje koji su osim toga bili i vrlo jak izvor koncentracije napona. Ova rušenja su izazvala strahovite gubitke i skrenula pažnju na značaj istraživanja pojave zamora materijala. Za razliku od uobičajene pojave zamora, ovakav vid zamora ima relativno mali broj ciklusa do zamornog loma, u toku kojih se pojavljuju značajne plastične deformacije. Sami ciklusi su relativno dugotrajni, u pomenutom slučaju oko 2,5 sati sa ponavljanjem ciklusa u proseku na svaka 3 sata leta.



Slika 9 Prvi komercijalni turbomlazni avion *Comet*, sa detaljem mesta izvora i putanjom propagacije prsline u oplati