

## Други колоквијум из предмета Математика 2 - смене 1 и 3

### 1. група

(Задатак из градива Првог колоквијума) Написати први и други диференцијал функције  $u(x, y) = \ln(2 + x^2 - y^2)$ , као и њен Маклоренов полином 2. степена. (7п)

- а) Да ли тачка  $M(4, 1, 2)$  припада површи  $3^{\frac{x}{z}} + 3^{\frac{z}{y}} = 18$ ? Образложити одговор и уколико је потврдан, написати једначину тангентне равни и нормале на ову површ у тачки  $M$ , као и Тејлоров полином 1. и 2. степена функције  $z = z(x, y)$  у околини тачке  $M$ . Како гласи  $dz$  (у функцији од  $x, y, z$ )? (9п)  
б) Написати једначину тангентне равни и нормале на површ  $x = \varphi\sqrt{2}$ ,  $y = \rho \cos \varphi$ ,  $z = \rho \sin \varphi$  у тачки  $(-\pi\sqrt{2}, -\sqrt{2}, 0)$  уколико јој иста припада. (4п)
- Под претпоставком да су функције  $f$  и  $g$  непрекидне и диференцијабилне довољан број пута, одредити везу између  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  и  $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ , где је  $u(x, y) = f(2024x + 2023y) + g(2024x - 2023y)$ . (9п)
- Наћи локалне екстремне вредности функције  $f(x, y) = 2x(y - 1) + \ln(2xy - y)^2$ . (9п)
- Решити диференцијалне једначине 1. реда:
  - $$y' = \frac{2xy + 1}{y - x^2},$$
а затим одредити ону интегралну криву која сече праву  $y = -2$  под углом од  $60^\circ$ ; (8п)  
б)  $T' + 1 - t(T')^3 = 0$ ,  $T = T(t)$  и наћи (ако постоји) оно решење које испуњава почетне услове  $T(2) = 11$ ; (6п)  
в)  $H' = \frac{H + 2}{h - 1} + \operatorname{tg} \frac{H + 2}{h - 1}$ ,  $H = H(h)$ . (6п)
- Наћи фамилију кривих ортогоналну на фамилију кривих  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = C$  (9п)

Александар Пејчев  
Славиша Пантелић

#### Напомена:

Потписати овај папир и предати га са решењем задатака.

**СРЕЋНО!!!**

## Други колоквијум из предмета Математика 2 - смене 1 и 3 2. група

(Задатак из градива Првог колоквијума) Написати први и други диференцијал функције  $u(x, y) = \ln(2 + y^2 - x^2)$ , као и њен Маклоренов полином 2. степена. (7п)

- а) Да ли тачка  $M(1, 4, 2)$  припада површи  $3^{\frac{y}{z}} + 3^{\frac{z}{x}} = 18$ ? Образложити одговор и уколико је потврдан, написати једначину тангентне равни и нормале на ову површ у тачки  $M$ , као и Тејлоров полином 1. и 2. степена функције  $z = z(x, y)$  у околини тачке  $M$ . Како гласи  $dz$  (у функцији од  $x, y, z$ )? (9п)  
б) Написати једначину тангентне равни и нормале на површ  $x = \varphi\sqrt{3}$ ,  $y = \rho \sin \varphi$ ,  $z = \rho \cos \varphi$  у тачки  $(-\pi\sqrt{3}, 0, -\sqrt{3})$  уколико јој иста припада. (4п)
- Под претпоставком да су функције  $f$  и  $g$  непрекидне и диференцијабилне довољан број пута, одредити везу између  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  и  $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ , где је  $u(x, y) = f(2023x + 2024y) + g(2023x - 2024y)$ . (9п)
- Наћи локалне екстремне вредности функције  $f(x, y) = 2y(x - 1) + \ln(2xy - x)^2$ . (9п)
- Решити диференцијалне једначине 1. реда:
  - $$y' = \frac{2xy + 1}{y - x^2},$$
а затим одредити ону интегралну криву која сече праву  $y = -2$  под углом од  $45^\circ$ ; (8п)  
б)  $t(T')^3 - T' - 1 = 0$ ,  $T = T(t)$  и наћи (ако постоји) оно решење које испуњава почетне услове  $T(2) = 10$ ; (6п)  
в)  $H' = \frac{H - 2}{h - 1} + \operatorname{tg} \frac{H - 2}{h - 1}$ ,  $H = H(h)$ . (6п)
- Наћи фамилију кривих ортогоналну на фамилију кривих  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = C$  (9п)

Александар Пејчев  
Славиша Пантелић

### Напомена:

Потписати овај папир и предати га са решењем задатака.

**СРЕЋНО!!!**