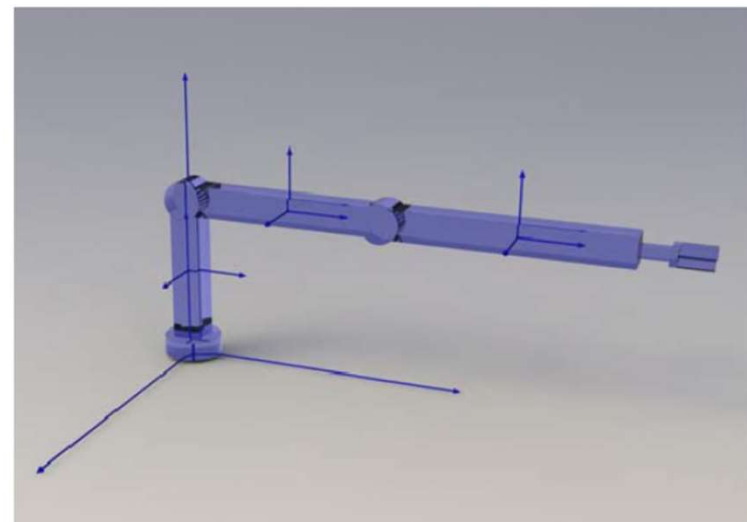


# Основе управљања роботских система

- Роботски систем са аспекта АУ у општем случају представља један нелинеарни вишеструко преносни нестационарни динамички систем.
- Задатак управљања: *Обезбедити промену управљачких величина тако да завршни уређај РС оствари захтевано кретање у простору.*



Пројектовање система управљања



Упознавање са физичким системом



Моделирање



спецификација управљачких  
захтева: стабилност, позиционо управљање,  
праћење трајекторија, оптимизација



Управљање из скупа допустивих управљања  $u \in G_u \subset U_r$

*Циљ управљања. Функција циља*

*Циљ управљања:* РС из почетног стања  $S_0$ , пређе у стање  $S_1$ , током временског интервала  $[t_0, t_1]$

Ако међу допустивим управљањима постоје таква која обезбеђују остварење постављеног циља управљања онда је систем *управљив*.

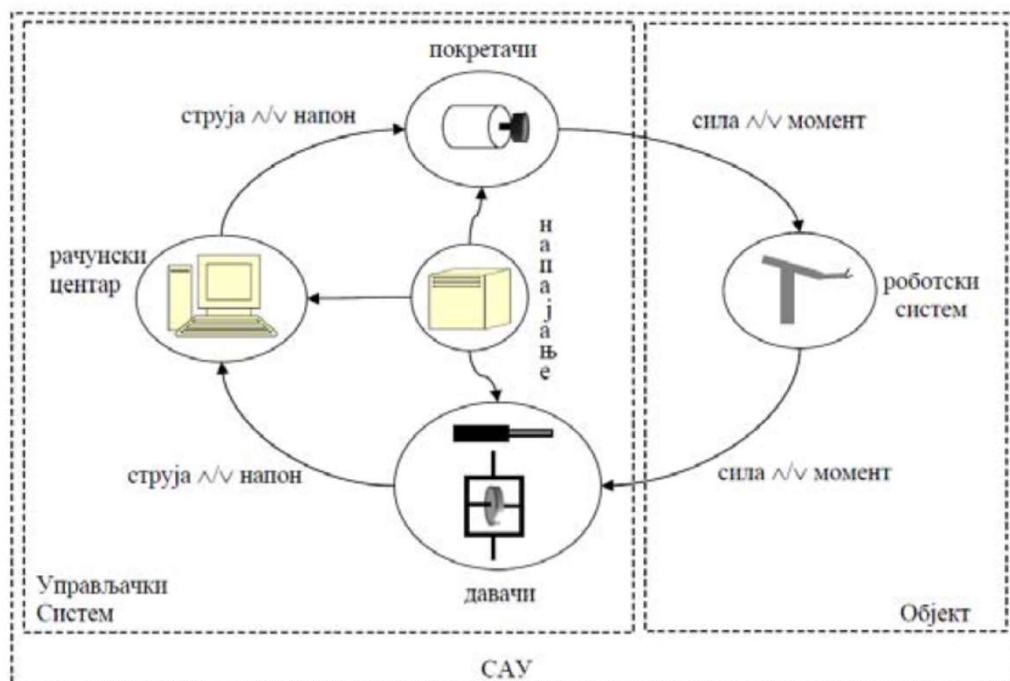
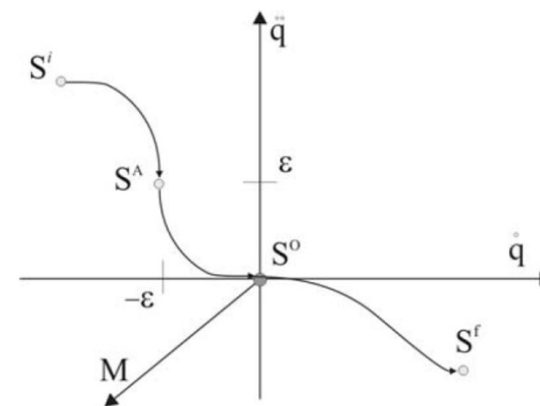
*Калманов услов управљивости* је напознатији и он је био постављен за линеарне стационарне динамичке системе. Он се може користити само за линеаризоване нелинеарне механичке системе. За нелинеарне системе услови управљивости “у малом” су дати од стране (Красовскии, 1968; Кирилова и Габасов, 1971).

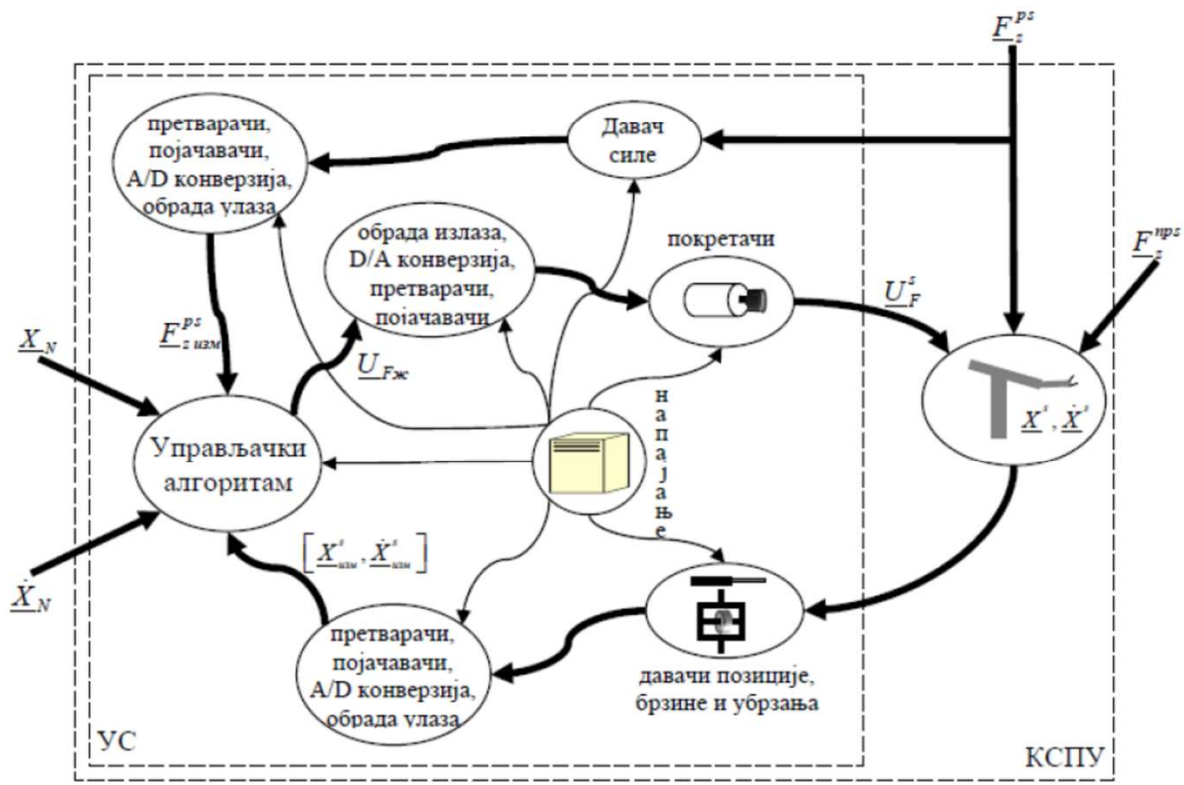
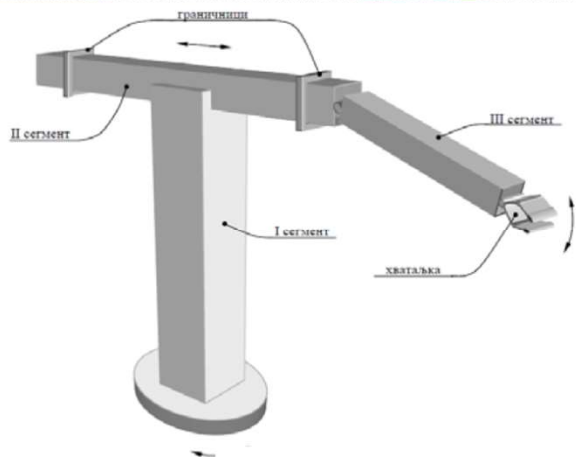
## Нелокални критеријум управљивости за чисто механичке системе

Случај нелинеарних система у нелокалној формулацији (Матјухин 2004)

деталније: видети Хандоут

Критеријум управљивости има једноставно физичко објашњење: да управљачке силе доминирају у односу на друге генералисане силе (силе теже, силе вискозног трења, итд.). Доминација се огледа у брзини промене управљачке силе. *Наиме актуаторски систем треба бити „довољно снажан“ и да ради „довољно брзо“.*





## Моделирање

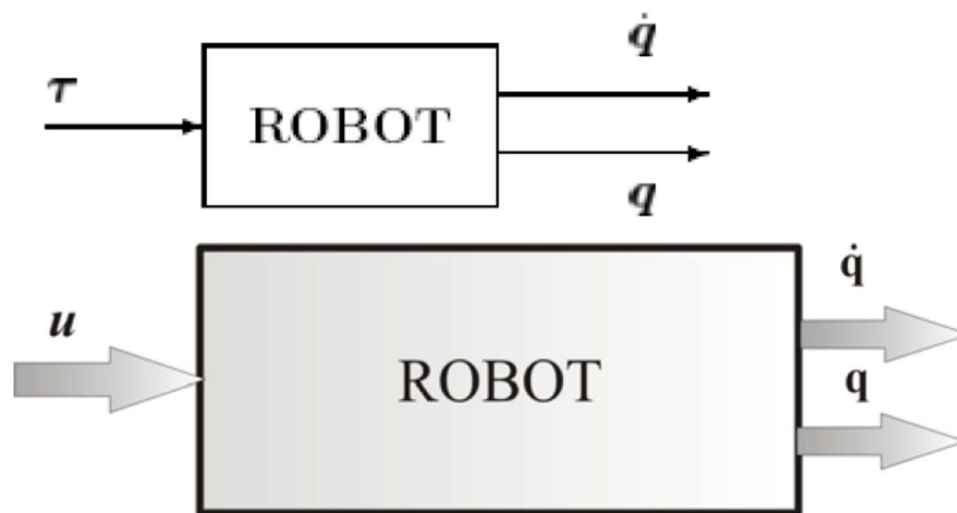
Одређивање егзактног модела значајан задатак за у оквиру пројектовања управљачког система за РС. Добијање модела у математичком или функционалном облику.

*Модела:*

Екстерне (место у хијерархијском управљању)

*Интерне* (сама структура модела: лин/нелин; стац.-нестац.)

*По начину реализације: параметарске* (конв. аналитички и нумерички модели) *и непараметарске* (метода  $n$  најближих суседа, итеративно управљање)



Пример аналитичког модела:  
Динамика роботског система

$$[a(q)]\ddot{q} + [b(q, \dot{q})]\dot{q} = Q, \Rightarrow \ddot{q} = -[a(q)]^{-1} [b(q, \dot{q})]\dot{q} + [a(q)]^{-1} Q$$

Кинематички модел РС:

$$\dot{\bar{q}} = [J]\dot{q} \Rightarrow \dot{q} = [J]^{-1} \dot{\bar{q}}, \text{ gde je } \bar{q} = f(q)$$

У простору стања

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x) + B(x)u \\ y &= C(x) \end{aligned} \quad \begin{array}{l} U = Q \\ x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \\ y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{q} \\ \dot{\bar{q}} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$A(x) = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ -[a(q)]^{-1} [b(q, \dot{q})]\dot{q} \end{bmatrix}, \quad B(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ [a(q)]^{-1} \end{bmatrix}, \quad C(x) = \begin{bmatrix} f(q) \\ [J(q)]\dot{q} \end{bmatrix}$$

Управљачки систем робота је хијерархијски организован, при чему сваки виши ниво припрема задатак и управља радом нижег нивоа. Нивои управљања су следећи:

1. Актуаторски (извршни ниво) је најнижи ниво и чине га сервоуправљачки актуатори.
2. Тактички ниво управљања представља наредни ниво управљања. Ту се разматрају и уочавају везе између појединих делова роботског система и врши планирање односно расподела кретања на подсистеме зглобова. На овом нивоу се решава инверзни задатак кинематике тако да се одређују кретања зглобова  $q(t)$  па се ово управљање често назива и кинематичко управљање.
3. Стратегијски ниво управљања јесте следећи виши ниво управљања где се врши планирање кретања роботског система. Задаци који се дефинишу на овом нивоу су описне природе, при чему се задатак рашчлањује на елементарне функционалне покрете. У зависности од организације овог нивоа разликује се надгледано управљање (реализација се одвија под сталним надзором) и ненадгледано управљање (без надзора током извршења).
4. Највиши ниво управљања односи се прихватање задатка уз способност логичког расуђивања да анализира сам задатак и одреди одговарајуће операције за извршење постављеног задатка. Овај ниво најчешће садржи елементе вештачке интелигенције, тј. одговарајући експертски систем, или неуронске мреже, примена

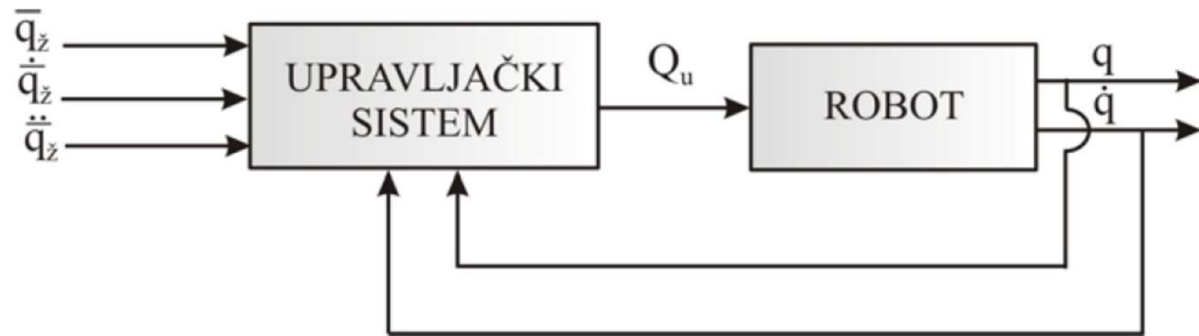
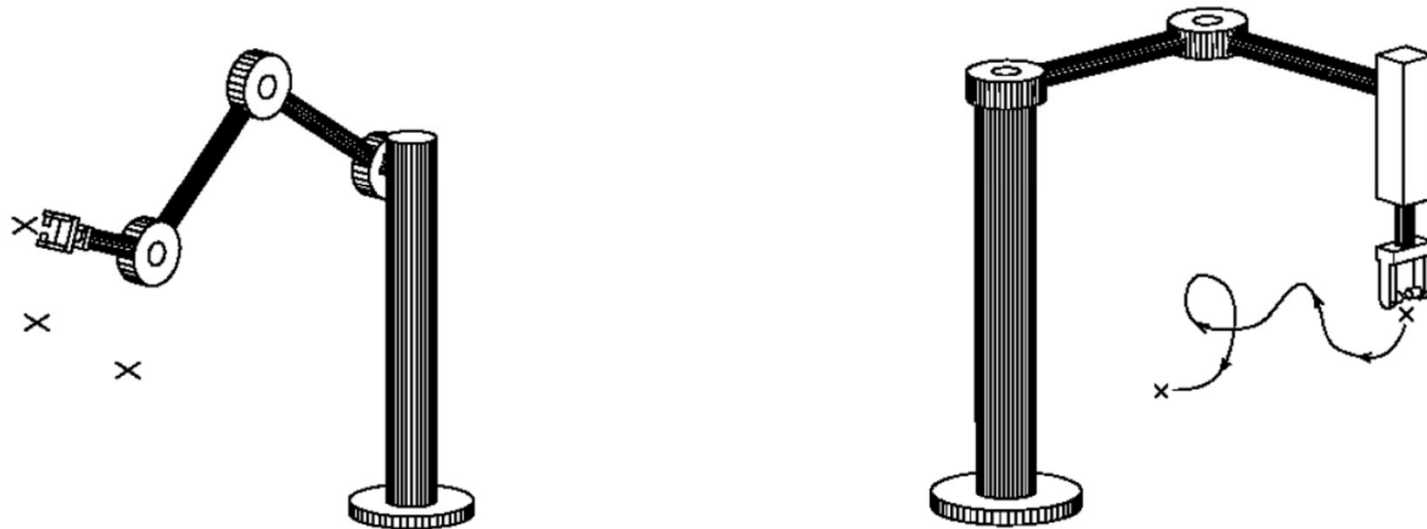
фази логике, генетских алгоритама... тиме се омогућава да на овом нивоу систем управљања има одговарајуће битне карактеристике карактеристике: манипулација великим базама знања, симболично процесирање, способност паралелног процесирања...



Слика 1.1: Нивои управљања

Na актуаторском нивоу управљања уочавају се два основна типа управљања и то управљање од тачке до тачке (*point-to-point control*)

и управљање континуалним кретањем (*continuous path control*).

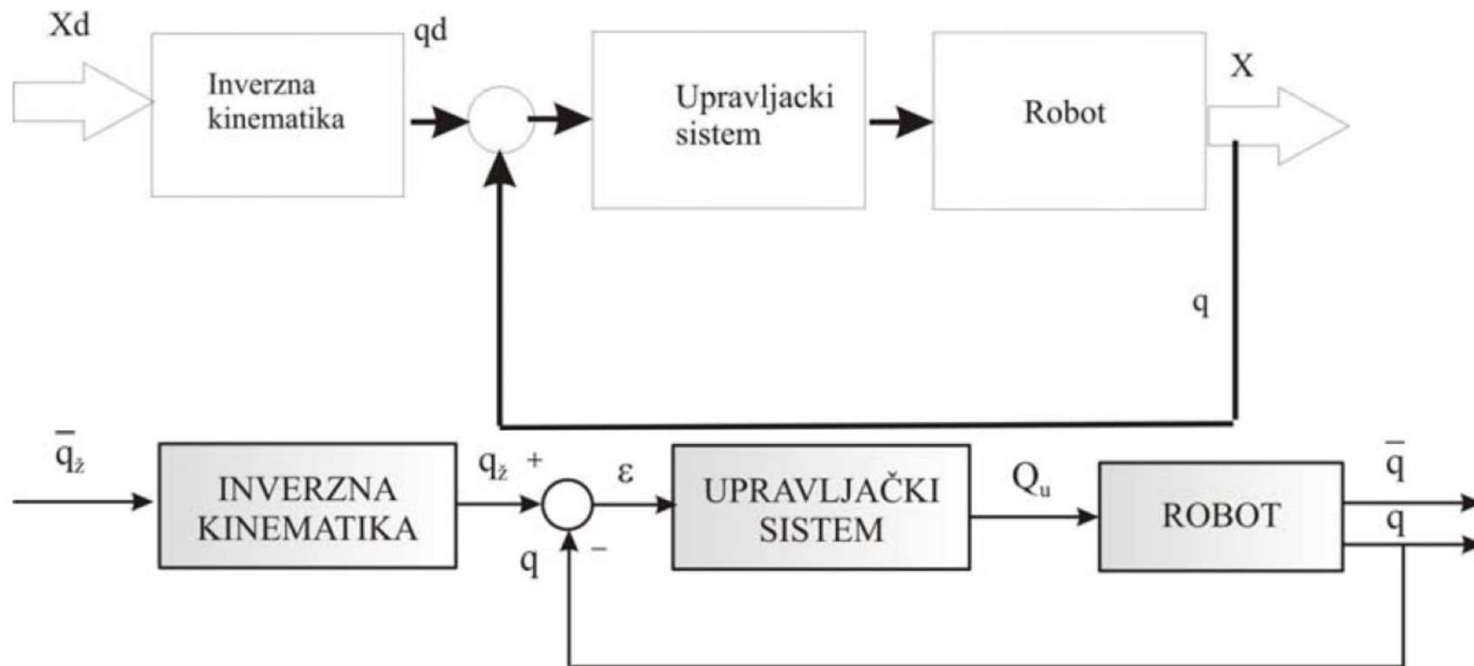


ВРСТЕ УПРАВЉАЊА:

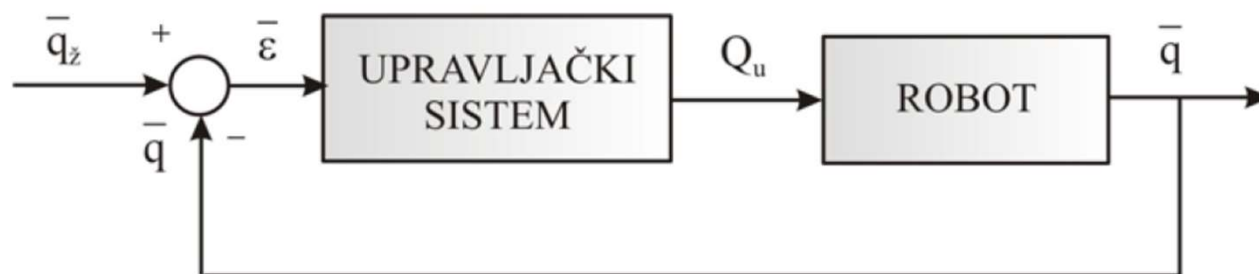
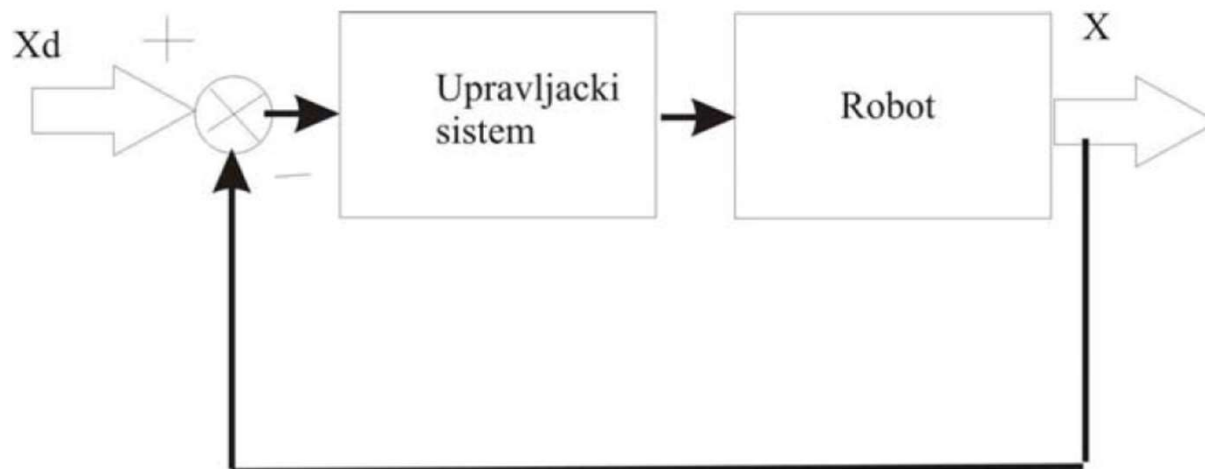
A: У простору стања (у простору зглобова)

Б: У простору излаза (операционом простору)

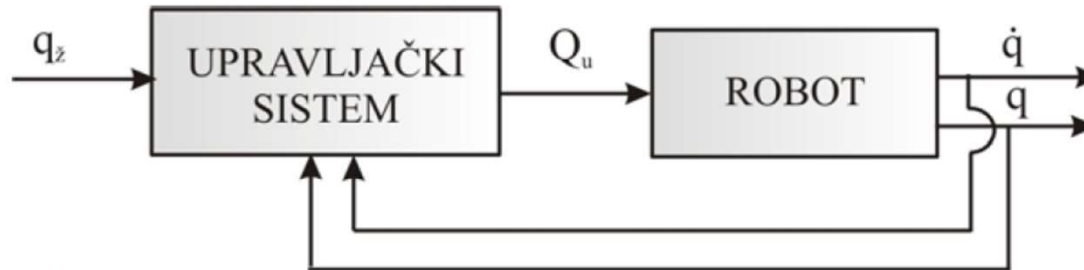
A



Б:



## Позиционо управљање



slika 12.3. strukturni dijagram pozicionog upravljanja

za zadati vektor željenih pozicija  $\underline{q}_z$ , treba naći vektorsku funkciju  $\underline{Q}$  takvu da vektor stvarnih pozicija  $\underline{q}$  teži vektoru željenih pozicija  $\underline{q}_z$ . Formalno rečeno, cilj pozicionog

upravljanja je nalaženje vektorske funkcije  $\underline{Q}$  takve da:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \underline{q}(t) = \underline{q}_z$$

gde  $\underline{q}_z \in \mathbb{R}^n$  vektor konstanta, kojim su predstavljene željene pozicije robotskih segmenata. Prethodna jednakost se može izraziti i na sledeći način:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \underline{\varepsilon} = \underline{0}$$

gde je sa  $\underline{\varepsilon}(t)$  označena poziciona greška, definisana sa  $\underline{\varepsilon}(t) = \underline{q}_z(t) - \underline{q}(t)$ .

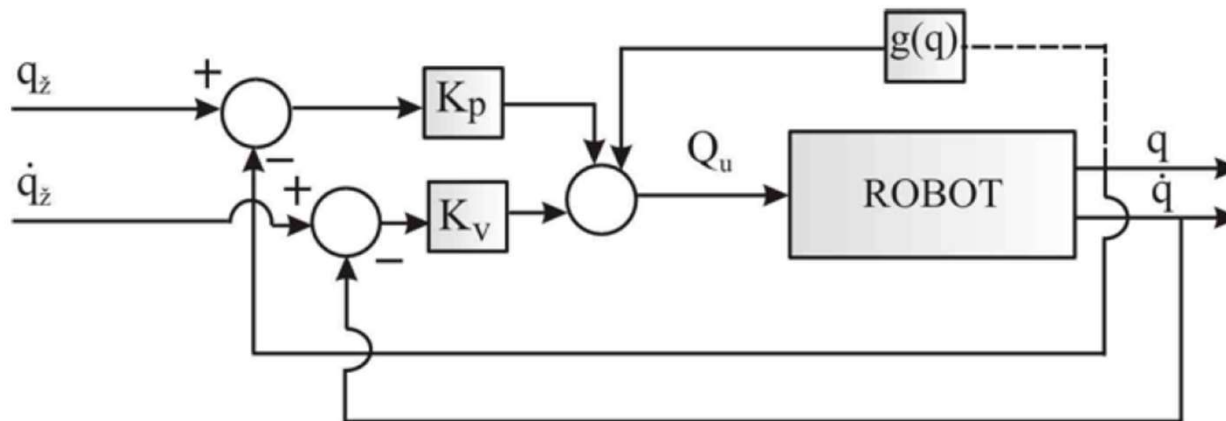
Opšti oblik zakona upravljanja:

$$\underline{Q} = \underline{Q}(\underline{q}, \underline{\dot{q}}, \underline{\ddot{q}}, \underline{q_z}, M(\underline{q}), C(\underline{q}, \underline{\dot{q}}), \underline{g}(\underline{q}))$$

Zatim je potrebno izvršiti analizu stabilnosti (vidi Handout)

*Primer2:* PD (proporcionalno-diferencijalni) algoritam upravljanja sa kompenzacijom dejstva gravitacionih sila, (sl.12.9) je dat sledećom jednačinom

$$Q^a = K_p \varepsilon + K_v \dot{\varepsilon} + g(q),$$



Slika 12.9

gde su sa  $K_p, K_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$  - su označene simetrične, pozitivno određene matrice. Vektorsku funkciju  $g(q)$  uvodimo u odgovarajući zakon upravljanja kod robota koji obavljaju kretanje u vertikalnoj ravni, dok na primer, kod SCARA\* konfiguracije prilikom obavljanja zadatka u horizontalnoj ravni,  $g(q)$  je jednaka nuli jer potencijalna energija sile zemljine teže  $E_p(mg)$  ima konstantnu vrednost. Na taj način, algoritam upravljanja sadrži delimičnu informaciju o dinamičkom modelu robotskog sistema izraženu preko vektorske funkcije  $g(q)$  i time se omogućava dobijanje pojednostavljenog matematičkog modela robotskog sistema..

$$a(q)\ddot{q} + b(q, \dot{q})\dot{q} = Q^a + Q^g \Rightarrow a(q)\ddot{q} + b(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = Q^a ,$$



$$a(q)\ddot{q} + b(q, \dot{q})\dot{q} = K_p \varepsilon + K_d \dot{\varepsilon} .$$

Odgovarajuća jednačina stanja u prostoru stanja dobija se uvođenjem sledećeg vektora stanja  $x = \begin{pmatrix} \varepsilon^T & \dot{\varepsilon}^T \end{pmatrix}^T \in \mathbb{R}^{2n}$  . Imajući u vidu da je  $q = q_z - \varepsilon$  i  $\dot{q} = \dot{q}_z - \dot{\varepsilon}$

dobija se

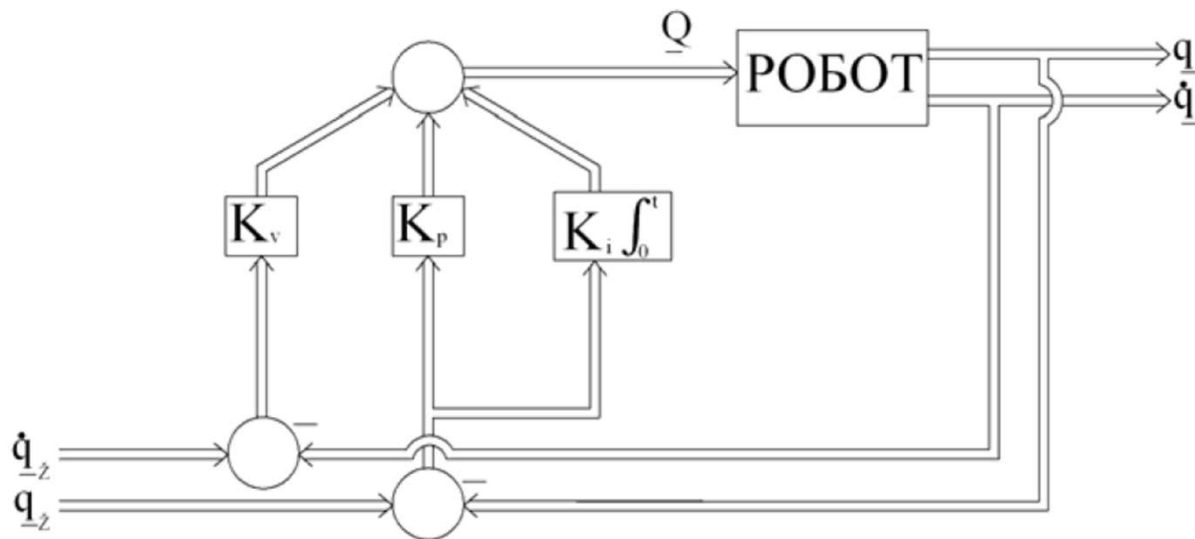
$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \dot{\varepsilon} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \ddot{q}_z - a(q_z - \varepsilon)^{-1} [K_p \varepsilon + K_v \dot{\varepsilon} - b(q_z - \varepsilon, \dot{q}_z - \dot{\varepsilon})(\dot{q}_z - \dot{\varepsilon})] \end{pmatrix}$$

## PID zakon upravljanja


PID zakon upravljanja je :

$$\underline{Q} = K_p \underline{\varepsilon} + K_v \underline{\dot{\varepsilon}} + K_i \int_0^t \underline{\varepsilon}(\sigma) d\sigma$$

gde se matrice  $K_p$ ,  $K_v$  i  $K_i$  respektivno zovu “poziciono, brzinsko i integralno pojačanje” i imaju zajedničku osobinu da su simetrične i pozitivno određene. Slika (5.1) prikazuje blok dijagram ove vrste upravljanja:



slika 5.1 strukturni dijagram PID upravljanja



Danas se većina industrijskih robota upravlja PID zakonom upravljanja. Za razliku od PD upravljačkog algoritma, gde je problem podešavanja parametara upravljačkog sistema bio trivijalan, kod PID upravljačkog algoritma on nije ni malo jednostavan jer je potrebno je podesiti članove simetričnih, pozitivno određenih matrica  $K_p$ ,  $K_v$  i  $K_i$ .