

**Диференцијалне једначине 1.реда - ортогоналне и изогоналне
трајекторије (додатак предавањима и вежбама)**

Пример Наћи фамилију кривих ортогоналну на фамилију кружница $x^2 + y^2 + 2ay = 0$.

Решење: Запишимо једначину дате фамилије у облику

$$\frac{x^2 + y^2}{y} + 2a = 0,$$

а затим диференцирајмо добијену једнакост по x , па ћемо добити

$$\frac{2xy + 2y^2y' - x^2y' - y^2y'}{y^2} = 0, \quad \text{или} \quad 2xy - (x^2 - y^2)y' = 0.$$

Одавде добијамо диференцијалну једначину ортогоналних трајекторија

$$2xyy' - (y^2 - x^2) = 0, \quad \text{или} \quad (2xy dy - y^2 dx) + x^2 dx = 0.$$

Ако последњу једначину поделимо са x^2 , и запишемо у облику

$$d\left(\frac{y^2}{x}\right) + dx = 0.$$

(јасно је да је у питању најобичнија хомогена DJ 1.реда, тј. да није неопходно препознати овај диференцијал) одавде, интеграцијом добијамо

$$\frac{y^2}{x} + x = 2C, \quad \text{или} \quad x^2 + y^2 - 2Cx = 0.$$

Дакле, опет неке кружнице.

Александар Пејчев,

Машински факултет у Београду