Анализа радних места и мерење учинка. Матрица ризика.

Вежба 4

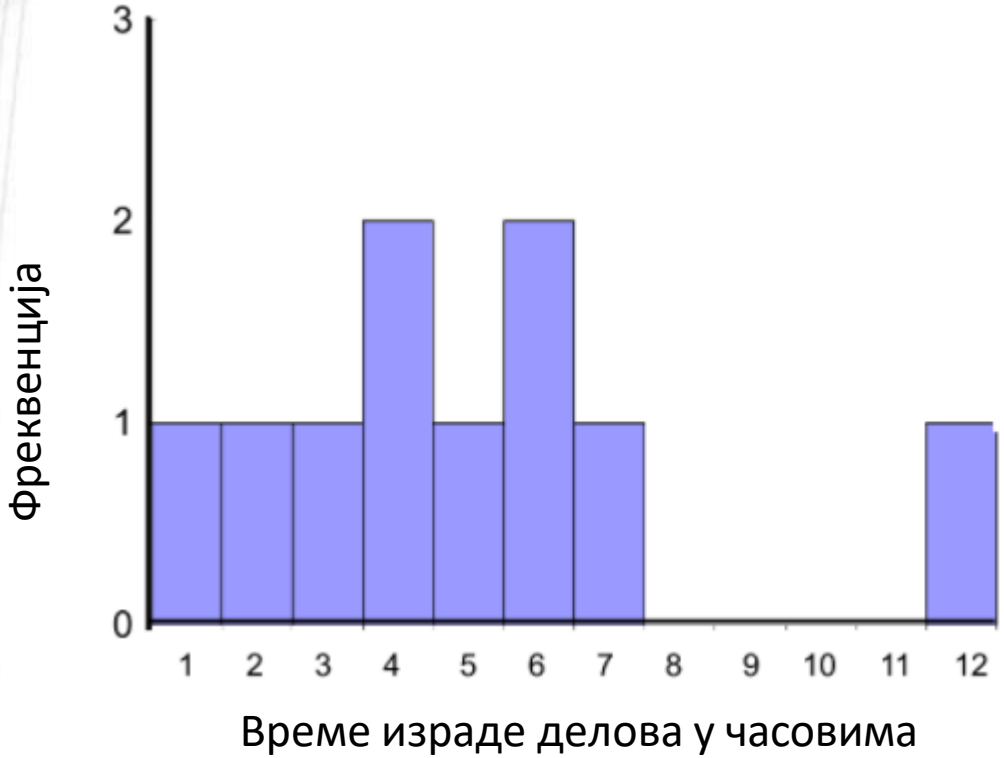
Тестирање хипотеза и анализа радних места и мерење учинка

Задатак:

- У циљу повећања продуктивности у сектору производње, предузеће је решило да тестира колико стимулисање радника утиче на повећање продуктивности. Одабрано је десет металоглодача и случајном избором, пет од њих је добило стимулативне мере, док их пет није добило. Затим је измерено време обраде одређеног дела. Подаци су приказани у табели. Да ли су стимулативне мере утицале на повећање продуктивности радника? Инспекцијом се чини да радници који су добили стимулативне мере, брже обрађују део, али да ли је то статистички значајно?

	Време [у сатима]				
Без стимулација	7	5	6	4	12
Са стимулацијама	3	6	4	2	1

Решење



Хистограм времена израде делова у часовима

Закључак: Подаци се не понашају по нормалној расподели. Такође, узорак је мали ($m_1 = m_2 = 5$), па је потребан непараметарски тест.

Постављање хипотеза

На основу претходног слајда, изводи се тест са нивоом значајности од 5% (α=0,05).

Хипотезе:

Инжењерски:

- H_0: Стимулативне мере нису утицале на продуктивност радника.
- H_1: Стимулативне мере су утицале на продуктивност радника.

Математички:

- H_0: Две популације су међусобно једнаке.
- H_1: Две популације нису једнаке.

* Ако је нулта хипотеза тачна, очекује се слично време обраде дела у свакој од две групе радника и тада би се очекивало да се виде неки радници који пријављују различите бројеве сати у свакој групи. Чини се да то није случај са посматраним подацима. Потребно је тестирати хипотезе да би се увидело да ли су посматрани подаци доказ статистички значајне разлике у популацијама.

Рангирање података

- Потребно је рангирати податке, а да би се то урадило потребно је поређати податке од најмањег до највећег. Ово се ради на комбинованом или укупном узорку (обједињавање података из две групе третмана n=10) и додељивање рангова од 1 до 10 редом. Такође, морају се пратити групе у укупном узорку.

Рангирање података

		Укупан узорак (од најмањег до највећег)		Ранг	
Без стимулација	Стимулација	Без стимулација	Стимулација	Без стимулација	Стимулација
7	3		1		1
5	6		2		2
6	4		3		3
4	2	4	4	4,5	4,5
12	1	5		6	
		6	6	7,5	7,5
		7		9	
		12		10	

Потребно је узети у обзир да се нижи рангови (нпр. 1, 2 и 3) додељују групи са стимулацијама, док се виши рангови (9 и 10) додељују групи без стимулација. Такође, уколико се два или више пута понове исте вредности, све оне ће имати исти ранг који представља аритметичку средину рангова (места) које заузимају (у овом случају на 4. и 5. месту налазе се исте вредности, дакле аритметичка средина ће бити 4,5 што значи да ће се обема вредностима доделити ранг 4,5.

Рангирање података

- Прво сумирамо рангове у свакој групи. У групи без стимулација сума рангова је 37, док је у групи стимулација тај збир 18.
- Збир рангова ће увек бити једнак $\frac{n(n+1)}{2} = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55$, што је једнако 37+18=55!
- За потребе теста групу без стимулација називамо групом 1, а групу која са стимулацијама, групом 2 (могло је и обрнуто). Са R_1 означиће се збир рангова групе 1 (R_1=37), а са R_2 збир рангова групе 2 (R_2=18).
- Ако је нулта хипотеза тачна очекује се да ће R_1 и R_2 да буду слични. У овом примеру, нижи рангови су груписани у групу 2, а виши у групу 1. Ово је сугестивно, али да ли је примећена разлика у збиру последица случајности? Да би се добио одговор, потребно је извршити статистички тест како би се сумирале информације о узорку и потражила одговарајућа вредност дистрибуције вероватноће.

Статистички тест за Mann–Whitney Utest

- Статистички тест за Mann–Whitney U тест је означен са U и износи мању вредност од U_1 или U_2 дефинисаних изразима:

- $U_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 (n_1+1)}{2} - R_1$
- $U_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2 (n_2+1)}{2} - R_2$

Где су R_1 и R_2 суме ранкова за групи 1, односно групу 2 редом.

- $U_1 = 5 \cdot 5 + \frac{5 \cdot 6}{2} - 37 = 3$
- $U_2 = 5 \cdot 5 + \frac{5 \cdot 6}{2} - 18 = 22$

Дакле, узимамо да је U=3 (**увек се узима мања од две добијене вредности за параметар U**). Да ли ови докази подржавају нулту или истраживачку хипотезу? Пре него што одговоримо на ово питање, размотрићемо опсег статистичког теста U у два различита случаја.

Случај 1

- Размотримо случај у коме постоји потпуна раздвојеност група, подржавајући истраживачку хипотезу да две популације нису једнаке. Ако су сви већи бројеви у групи без стимулација (а самим тим и сви виши рангови), а сви мањи бројеви (и рангови) су у новој групи стимулација и да међу њима нема везе, онда:
- $R_1 = 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 40$ и $R_2 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$
- $U_1 = 5 \cdot 5 + \frac{5 \cdot 6}{2} - 40 = 0$ и $U_2 = 5 \cdot 5 + \frac{5 \cdot 6}{2} - 15 = 25$
- Тада, када постоји јасна разлика у популацијама, U=0.

Случај 2

- Размотримо сада други случај у коме су ниски и високи резултати приближно равномерно распоређени у две групе, подржавајући нулту хипотезу да су групе једнаке. Ако су рангови 2,4,6,8 и 10 додељени времену обраде дела у групи без стимулација, а рангови 1,3,5,7 и 9 су додељени времену обраде дела у групи са стимулацијом, онда:
- $R_1 = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$ и $R_2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$
- $U_1 = 5 \cdot 5 + \frac{5 \cdot 6}{2} - 30 = 10$ и $U_2 = 5 \cdot 5 + \frac{5 \cdot 6}{2} - 25 = 15$
- Када не постоји јасна разлика између популација, тада ће U=10. Дакле, мање вредности U подржавају хипотезу истраживања, а веће вредности U подржавају нулту хипотезу.

Кључни аспекат

За било који Mann–Whitney U test, теоријски опсег U је од 0 (потпуно раздвајање између група и тада је H_0 највероватније нетачно и H_1 највероватније тачно) до $n_1 \cdot n_2$ (мало доказа који подржавају H_1)

Закључак

- У сваком тесту морамо утврдити да ли посматрано U подржава нулту или истраживачку хипотезу. Конкретно, одређујемо критичну вредност U тако да ако је посматрана вредност U мања или једнака критичној вредности, одбацујемо H_0 у корист H_1 и ако посматрана вредност U прелази критичну вредност не одбацујемо H_0.
- Критична вредност се може пронаћи и у табели датој на следећем слајду. Да би се одредила одговарајућа критична вредност, потребне су величине узорака и двострани ниво значајности α. За наш пример критична вредност је 2, а правило одлуке је да се одбаци H_0 ако је U<2. Не одбацује се H_0 јер је 3>2. Не постоје статистички значајни докази за α=0,05, да би се показало да две популације времена обраде одређеног дела нису једнаке. Међутим у овом примеру, неуспех да се постигне статистичка значајност може бити последица мале јачине. Подаци узорака указују на разлику, али су величине узорака премале да би се закључило да постоји статистички битна разлика.

- Дакле: ПОПУЛАЦИЈЕ СУ МЕЂУСОБНО ЈЕДНАКЕ. НЕ ПОСТОЈИ СТАТИСТИЧКИ ДОКАЗ ДА СТИМУЛАЦИЈЕ УТИЧУ НА ПОБОЉШАЊЕ ПРОДУКТИВНОСТИ КОД РАДНИКА.

Critical Values of the Mann-Whitney U
(Two-Tailed Testing)

n_2	α	n_1																	
		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	.05	--	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
	.01	--	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3
4	.05	--	0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	14
	.01	--	--	0	0	0	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8
5	.05	0	1	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
	.01	--	--	0	1	1	2	3	4	5	6	7	7	8	9	10	11	12	13
6	.05	1	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
	.01	--	0	1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12	13	15	16	17	18
7	.05	1	3	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
	.01	--	0	1	3	4	6	7	9	10	12	13	15	16	18	19	21	22	24
8	.05	2	4	6	8	10	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
	.01	--	1	2	4	6	7	9	11	13	15	17	18	20	22	24	26	28	30
9	.05	2	4	7	10	12	15	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
	.01	0	1	3	5	7	9	11	13	16	18	20	22	24	27	29	31	33	36
10	.05	3	5	8	11	14	17	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
	.01	0	2	4	6	9	11	13	16	18	21	24	26	29	31	34	37	39	42
11	.05	3	6	9	13	16	19	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
	.01	0	2	5	7	10	13	16	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48
12	.05	4	7	11	14	18	22	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
	.01	1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	31	34	37	41	44	47	51	54
13	.05	4	8	12	16	20	24	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
	.01	1	3	7	10	13	17	20	24	27	31	34	38	42	45	49	53	56	60
14	.05	5	9	13	17	22	26	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
	.01	1	4	7	11	15	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	63	67
15	.05	5	10	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
	.01	2	5	8	12	16	20	24	29	33	37	42	46	51	55	60	64	69	73
16	.05	6	11	15	21	26	31	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
	.01	2	5	9	13	18	22	27	31	36	41	45	50	55	60	65	70	74	79
17	.05	6	11	17	22	28	34	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
	.01	2	6	10	15	19	24	29	34	39	44	49	54	60	65	70	75	81	86
18	.05	7	12	18	24	30	36	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
	.01	2	6	11	16	21	26	31	37	42	47	53	58	64	70	75	81	87	92
19	.05	7	13	19	25	32	38	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
	.01	3	7	12	17	22	28	33	39	45	51	56	63	69	74	81	87	93	99
20	.05	8	14	20	27	34	41	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127
	.01	3	8	13	18	24	30	36	42	48	54	60	67	73	79	86	92	99	105

Задатак 2

Спроведено је истраживање како обука о безбедности и здрављу на раду утиче на информисаност и подизање свести код радника. Истраживање је обухватало 15 случајно одабраних радника од којих 8 није похађало обуку, а 7 јесте. Након обуке, радницима је задат тест оцењен поенима од 0 до 10, где се остварен број поена 7 и више сматра задовољавајућим, 4 до 6 ниским и 0 до 3 критично ниским. Потребно је одредити да ли обука даје резултате или су радници већ довољно информисани и свесни безбедности и здравља на раду. Резултати теста дати су у табели испод.

Без обуке	8	7	6	2	5	8	7	3
Обука	9	8	7	8	10	9	6	

Корак 1: Постављање хипотеза

Инжењерски:

- H_0: Резултати су једнаки без обзира на то да ли је радник био на обуци.
- H_1: Резултати се разликују у зависности од похађања обуке.

Математички:

- H_0: Не постоји разлика између података.
- H_1: Постоји разлика између података.

Корак 2: Одабир адекватног статистичког теста

- С обзиром на то да резултати теста нису нормално распоређени и узорци су мали ($n_1 = 8$ и $n_2 = 7$), користи се Mann Whiteny U тест.

- $U_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 (n_1+1)}{2} - R_1$
- $U_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2 (n_2+1)}{2} - R_2,$

Где су R_1 и R_2 суме рангова за групу 1, односно групу 2 редом.

Корак 3: Постављање правила одлучивања

Одговарајућа критична вредност U налази се у табели. Да би се одговорила одговарајућа критична вредност, потребне су нам величине узорака ($n_1 = 8$ и $n_2 = 7$) и ниво значајности α=0,05. Критична вредност за овај тест је U=10, што значи да се хипотеза H_0 одбацује ако је U≤10.

Корак 4: Статистички тест

		Укупан узорак (од најмањег до највећег)		Ранг	
Без обуке	Обука	Без обуке	Обука	Без обуке	Обука
8	9	2		1	
7	8	3		2	
6	7	5		3	
2	8	6	6	4,5	4,5
5	10	7	7	7	7
8	9	7		7	
7	6	8	8	10,5	10,5
3		8	8	10,5	10,5
			9		13,5
			9		13,5
			10		15
				R_1=45,5	R_2=74,5

Провера: $\frac{n(n+1)}{2} = \frac{15 \cdot 16}{2} = 120$, што је једнако 45,5+74,5=120!

Корак 4: Статистички тест

- $U_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 (n_1+1)}{2} - R_1$
- $U_1 = 8 \cdot 7 + \frac{8 \cdot 9}{2} - 45{,}5 = 46{,}5$

- $U_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2 (n_2+1)}{2} - R_2$
- $U_2 = 8 \cdot 7 + \frac{7 \cdot 8}{2} - 74{,}5 = 9{,}5$

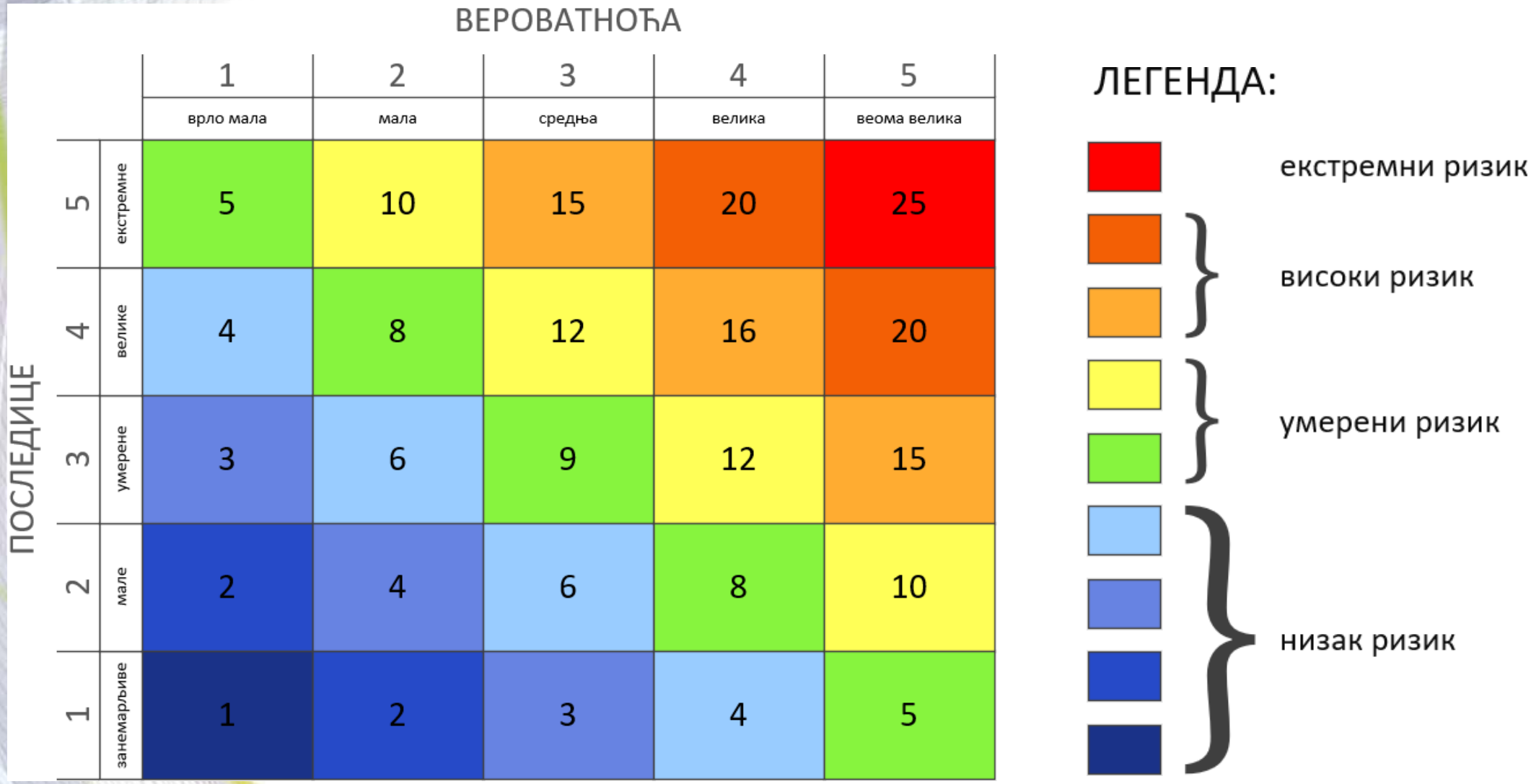
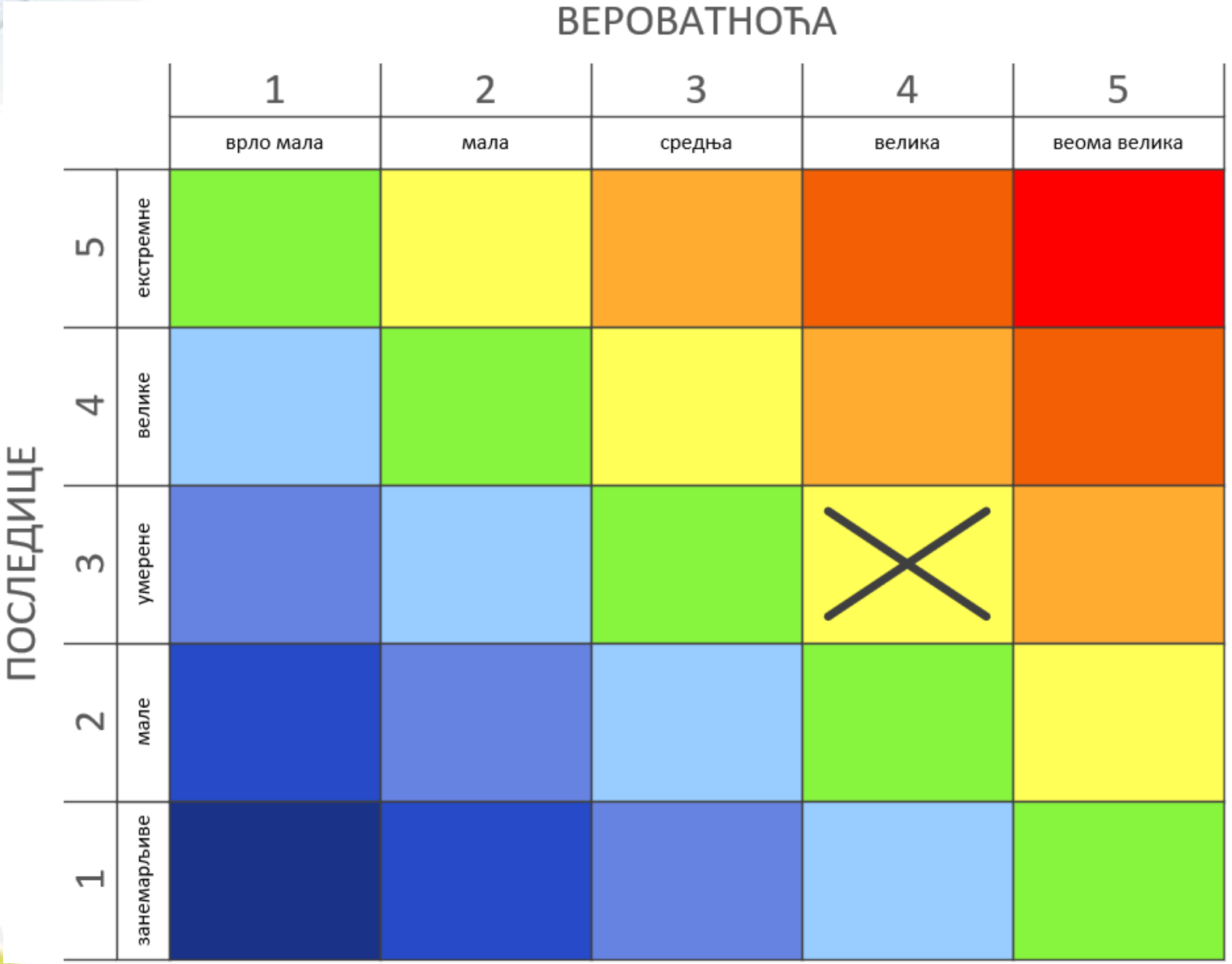
Дакле, узимамо да је U=9,5.

Корак 5: Закључак

- Одбацује се H_0 јер је 9,5≤10. Са статистичком значајношћу α=0,05 може се закључити да радници који су похађали обуку показују боље резултате на тестирању у односу на оне који нису похађали обуку.

Матрица ризика

Свако радно место са собом носи одређен ризик. Високо ризична занимања су ватрогасац, полицајац, оператер на крану, рудар итд. При процени ризика радних места користи се (између осталог) матрица ризика.



Матрица ризика