

Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 2 - smene 1 i 3

1. Izračunati određeni integral

$$\int_{2024}^{2025} \left[\frac{x - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}}{x} + \frac{2025}{(2x - 4045)^{2024}} + 2^{\sqrt{e} - \frac{2x}{7}} + \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{\pi x}{32} \right) \right] dx.$$

2. Izračunati

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^{11} \cos x \, dx.$$

3. Rešiti neodređeni integral

$$\int \frac{1}{\sin x (2 + \cos x - \sin x)} \, dx.$$

4. Naći površinu ograničenu delom krive

$$y = \sqrt{(2025 - x)(x - 2024)}$$

i x -osom, kao i zapremine oblasti koje nastaju njenim rotacijama oko koordinatnih osa.

5. a) Polazeći od poznate formule za dužinu luka krive zadate eksplicitno u Dekartovim koordinatama, izvesti obrazac za dužinu luka krive zadate parametarski u Dekartovim koordinatama, a zatim obrazac za dužinu luka krive zadate u polarnim koordinatama $\rho = \rho(\varphi)$, $\varphi \in [\alpha, \beta]$.

b) Izračunati površinu omotača tela koje nastaje rotacijom tzv. Bernulijeve lemniskate, $(x^2 + y^2)^2 = 2(x^2 - y^2)$, oko x -ose. Skicirati ovu krivu.

c) Izračunati dužinu luka astroide $x^{2/3} + y^{2/3} = 3$ u 1-om kvadrantu. Skicirati i ovu krivu.

6. Napisati prvi i drugi diferencijal funkcije $f(x, y) = \operatorname{arctg} \left(\frac{1+2x}{2-\frac{y}{2}} \right)$, kao i njen Tejlorov polinom 2. stepena u okolini tačke $M(0, 2)$. Napisati jednačinu tangentne ravni i normale na površ $z \cdot f(x, y) = -1$ u tački M .

*Aleksandar Pejčev
Slaviša Pantelić*

Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

SREĆNO!!!

Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 2 - smene 1 i 3

1. Izračunati određeni integral

$$\int_{2024}^{2025} \left[\frac{x + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}}{x} + \frac{2024}{(2x - 4045)^{2025}} + 2^{\sqrt{e} - \frac{7x}{2}} + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi x}{32} \right) \right] dx.$$

2. Izračunati

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^{11} \sin x \, dx.$$

3. Rešiti neodređeni integral

$$\int \frac{1}{\sin x (2 + \cos x + \sin x)} \, dx.$$

4. Naći površinu ograničenu delom krive

$$y = \sqrt{(2025 - x)(x - 2024)}$$

i x -osom, kao i zapremine oblasti koje nastaju njenim rotacijama oko koordinatnih osa.

5. a) Polazeći od poznate formule za dužinu luka krive zadate eksplicitno u Dekartovim koordinatama, izvesti obrazac za dužinu luka krive zadate parametarski u Dekartovim koordinatama, a zatim obrazac za dužinu luka krive zadate u polarnim koordinatama $\rho = \rho(\varphi)$, $\varphi \in [\alpha, \beta]$.

b) Izračunati površinu omotača tela koje nastaje rotacijom tzv. Bernulijeve lemniskate, $(x^2 + y^2)^2 = 3(x^2 - y^2)$, oko x -ose. Skicirati ovu krivu.

c) Izračunati dužinu luka astroide $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ u 1-om kvadrantu. Skicirati i ovu krivu.

6. Napisati prvi i drugi diferencijal funkcije $f(x, y) = \operatorname{arctg} \left(\frac{1+2y}{2-\frac{x}{2}} \right)$, kao i njen Tejlorov polinom 2. stepena u okolini tačke $M(2, 0)$. Napisati jednačinu tangentne ravni i normale na površ $z \cdot f(x, y) = -1$ u tački M .

*Aleksandar Pejčev
Slaviša Pantelić*

Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadataka.

SREĆNO!!!