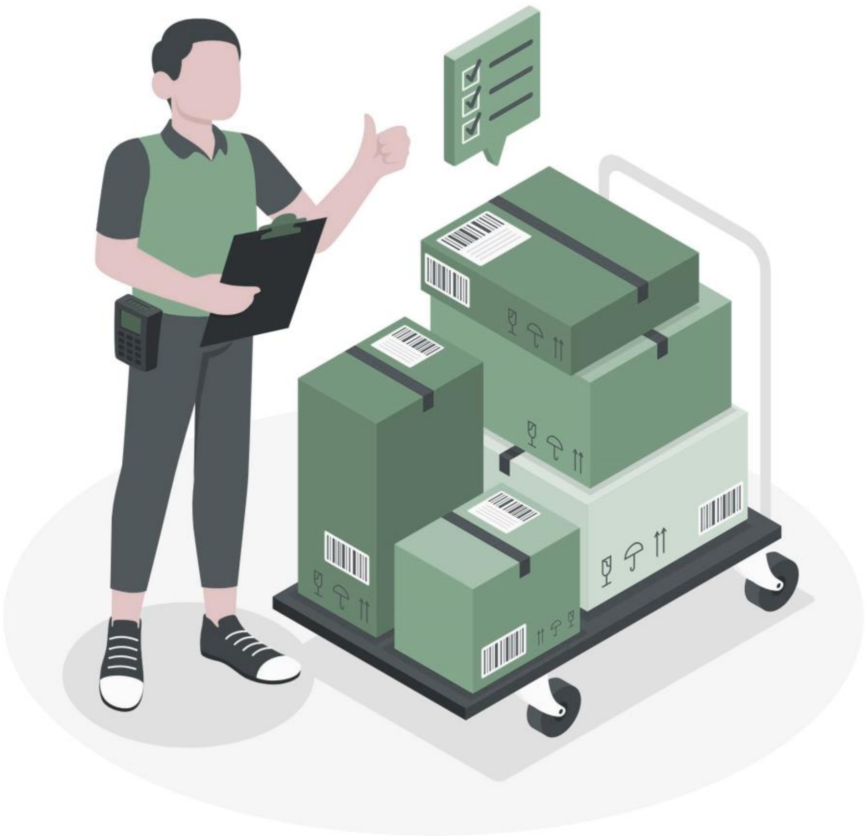
Логистика.
Основе управљања залихама – Први део

- Вежба 8а -



Важност залиха у пословању

Година	Нето приход од продаје (милиони $)	Залихе (милиони $) (31. дец.)	Обрт залиха
1997	$148	$9	16.4
1998	$610	$30	20.3
1999	$1,640	$221	7.4
2000	$2,762	$175	15.8
2001	$3,122	$143	21.8
2002	$3,933	$202	19.5
2003	$5,264	$294	17.9
2004	$6,921	$480	14.4
2005	$8,490	$566	15.0
2006	$10,711	$877	12.2
2007	$14,835	$1,200	12.4
2008	$19,166	$1,399	13.7
2009	$24,905	$2,171	11.5

- У трговини се увек тежи што већој вредности обрта залиха, што индикује да је могуће генерисати исти приход са мање залиха на стању.
- Амазон је 1999. године проширио свој асортиман производа на електронику и кућне апарате, и наишао на прве веће проблеме у управљању залихама.
- Иако су проблеми решени, обрт залиха је у благом паду од 2001. године. Разлог за то јесте “нова” пословна стратегија која инсистира на практичности и брзини доставе широког асортимана производа за сваког купца, што изискује веће нивое залиха за исти приход.

Основно о залихама

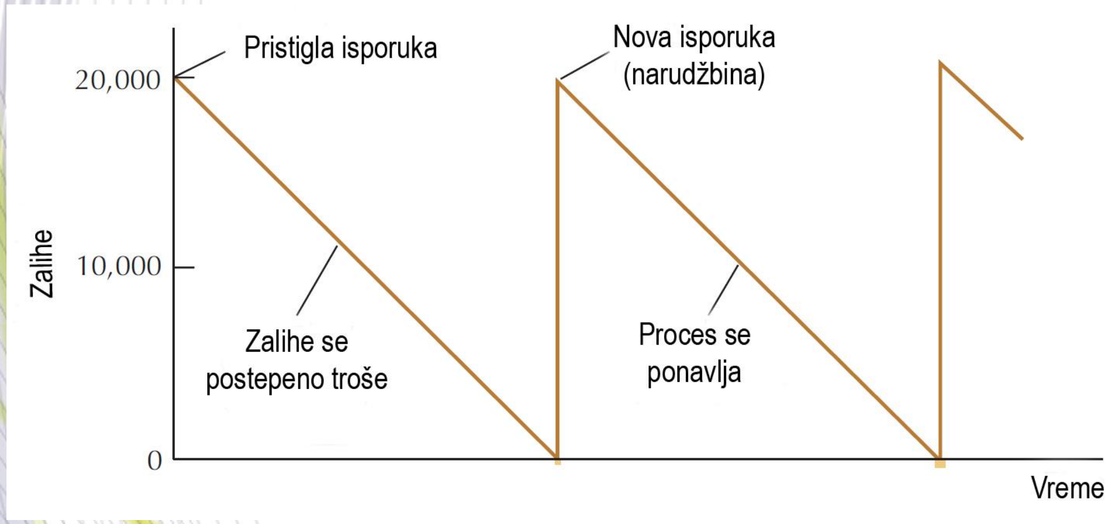
- Залихе представљају количину сировина и материјала, полупроизвода, односно готових производа која се налази у складишту предузећа у посматраном тренутку времена.
- Мајкл Дел, CEO компаније Dell Technologies, сматра да је брзина (темпо) потрошње, тј. протока залиха кроз операције пословно-производног система, кључни индикатор перфоманси компаније.

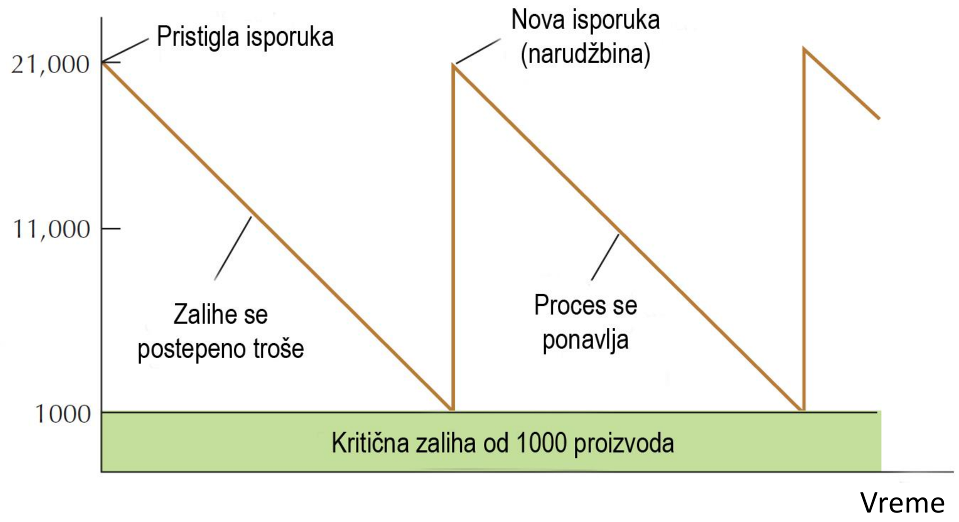
„Залихе су извор свих невоља у предузећу.“
- Виктор Фунг, председник Фунг групе

- Кључно питање које се поставља код овог проблема јесте: **Колико и када набављати потребне материјале (производе) како би систем могао несметано да функционише, а да при том трошкови буду минимални?**

Природа модела залиха

- Основни, најједноставнији модел залиха уводи одређене апроксимације и претпоставке.
- Узмимо за пример да компанија X у нултом тренутку прима испоруку од 20000 производа које смешта у своје складиште. Ти производи се дистрибуирају даље, тј. „троше“ постепено, што је представљено линеарном опадајућом функцијом све док се залихе не потроше, када пристиже нова испорука, те се процес понавља.
- Како би се заштитиле од непредвиђених околности, компаније могу увести тзв. критичан (сигурносни) ниво залиха. Залихе испод тог нивоа имају функцију само у ургентним ситуацијама, када прети застој у протоку материјала. У регуларним условима се не користе.

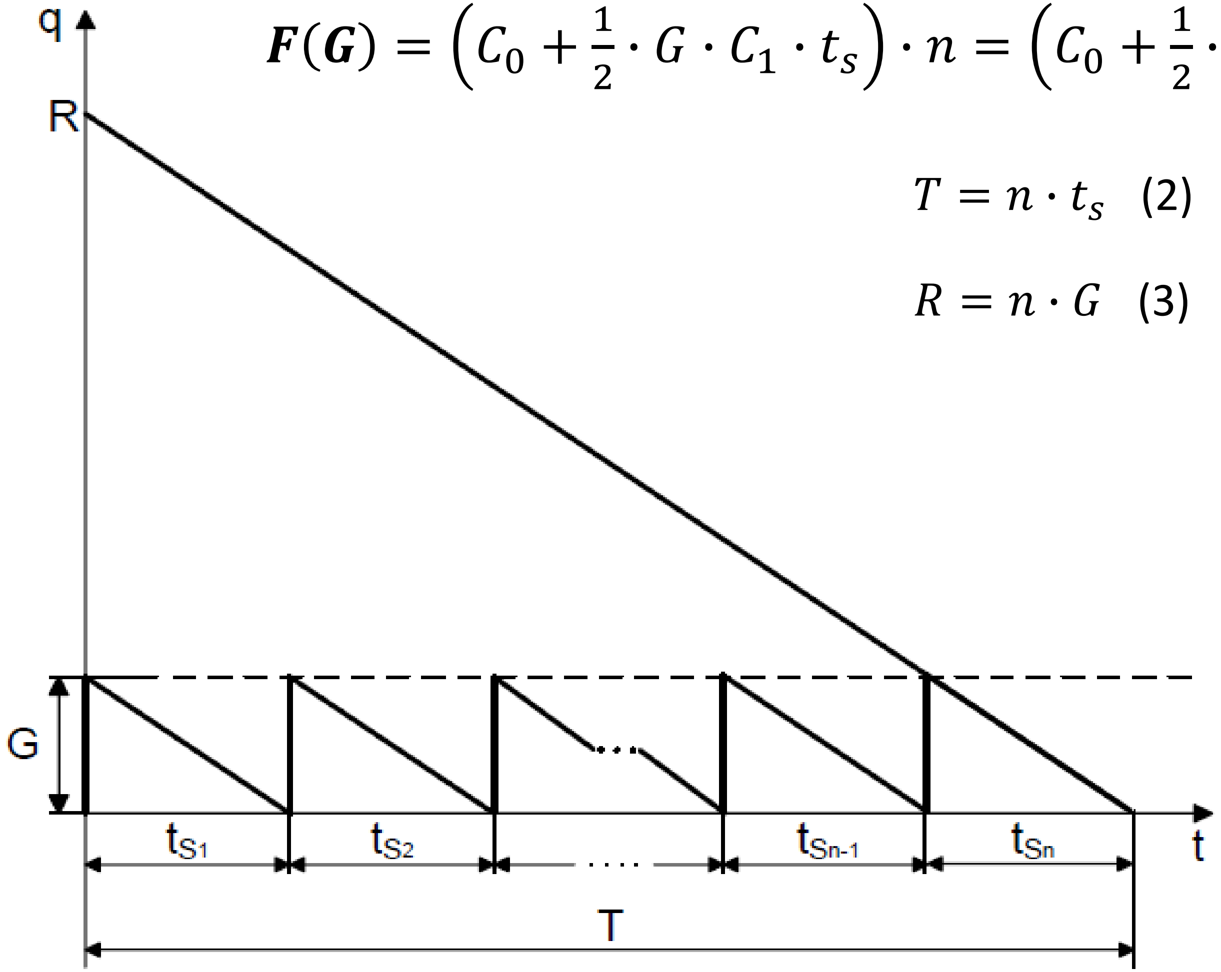




Основни детерминистички модел залиха

- Називамо га **модел у коме хитне набавке нису дозвољене** или **модел у ком је понуда једнака потражњи**. У енглеској литератури се може наћи под називом *EOQ (Economic Order Quantity) model.*
- Укупни трошкови залиха за временски период T, могу се пронаћи из израза (1):

$$F(G) = \left(C_0 + \frac{1}{2}\cdot G\cdot C_1\cdot t_s\right)\cdot n = \left(C_0 + \frac{1}{2}\cdot G\cdot C_1\cdot t_s\right)\cdot \frac{R}{G} = \boxed{C_0\cdot\frac{R}{G} + \frac{1}{2}\cdot G\cdot C_1\cdot T} \quad (1)$$



$$T = n\cdot t_s \quad (2)$$

$$R = n\cdot G \quad (3)$$

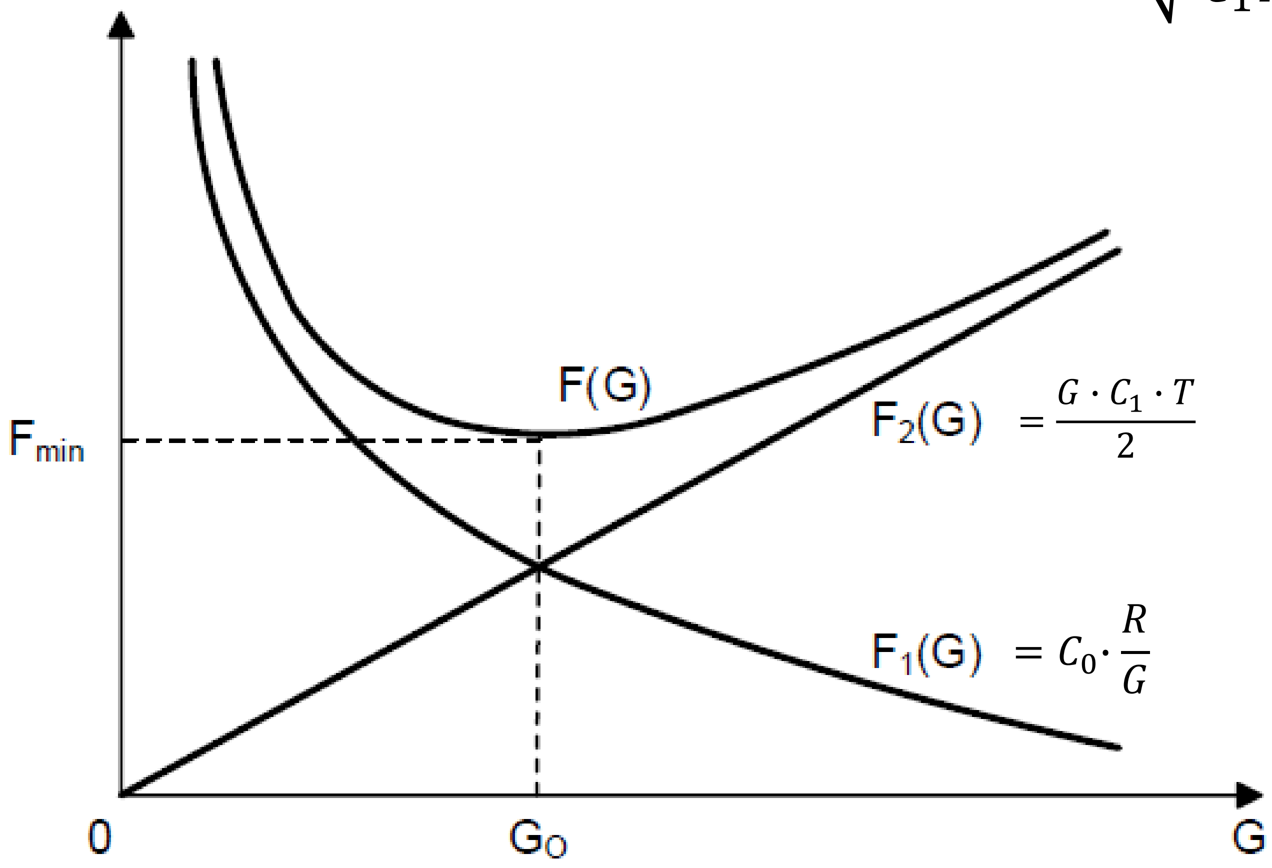
Где је:

- G - величина једне испоруке,
- C_0 - трошкови редовне набавке,
- C_1- трошкови складиштења по јединици артикла и јединици времена,
- t_s - време између две испоруке,
- n - број испорука за посматрани интервал T,
- R - укупна количина материјала која је у плану да се набави (понуда=потражња) за период *T*.

Оптималан обим испоруке и минимални трошкови

- Са друге стране, оптимална количина материјала коју треба набавити у оквиру једне испоруке добија се као минимум функције трошкова (када се први извод функције трошкова изједначи са нулом), према формули:

$$G_o = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1T}} \qquad (4)$$



- Уколико вратимо израз (4) у полазну функцију трошкова (1), добија се израз за минималне трошкове:

$$F_{min} = F(G_o) = \sqrt{2C_0RC_1T} \qquad (5)$$

- Оптималан број испорука

$$n_o = \frac{R}{G_o} = \sqrt{\frac{RC_1T}{2C_o}} \qquad (6)$$

- Оптимално време између испорука:

$$t_o = \frac{T}{n_o} \qquad (7)$$

Задатак 1.

- Добили сте посао на позицији руководиоца набавке у компанији GreenTech, са седиштем у граду Еспо, Финска. Ваша компанија се бави производњом и дистрибуцијом рачунарских компоненти. За један од артикала, конкретно матичну плочу ознаке BM9000x, доступни су следећи параметри:
    - Потражња = 4000 плочи годишње,
    - Трошкови складиштења = 0,40 € по јединици производа по дану,
    - Трошкови транспорта = 500,00 € по испоруци.
- Колега који је пре вас обављао посао руководиоца, поручивао је 1000 плоча четири пута годишње, дакле квартално, на основу свог искуства. Потребно је:

а) Израчунати укупне трошкове залиха за једну годину под условима које је оставио ваш претходник,

б) Одредити оптималну количину залиха коју је потребно наручивати према основном детерминистичком моделу залиха (EOQ модел) , и

в) Израчунати разлику, тј. потенцијалну уштеду која би била генерисана уколико би се поштовао модел. Такође, уколико претпоставимо да компанија поседује укупно 250 производа на свом асортиману сличне структуре трошкова и потражње, колика би била укупна уштеда на нивоу целе компаније?

- *Решење:*

Текстом задатака дати су следећи параметри:

$C_0 = 500€, C_1 = 0.4 \frac{€}{proizvod \cdot dan}, T = 1\ godina = 365\ dana, R = 4000\ proizvoda.$

а) Дакле, уколико узмемо у обзир претходну величину поруџбине од 1000 артикала ($G = 1000\ proizvoda$), укупни трошкови су били једнаки збиру трошкова складиштења и трошкова наручивања (испоруке) за годину дана:

$$TC_1 = F(G) = \frac{G}{2} C_1 T + \frac{R}{G} C_0 = \frac{1000}{2} \cdot 0.4 \cdot 365 + \frac{4000}{1000} 500 = 73000 + 2000 = 75.000,00\ €$$

б) Како су трошкови складиштења знатно већи од трошкова испоруке, интуитивно знамо да ће оптималан обим залиха бити знатно мањи од 1000, тј. важи следећа формула:

$$G_0 = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500 \cdot 4000}{0.4 \cdot 365}} = 165,52 \approx 166 \text{ матичних плоча}$$

в) Бројка од 166 делује чудно, но дејство ове бројке на укупне трошкове је могуће проверити:

$$TC_2 = \frac{G_0}{2} C_1 T + \frac{R}{G} C_0 = \frac{166}{2} \cdot 0.4 \cdot 365 + \frac{4000}{166} 500 = 12118 + 12048.19 = 24.166,19\ €$$

$$U_p = TC_1 - TC_2 = 75.000,00 - 24.166,19 = 50.833,81\ €$$

$$U_f = 250 \cdot U_p = 250 \cdot 50.833,81 = 12.708.451,81\ €.$$

Дакле, применом основног модела залиха на један производ остварује се уштеда од преко 50 хиљада евра, док би на нивоу целе компаније трошкови могли бити смањени за скоро 13 милиона евра.

QM for Windows

У страној литератури се може пронаћи следећа формула за одређивање оптималног обима испоруке:

$$G_0 = \sqrt{\frac{2C_oR}{C_1T}} \Rightarrow EOQ = \sqrt{\frac{2 \cdot S \cdot D}{H}}$$

- Можемо видети да је све апсолутно исто, осим самих ознака (D је укупна потражња – енг. *Demand*, S су трошкови по поруџбини,испоруци – енг. *Setup Cost*, док H представља трошкове складиштења по производу (најчешће годишње) – енг. *Holding Cost*.
- Дакле, једина разлика је што H у себи већ садржи време, док је у нашој формули време засебна промењљива коју дефинишемо одвојено, обзиром да T често може бити било који временски распон. Другим речима, $C_1T = H$.
- Задаци се могу решавати у софтверском пакету QM for Windows.
  - https://qm-for-windows.software.informer.com/5.2/
- Када ово знамо, можемо унети потребне податке у софтвер.

- *Решење:*

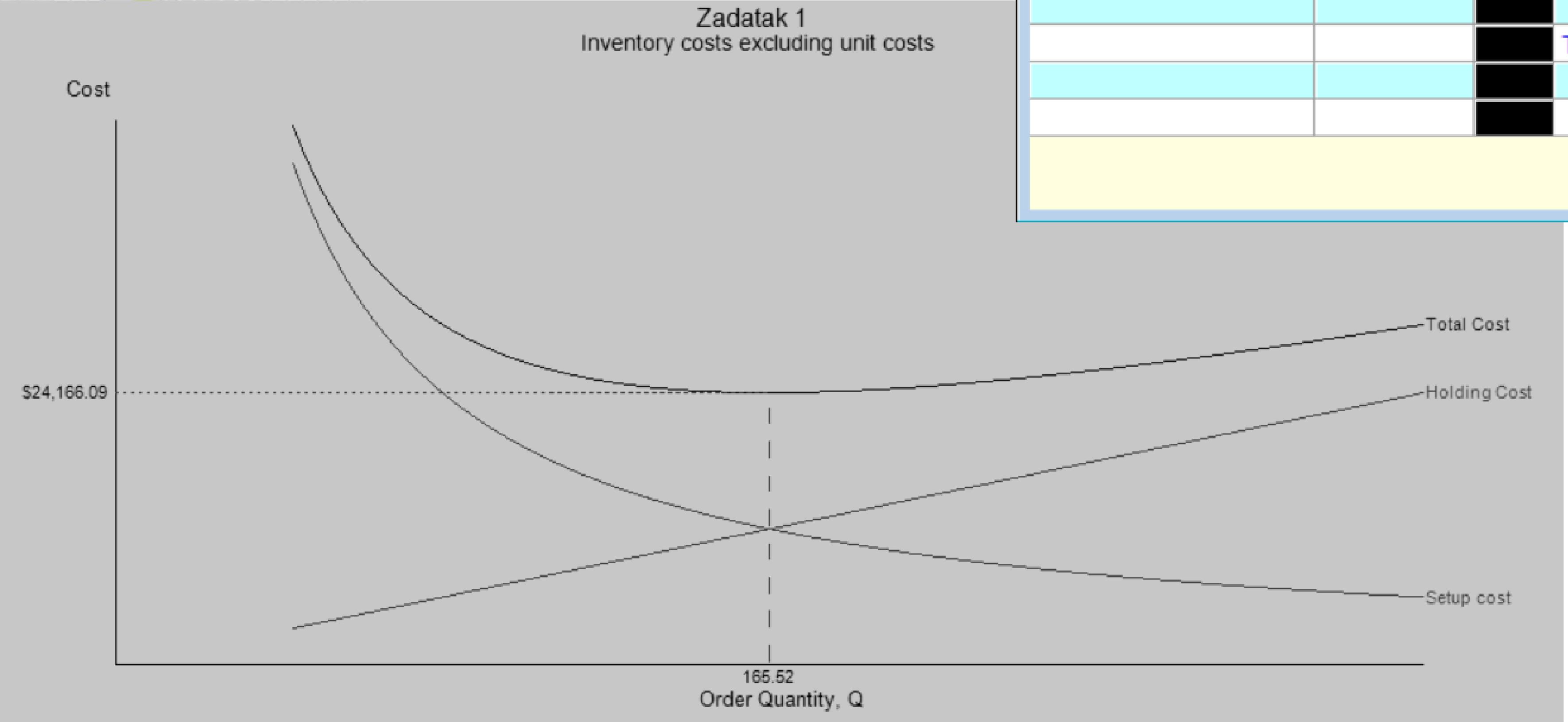
Задатак се може решити и путем софтверског пакета QM for Windows. По отварању софтвера, кораци су следећи:

- Module ⇒ Inventory
- File ⇒ New ⇒ Economic Order Quantity (EOQ) model

QM for Windows - [Data] Results

Zadatak 1 Solution

Parameter	Value		Parameter	Value
Demand rate(D)	4000		Optimal order quantity (Q*)	165.52
Setup/ordering cost(S)	500		Maximum Inventory Level (Imax)	165.52
Holding/carrying cost(H)	146		Average inventory	82.76
Unit cost	0		Orders per period (N)	24.17
			Annual Setup cost	12083.05
			Annual Holding cost	12083.05
			Total Inventory (Holding + Setup) Cost	24166.09
			Unit costs (PD)	0
			Total Cost (including units)	24166.09



Задатак 2.

- Разрађујући годишњи програм производње, пословни систем „МБА“ је установио да је у току једне године потребно набавити 800 kg материјала М. Материјал М се може набавити сваког тренутка у жељеним количинама, без додатних трошкова хитних набавки. Прорачунато је да трошкови набавке једне поруџбине износе 2160 номиналних новчаних јединица (NJ), без обзира на количину коју садржи; док трошкови складиштења једног килограма материјала М износе 6 NJ дневно ($\frac{NJ}{kg \cdot dan}$). Рачунати на ефективни број од 360 дана у години, потребно је:

а)Израчунати количину материјала у једној поруџбини под условом да трошкови набавке и држања залиха буду минимални.

б) Колико ће укупно бити поруџбина и како ће бити временски распоређене ?

в) Израчунати минималне трошкове набавке и складиштења.

- *Решење:*

Очигледно је да се ради о моделу где хитне набавке нису дозвољене. Параметри модела су:

$$R = 800\,\frac{kg}{god}\,; C_0 = 2160\ NJ\,; C_1 = 6\ \frac{NJ}{kg\cdot dan}\,; T = 360\ dana$$

а) количина материјала у једној поруџбини под условом да трошкови набавке и држања залиха буду минимални је заправо оптимална количина материјала у једној поруџбини, следећом дефинисана једначином :

$$G_0 = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1T}} = \sqrt{\frac{2\cdot 2160\cdot 800}{6\cdot 360}} = 40\ kg$$

Према томе, оптимална количина у једној поруџбини износи 40 kg, јер се само при тој количини добијају минимални трошкови набавке и складиштења.

б) У току године је потребно наручити:

$n_o = \frac{R}{G_o} = \frac{800}{40} = 20$ једнаких поруџбина које временски треба распоредити на следећи начин:

$$n_o = \frac{R}{G_o} = \frac{T}{t_o} \Rightarrow t_o = \frac{T}{n_o} = \frac{360}{20} = 18\,\frac{dan}{por}\,;$$

Дакле, на сваких 18 дана пристиже по једна пошиљка

в) Минимални трошкови набавке и складиштења добијају се а следећи начин:

$$F_{min} = F(G_0) = \sqrt{2C_0RC_1T} = \sqrt{2\cdot 2160\cdot 800\cdot 6\cdot 360} = 86400\ NJ$$

- *Решење:*

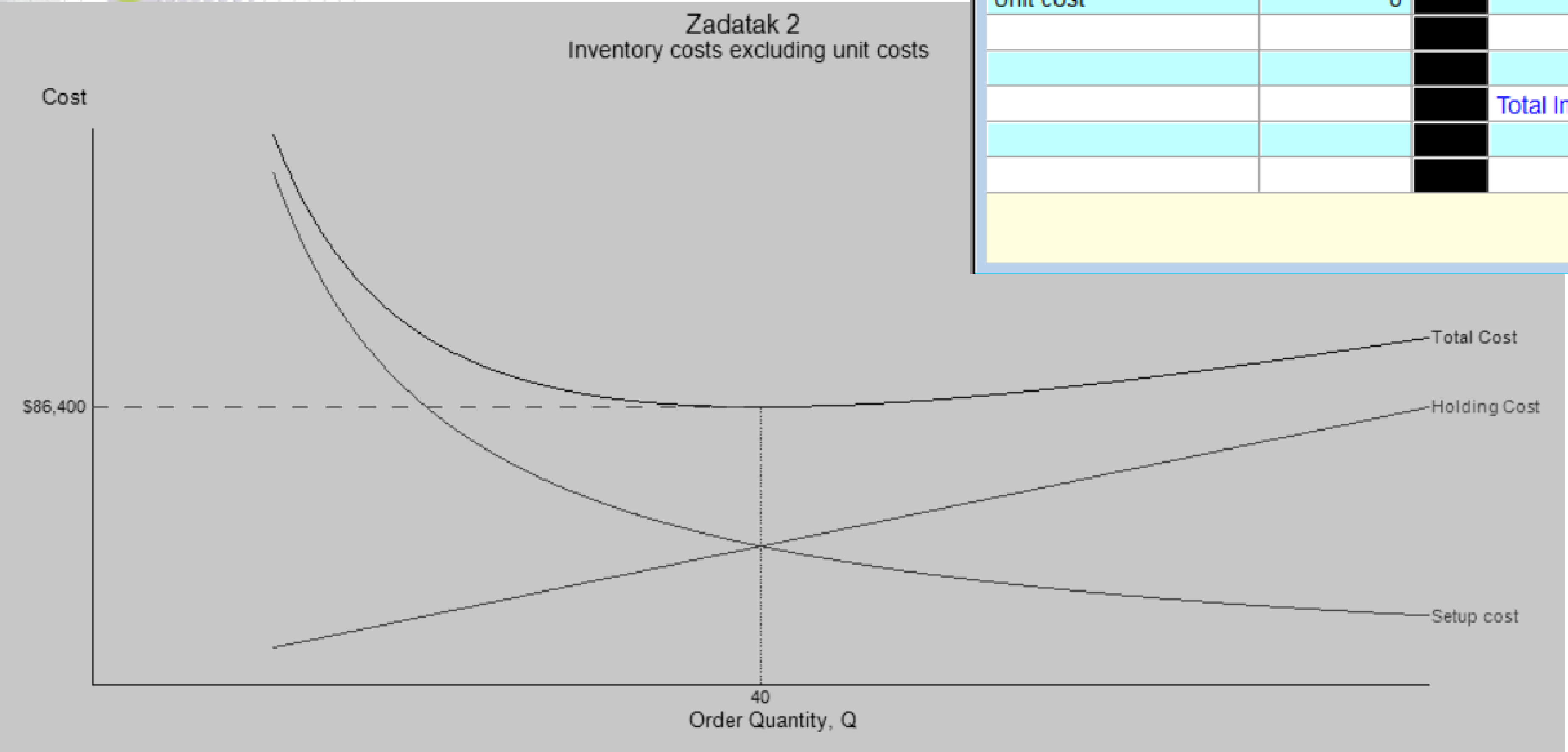
Задатак се може решити и путем софтверског пакета QM for Windows. По отварању софтвера, кораци су следећи:

- ➢Module ⇒ Inventory
- ➢File ⇒ New ⇒ Economic Order Quantity (EOQ) model

QM for Windows - [Data] Results

Zadatak 2 Solution

Parameter	Value		Parameter	Value
Demand rate(D)	800		Optimal order quantity (Q*)	40
Setup/ordering cost(S)	2160		Maximum Inventory Level (Imax)	40
Holding/carrying cost(H)	2160		Average inventory	20
Unit cost	0		Orders per period (N)	20
			Annual Setup cost	43200
			Annual Holding cost	43200
			Total Inventory (Holding + Setup) Cost	86400
			Unit costs (PD)	0
			Total Cost (including units)	86400



Попуст на количину

- Основни детерминистички модел залиха у коме хитне набавке нису дозвољене, EOQ модел, не узима у обзир цену производа који се наручује, тј. једна од наших претпоставки је да је цена по јединици производа, c, фиксна.
- Међутим, може да се деси да произвођач (добављач) понуди одређени попуст на набавку веће количине производа, самим тим у оквиру полазне једначине трошкова треба узети у обзир и набавну цену производа:

$$\mathrm{T}C = \left(C_0 + \frac{1}{2}\cdot G\cdot C_1\cdot t_s + G\cdot c\right)\cdot n = \left(C_0 + \frac{1}{2}\cdot G\cdot C_1\cdot t_s + G\cdot c\right)\cdot \frac{R}{G} = \boldsymbol{C_0\cdot\frac{R}{G} + \frac{1}{2}\cdot G\cdot C_1\cdot T + R\cdot c}$$

- Где је c – набавна цена по јединици производа.
- Дакле, у овим ситуацијама може да се деси да оптимална количина коју смо одредили путем EOQ модела ($G_0 = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1T}}$) не генерише минималне трошкове.
- Узмимо за пример да су доступни следећи подаци за неко фиктивно предузеће:
    - Потражња: R= 1200 производа годишње,
    - Годишњи трошкови складиштења: C_1T= 10 NJ по производу,
    - Трошкови набавке: C_0 = 30 NJ по наруџбини,
    - Набавна цена прозвода: $c_1 = 35$ NJ по производу (за испоруке $G < 90$), $c_2 = 32.5$ NJ по производу (за испоруке $G \geq 90$)

Попуст на количину

- Уколико не узмемо у обзир цену производа, оптимална количина производа коју је потребно наручити ће бити:

$$G_0 = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 1200}{10}} \approx 85 \text{ производа}$$

- Укупни трошкови са ценом производа коју нам добављач даје при овој количини ће бити:

$$TC = C_0 \cdot \frac{R}{G} + \frac{1}{2} \cdot G \cdot C_1 \cdot T + R \cdot c = 30 \cdot \frac{1200}{85} + \frac{1}{2} \cdot 85 \cdot 10 + 1200 \cdot 35 = 42\,848.53\ NJ$$

- Међутим, уколико одаберемо количину од 90 производа, уштедећемо $35 - 32.5 = 2.5\ NJ$ по производу, те се поставља питање да ли ће укупни трошкови тада бити мањи.
- За $\mathrm{G} = 90$:

$$TC = 30 \cdot \frac{1200}{90} + \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 10 + 1200 \cdot 32.5 = 39\,850\ NJ$$

- Дакле, у овој ситуацији ћемо се одлучити за количину од 90 производа, јер су у том случају укупни трошкови минимални.

Попуст на количину

- Уколико добављач нуди попуст на количину, потребно је следити следећи алгоритам од два корака како бисмо пронашли оптималну величину испоруке:

1. Израчунати G_0 на основу *EOQ* модела. Уколико за дату величину испоруке добијамо најнижу цену производа, пронашли смо оптималну количину производа коју треба наручити. У супротном, следи корак 2.
2. Упоредити укупне трошкове (складиштења, наручивања и набавне цене производа) са количином коју нам EOQ сугеруше са осталим варијантама, тј. минималним повећањем испоруке које нам даје бољу набавну цену производа. На крају, одлучујемо се за опцију где ће укупни трошкови бити минимални.

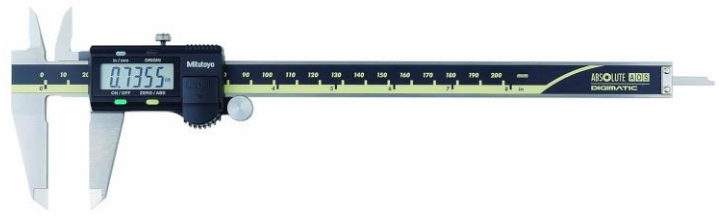
Задатак 3

- Произвођач дигиталних помичних кљунастих мерила (Слика 1) преговара са дистрибутером (Слика 2) око услова набавке. Дистрибутер продаје 1000 мерила годишње, трошкови наручивања износе 200 €, док су годишњи трошкови складиштења 30 € по производу. У зависности од наручене количине, произвођач је предложио цене наведене у Табели 1. Израчунати оптималну количину који треба наручити у једној наруџбини.

Слика 2. Складиште дистрибутера

Табела 1. Набавне цене и количина

Обим испоруке	Набавна цена по производу
1 - 99	50 €
100 - 199	45 €
200 или више	40 €



Слика 1. Дигитално помично кљунасто мерило

- *Решење:*

Познати су следећи параметри:

  - Потражња за период од годину дана: $R = 1000$ производа,
  - Трошкови испоруке: $C_0 = 200$ € по испоруци,
  - Трошкови складиштења (годишњи, T=1 год.): $C_1 T = 30$ € по производу.

- Не узимајући у обзир цену производа, оптималан обим набавке ће бити:

$$G_0 = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \cdot 1000}{30}} \approx 115 \text{ мерила}$$

- Обим испоруке од 115 производа даје цену од 45€ по производу, те ће укупни годишњи трошкови бити:

$$TC = C_0 \cdot \frac{R}{G} + \frac{1}{2} \cdot G \cdot C_1 \cdot T + R \cdot c = 200 \cdot \frac{1000}{115} + \frac{1}{2} \cdot 115 \cdot 30 + 1000 \cdot 45 = 48\,464.13 \text{ €}$$

- Како набавна цена може бити нижа, неопходно је проверити колики ће укупни годишњи трошкови бити уколико зађемо у опсег испоруке када је цена, c’=40€. Минималан обим испоруке при тој цени је G’=200 производа.

$$TC' = C_0 \cdot \frac{R}{G'} + \frac{1}{2} \cdot G' \cdot C_1 \cdot T + R \cdot c' = 200 \cdot \frac{1000}{200} + \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 30 + 1000 \cdot 40 = 44\,000 \text{ €}$$

- Како је TC’<TC, оптималан обим испоруке је **200 производа**, при годишњим трошковима од 44 хиљаде евра.

Задатак 4

- Произвођач радијалних кугличних лежајева је дао понуду са набавним ценама у зависности од поручене количине (Табела 2). Званични дистрибутер разматра коју количину производа да наручи у оквиру једне испоруке, имајући у виду да за пола године прода 10 000 лежајева. Трошкови једне испоруке износе 700$. Трошкови складиштења за један производ по дану износе 0.1$. Израчунати оптималан обим испоруке, ако је посматрани временски период 6 месеци (180 дана).

Табела 2. Предложене цене произвођача

Количина	Попуст	Цена
<500	0%	6$
500-999	5%	5.7$
1000-1999	10%	5.4$
≥2000	15%	5.1$

Слика 3. Складиште лежаја

Слика 4. Радијални куглични лежај

- *Решење:*

Познати су следећи параметри:

  - Потражња за период од шест месеци: $R = 10000 \text{ производа}$,
  - Трошкови испоруке: $C_0 = 700\ \$ \text{ по испоруци}$,
  - Трошкови складиштења: $C_1 = 0.1\ \frac{\$}{\text{производ}\cdot\text{дан}}$.
  - Посматрани период: $T = 180 \text{ дана}$.

- Не узимајући у обзир цену производа, оптималан обим набавке ће бити:

$$G_0 = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 700 \cdot 10000}{0.1 \cdot 180}} \approx 882 \text{ лежаја}$$

- Обим испоруке од 882 производа даје цену од 5.7$ по производу, те ће укупни годишњи трошкови бити:

$$TC = C_0 \cdot \frac{R}{G} + \frac{1}{2} \cdot G \cdot C_1 \cdot T + R \cdot c = 700 \cdot \frac{10000}{882} + \frac{882}{2} \cdot 0.1 \cdot 180 + 10000 \cdot 5.7 = 72874.5\ \$$$

- Како набавна цена може бити нижа, неопходно је проверити и остале варијанте укупних трошкова:

$$TC' = C_0 \cdot \frac{R}{G'} + \frac{1}{2} \cdot G' \cdot C_1 \cdot T + R \cdot c' = 700 \cdot \frac{10000}{1000} + \frac{1000}{2} \cdot 0.1 \cdot 180 + 10000 \cdot 5.4 = 70000\ \$$$

$$TC'' = C_0 \cdot \frac{R}{G''} + \frac{1}{2} \cdot G'' \cdot C_1 \cdot T + R \cdot c'' = 700 \cdot \frac{10000}{2000} + \frac{2000}{2} \cdot 0.1 \cdot 180 + 10000 \cdot 5.1 = 72500\ \$$$

- Како је $TC' = TC_{min}$, оптимални обим испоруке је **1000 производа**, при годишњим трошковима од 70 хиљада долара.