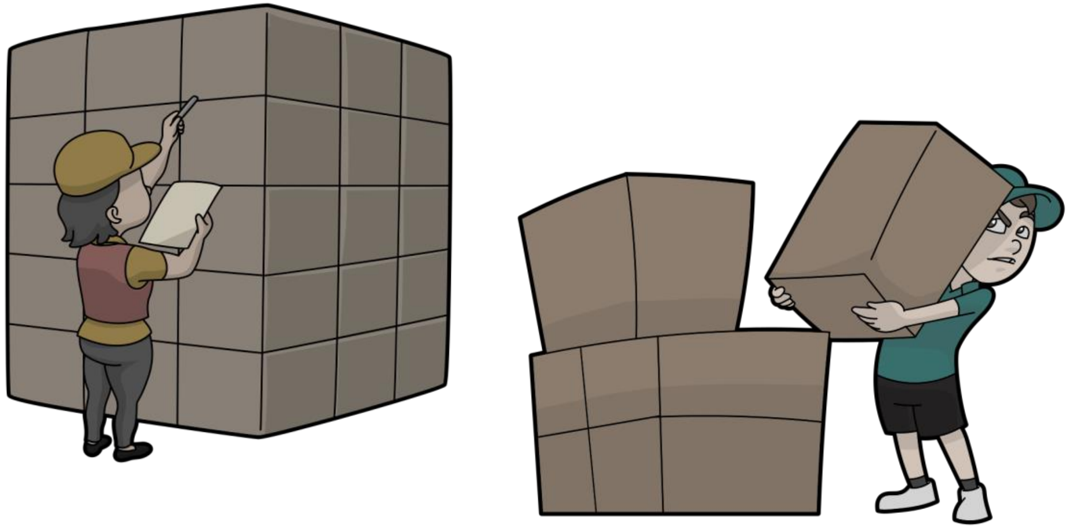
Логистика.
Основе управљања залихама – Други део

- Вежба 8б -



Модел залиха који укључује дневну понуду и потражњу

- Постоје системи у којима није погодно претпоставити да се читава испорука генерише тренутно, већ се постепено повећава у времену (нпр. складишта готових производа – где производи „долазе“ на дневном нивоу).

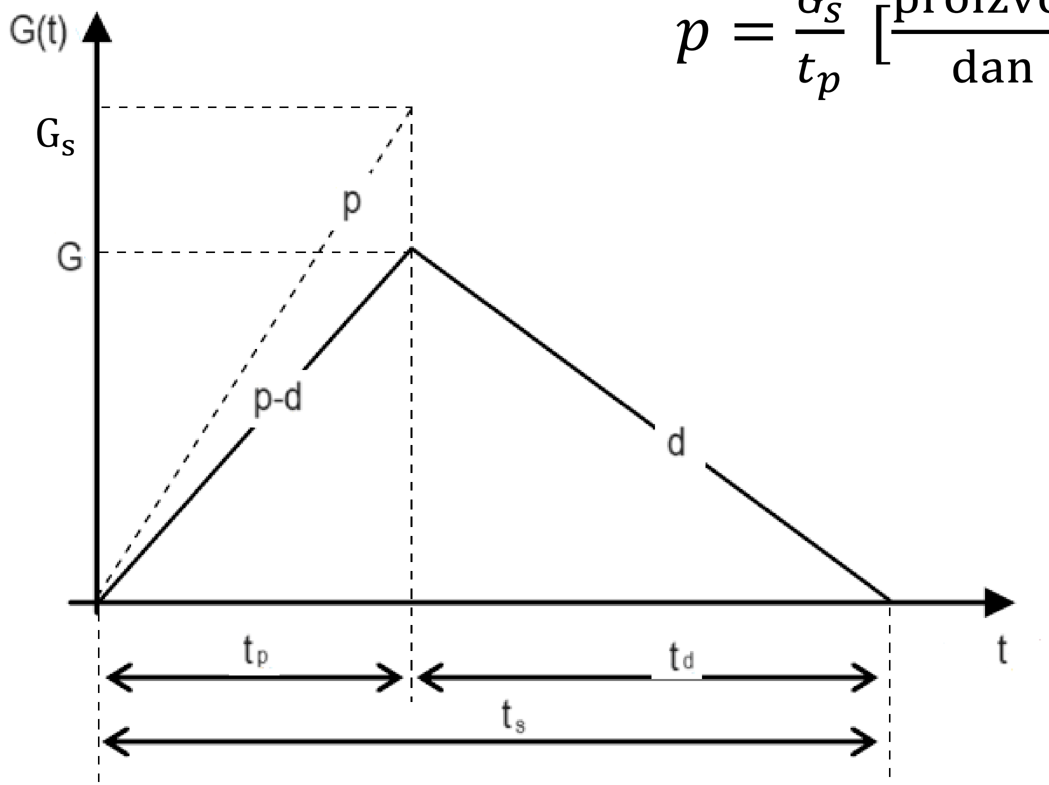
- У таквим ситуацијама, EOQ модел није погодан за коришћење, већ је неопходно применити модел који укључује дневну понуду и потражњу (енг. *Production order quantity - POQ model*)

Слика 1. Пример производног складишта

Модел залиха који укључује дневну понуду и потражњу

- За време t_p је потребно произвести целу серију обима Q_s .
- Дневна производња (понуда) p се може дефинисати као број произвдених јединица (величина серије - G_s) за дато време (време производње - t_p):

$$p = \frac{G_s}{t_p}\ [\frac{\text{proizvod}}{\text{dan}}] \quad (1)$$



- Са друге стране, до максималног нивоа залиха G ће се доћи за исто време (t_p) темпом од $p - d$ (обзиром да се роба истовремено и троши - d,продаје):

$$p - d = \frac{G}{t_p} \quad (2)$$

- Комбинацијом релација (1) и (2) можемо добити однос произведене серије и максималног нивоа залиха на стању:

$$G = (p - d) \cdot t_p = (1 - \frac{d}{p})G_s \quad (3)$$

Модел залиха који укључује дневну понуду и потражњу

- Ако заменимо добијени израз (3) у полазну функцију трошкова:

$$\boldsymbol{TC} = \left(C_0 + \frac{1}{2} \cdot G \cdot C_1 \cdot t_s\right) \cdot n = \left(C_0 + \frac{1}{2} \cdot (1 - \frac{d}{p}) G_s \cdot C_1 \cdot t_s\right) \cdot n$$

$$\rightarrow \qquad \boldsymbol{F(G_s) = C_0 \cdot \frac{R}{G_s} + \frac{1}{2} G_s \cdot C_1 \cdot T \left(1 - \frac{d}{p}\right)} \qquad (4)$$

- Ако потражимо минимум дате функције, добићемо оптималан обим серије:

$$G_{so} = \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot C_0}{C_1 \cdot T \cdot (1 - \frac{d}{p})}} \qquad (5)$$

- Враћањем израза (5) у (4), добија се:

$$F_{min} = \sqrt{2 \cdot R \cdot C_o \cdot C_1 \cdot T \cdot (1 - \frac{d}{p})} \qquad (6)$$

Задатак 1.

- Фабрика X Style, у току производног периода треба да произведе R = 260 000 комада производа. Трошкови наручивања материјала по серији износе $C_0 = 750000\,NJ$, док је дневно набављена количина материјала за $p = 710\,\frac{kom}{dan}$ производа. Директно се у току дана употреби количина материјала за $\mathrm{d} = 600\,\frac{kom}{dan}$ производа. Уколико су трошкови складиштења серије за период од две године $C_1T = 800\,\frac{NJ}{kom}$, израчунати:

а) оптималну величину серије,

б) број интервала (серија) и укупну дужину трајања производње,

в) укупне трошкове пословања за посматрани период.

- Решити задатак и уз помоћ софтвера QM for Windows.

- *Решење:*

а) $\mathrm{F}(G_s) = \frac{R}{G_s} \cdot C_0 + \frac{G_s}{2} \cdot \left(\frac{p-d}{p}\right) \cdot C_1 T$

$$G_{so} = \sqrt{\frac{2RC_0}{C_1 T}\left(\frac{p}{p-d}\right)} = \sqrt{\frac{2 \cdot 260000 \cdot 750000}{800}\left(\frac{710}{710-600}\right)} = 56095\ kom$$

У једној серији је оптимално произвести 56 095 јединица производа.

б) $n_o = \frac{R}{G_{so}} = \frac{260000}{56095} = 4.63;\ T_p = \frac{R}{p} = \frac{260000}{710} = 366.19$ дана

Да би намирили дефинисану потражњу биће потребно непуних 5 серија(интервала), док ће укупно време производње износити око 366 дана.

в) Оптимални трошкови су:

$$TC_{opt} = F_{min} = \frac{R}{G_{so}} \cdot C_0 + \frac{G_{so}}{2}\left(\frac{p-d}{p}\right) \cdot C_1 T = \frac{26000}{560095} \cdot 750000 + \frac{56095}{2} \cdot \left(\frac{710-600}{710}\right) \cdot 800 =$$
$$6\ 952\ 555.51\ NJ$$

Дакле, укупни трошкови залиха за посматрани годишњи период износиће готово 7 милиона новчаних јединица.

- *Решење:*

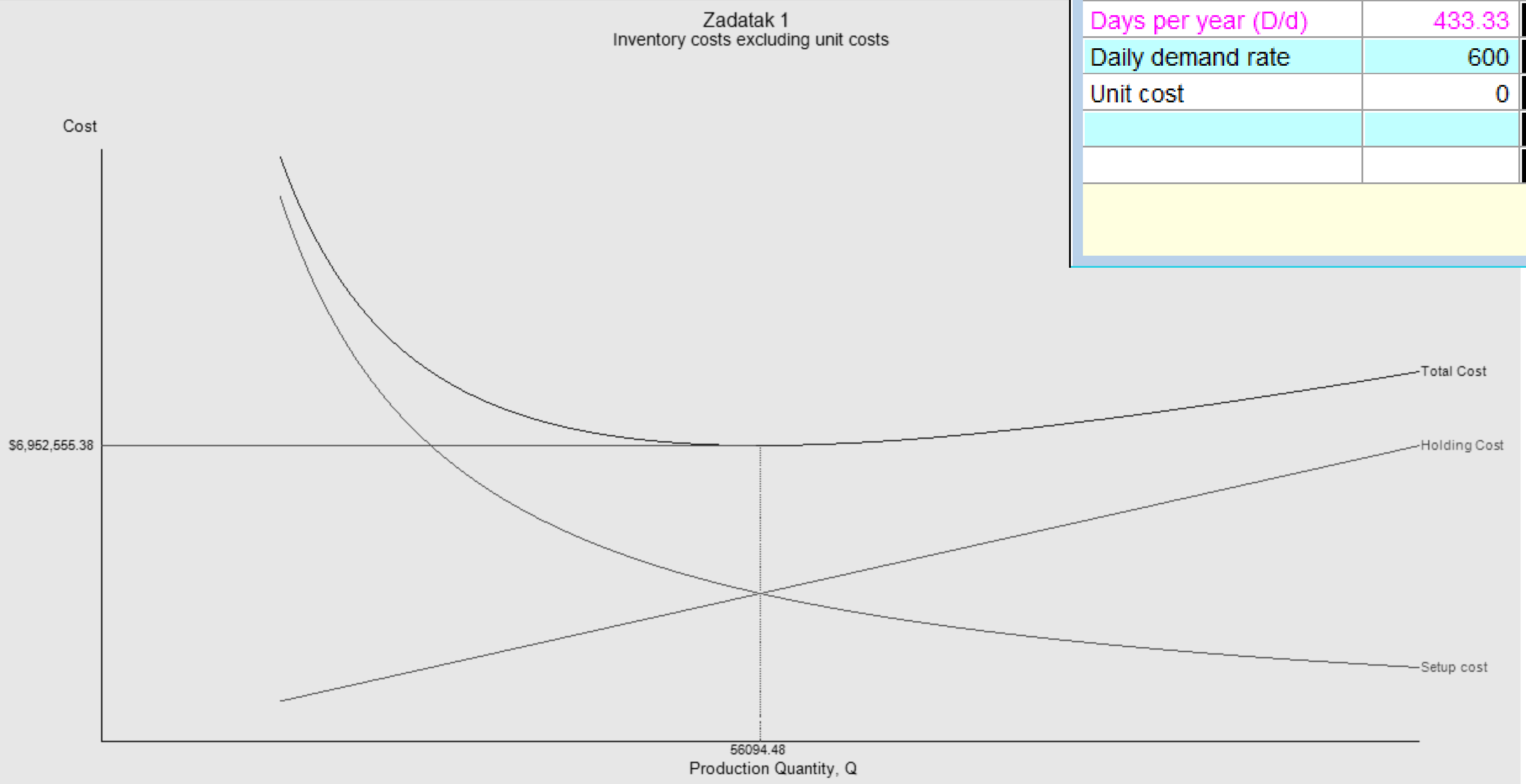
Задатак се може решити и путем софтверског пакета QM for Windows. По отварању софтвера, кораци су следећи:

- Module ⇒ Inventory
- File ⇒ New ⇒ Production Order Quantity (POQ) model

QM for Windows - [Data] Results

Zadatak 1 Solution

Parameter	Value		Parameter	Value
Demand rate(D)	260000		Optimal production quantity (Q*)	56094.48
Setup/ordering cost(S)	750000		Maximum Inventory Level (Imax)	8690.69
Holding/carrying cost(H)	800		Average inventory	4345.35
Daily production rate(p)	710		Production runs per period (year)	4.64
Days per year (D/d)	433.33		Annual Setup cost	3476278.0
Daily demand rate	600		Annual Holding cost	3476278.0
Unit cost	0		Total Inventory (Holding + Setup) Cost	6952556.0
			Unit costs (PD)	0
			Total Cost (including units)	6952556.0



Задатак 2.

- Задатак руководиоца производње у компанији Montgomery Steel Inc. је оптимизација величине серије која се производи како би се задовољила годишња потражња од милион тона челика годишње. Трошкови наручивања сировине по серији износе $50\,000\,NJ$, док је дневно потребно произвести 15000 тона. Дневна потражња износи 7500 тона, а годишњи трошкови складиштења износе 1000 NJ по тони. Израчунати:

а) оптималну величину серије,

б) укупне трошкове за посматрани период,

в) максимални ниво залиха на стању.

- Решити задатак и у софтверском пакету QM for Windows.

- *Решење:*

а) $\mathrm{F}(G_s) = \frac{R}{G_s} \cdot C_0 + \frac{G_s}{2} \cdot \left(\frac{p-d}{p}\right) \cdot C_1 T$

$$G_{so} = \sqrt{\frac{2RC_0}{C_1 T}\left(\frac{p}{p-d}\right)} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000000 \cdot 50000}{1000}\left(\frac{15000}{15000-7500}\right)} = 14\,142\ t$$

У једној серији је потребно произвести 14 142 тона челика.

б) Оптимални трошкови су:

$TC_{opt} = \frac{R}{G_{so}} \cdot C_0 + \frac{G_{so}}{2}\left(\frac{p-d}{p}\right) \cdot C_1 T = \frac{1000000}{14142} \cdot 50000 + \frac{14142}{2} \cdot \left(\frac{15000-7500}{15000}\right) \cdot 1000 =$
$7\,071\,067.81\ NJ$

Дакле, укупни трошкови залиха за посматрани годишњи период износиће преко 7 милиона новчаних јединица.

в) Максималан ниво залиха израчунавамо по формули:

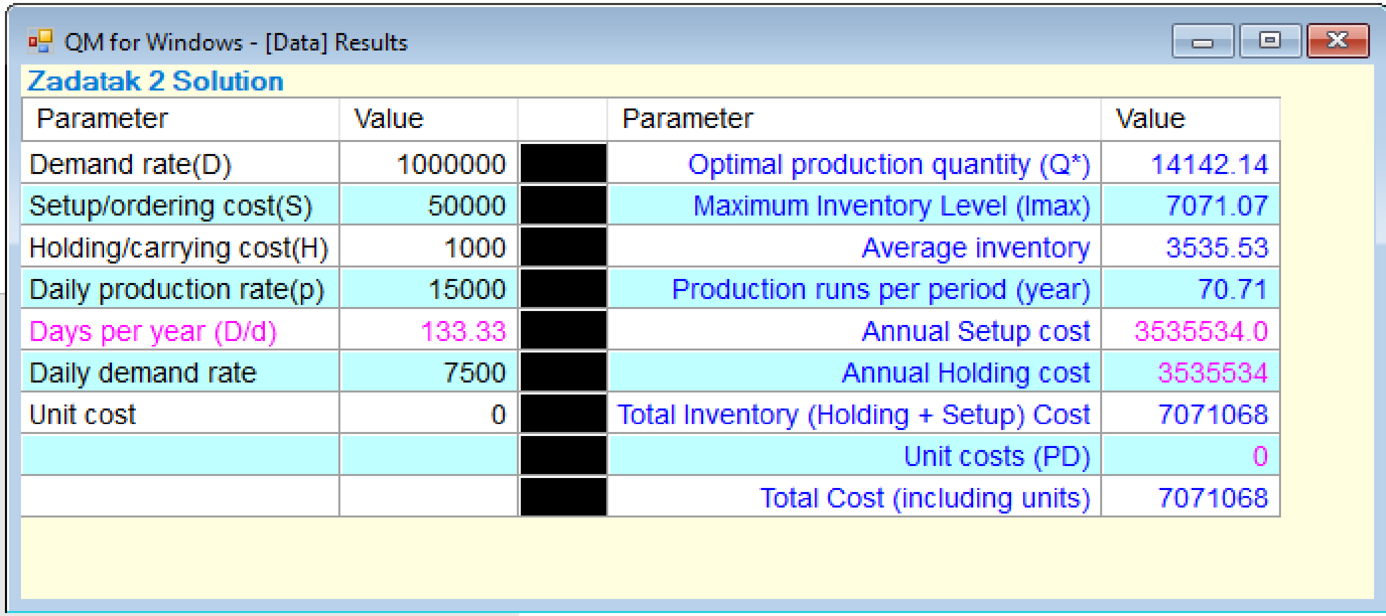
$$G = (p-d) \cdot t_p = \left(1 - \frac{d}{p}\right) G_s = \left(1 - \frac{7500}{15000}\right) 14142 = 7071\ t$$

У складишту ће максимално бити 7071 тона челика на стању.

- *Решење:*

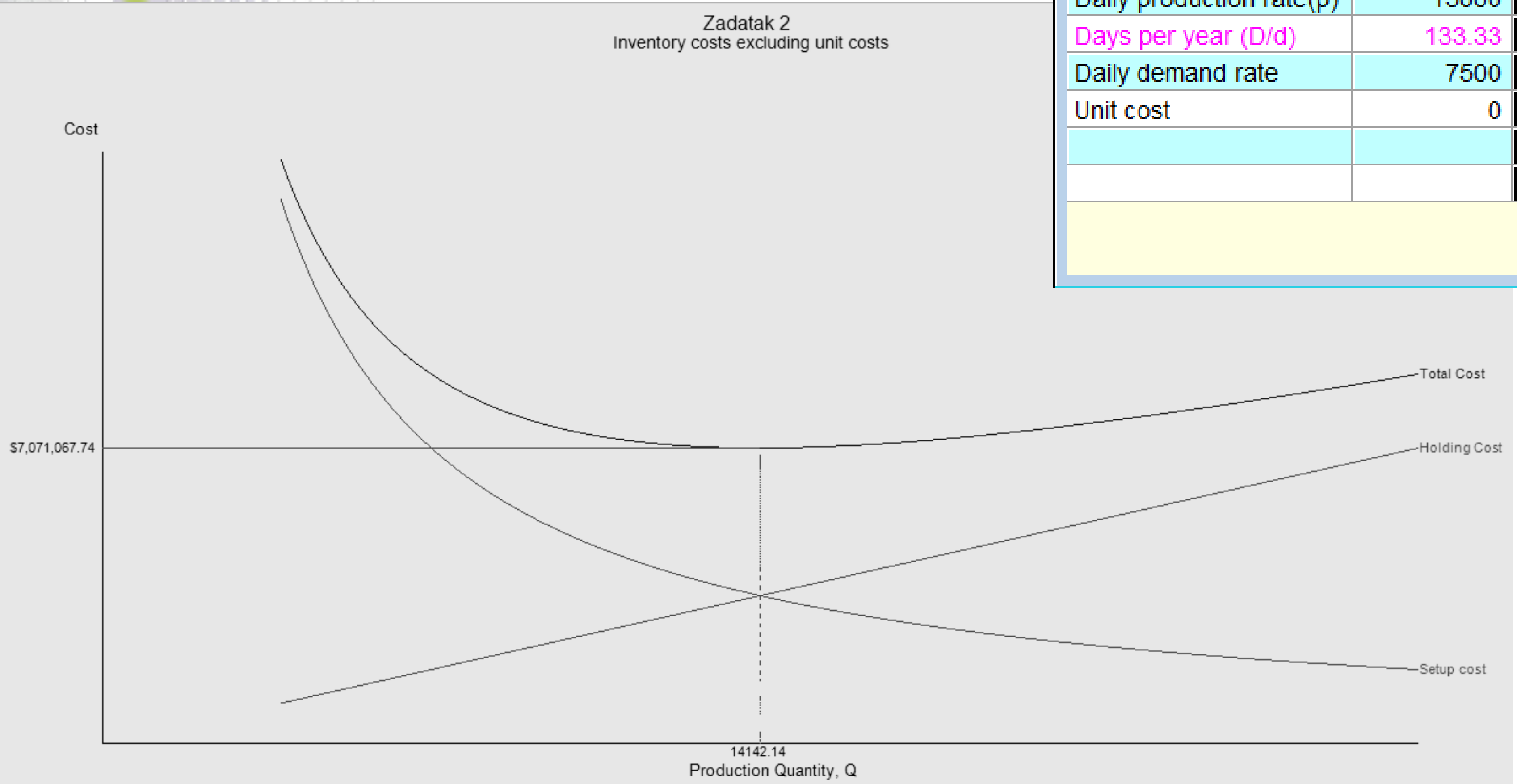
Задатак се може решити и путем софтверског пакета QM for Windows. По отварању софтвера, кораци су следећи:

- ➢Module ⇒ Inventory
- ➢File ⇒ New ⇒ Production Order Quantity (POQ) model


QM for Windows - [Data] Results

Zadatak 2 Solution

Parameter	Value		Parameter	Value
Demand rate(D)	1000000		Optimal production quantity (Q*)	14142.14
Setup/ordering cost(S)	50000		Maximum Inventory Level (Imax)	7071.07
Holding/carrying cost(H)	1000		Average inventory	3535.53
Daily production rate(p)	15000		Production runs per period (year)	70.71
Days per year (D/d)	133.33		Annual Setup cost	3535534.0
Daily demand rate	7500		Annual Holding cost	3535534
Unit cost	0		Total Inventory (Holding + Setup) Cost	7071068
			Unit costs (PD)	0
			Total Cost (including units)	7071068



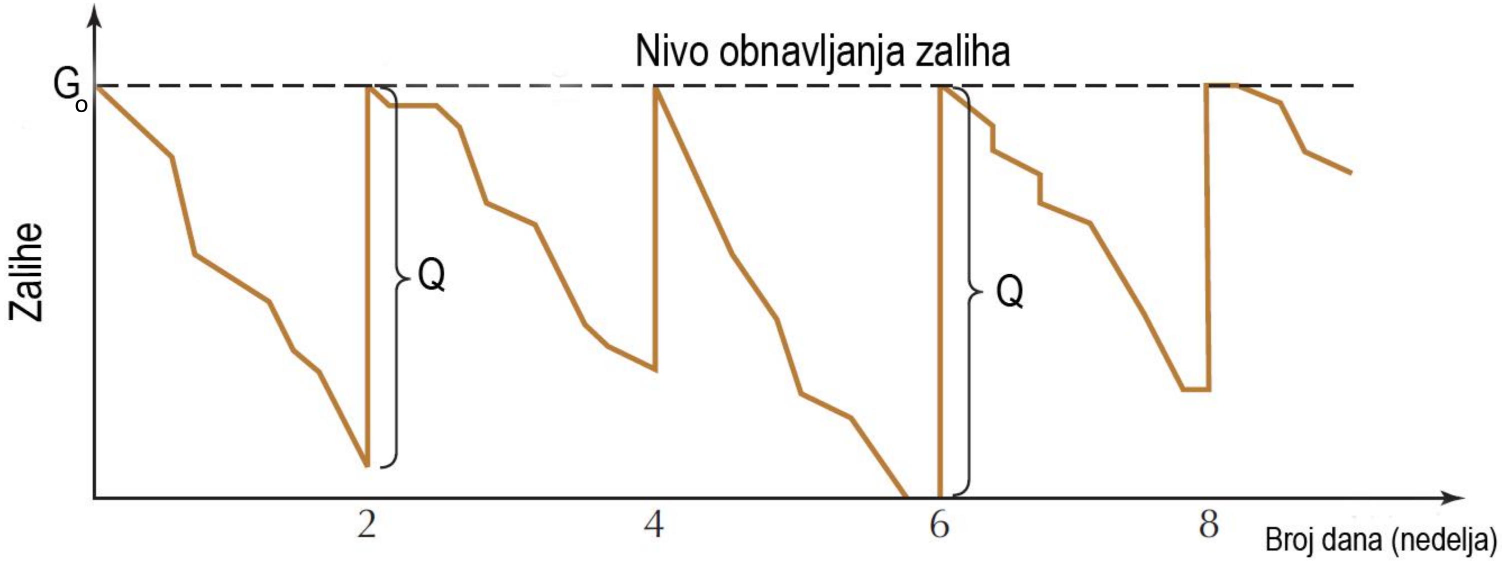
Управљање залихама са варијабилном потражњом

- Један од најједноставнијих приступа управљању залихама заснива се на периодичној провери нивоа (стања) залиха (Bozarth & Handfield, 2013).
  - У системима периодичне провере стања, компанија проверава ниво залиха артикала у редовним интервалима и обнавља залихе до неког унапред дефинисаног нивоа, G_o.
  - Стваран обим поруџбине (Q) је износ потребан да се тренутни ниво залиха врати на жељени.

$$Q = G_o - G_t \qquad (7)$$

Где је:

- ➢ Q – обим испоруке,
- ➢ G_o - дефинисани ниво обнове, и
- ➢ G_t – стање залиха у тренутку провере.



Управљање залихама са варијабилном потражњом

- Кључно питање у успостављању система периодичне провере стања јесте одређивање нивоа обнављања залиха (G_o).
- У општем случају, G_o би требало да буде довољно високо да задовољи све нивое потражње осим најекстремнијих током периода између две набавке. Важиће:

$$G_o = \mu_d + z\sigma_d \tag{8}$$

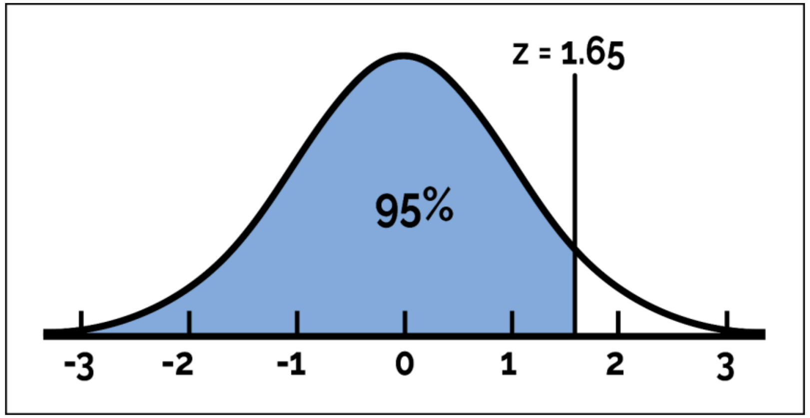
Где је:

- μ_d - Просечна потражња током периода између две испоруке,
- σ_d - Стандардна девијација потражње током периода набавке,
- z - Број стандардних девијација изнад просечне потражње (веће z вредности повећавају ниво обнављања, чиме се смањује вероватноћа несташице залиха).

Управљање залихама са варијабилном потражњом

- Једначина (8) важи у случајевима када је оправдано претпоставити да се потражња током периода набавке понаша по нормалној статистичкој расподели.
- У зависности од тога колико је дефинисани ниво залиха (G_o) удаљен од аритметичке средине потражње, компанија ће испуњавати различите нивое услуге, који показују који удео времена ће нивои залиха бити довољно високи да задовоље потражњу током периода између две испоруке.
- На пример, уколико је вредност параметра G_o 1,28 стандардних девијација удаљена од μ_d (z=1.28) , очекивана потражња би била задовољена 90% времена (тј. успоставио би се ниво услуге од 90%), док би за z = 1.65 генерисао ниво услуге од 95%. Различите вредности z и резултирајући нивои услуге су наведени у табели у прилогу (више вредности је могуће извести из табеле z вредности за нормалну статистичку расподелу).

Z вредност	Ниво услуге
1.28	90%
1.65	95%
2.33	99%
3.08	99.9%



Задатак 3.

- Компанија ChypsZ д.о.о. се бави производњом чипса који продаје у супермаркетима. Ниво залиха у супермаркету се проверава на сваких 10 дана. Затим, формира се наруџбеница за недостајућу робу која ће стићи у току истог дана. Просечна потражња током периода набавке износи 240 кесица чипса. Стандардна девијација потражње током истог периода износи 40 кесица. Супермаркет жели ниво залиха који је довољан да покрије постојећу потражњу 90% времена. Другим речима, продавница је спремна да преузме ризик од 10% вероватноће да ће остати без кесица пре него што дође време за допуну залиха.
  - Израчунати потребан ниво залиха на почетку сваког циклуса. Такође, уколико се на дан провере утврди да на стању има 26 кесица, израчунати обим поруџбине коју је потребно допремити.

- *Решење:*

Познати су следећи параметри:

μ_d = 240 кесица, σ_d= 40 кесица, $\mathrm{NU} = 0.90 \rightarrow z = 1.28$

На основу датих података, потребан ниво залиха се рачуна према формули:

$$G_o = \mu_d + z\sigma_d$$
$$= 240 + 1.28 \cdot 40 = 291$$

Дакле, потребно је имати 291 кесицу чипса на стању у тренутку испоруке.

Са друге стране, у случају да у тренутку провере нивоа залиха на стању буде 26 кесица, обим следеће поруџбине (испоруке) ће износити:

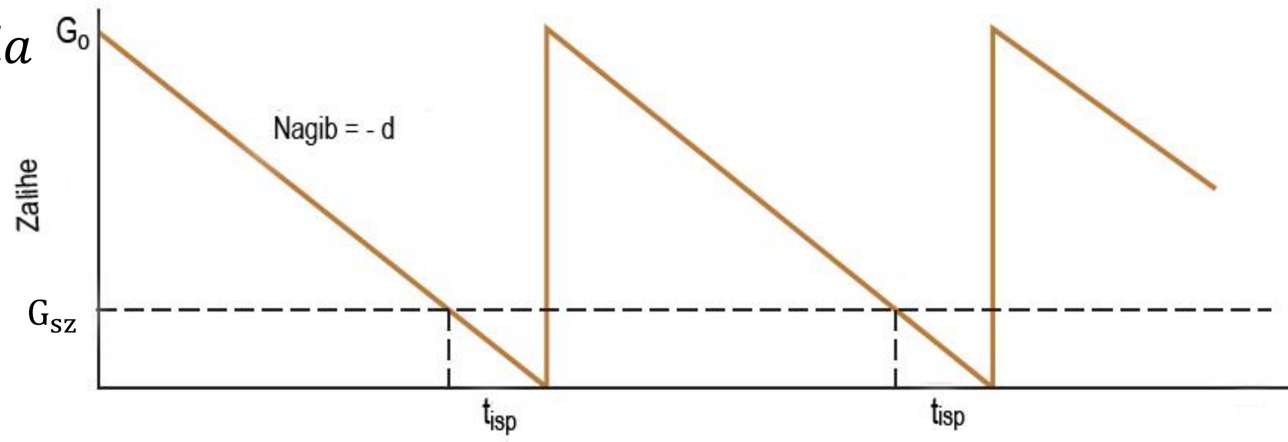
$$Q = G_o - G_t = 291 - 26 = 265$$

У том случају, потребно је добавити још 265 кесица чипса.

Сигнална и критична залиха

- Основни детерминистички модели залиха одговарају на питање **КОЛИКО** производа треба поручити, али не и **КАДА?**
- У реалним системима, потребно је одређено време од тренутка када се роба поручи, до тренутка када стигне у систем (време испоруке).
- Стога је сектору за набавку потребно да одреди тзв. **СИГНАЛНУ ЗАЛИХУ** – количину производа која је довољна да покрије потражњу за време испоруке, уколико се роба поручи у датом тренутку.
- Нпр. уколико је процењено да се тражи (продаје) 50 комада одређеног производа дневно, док је потребно време набавке нових производа 3 дана. Сигнална залиха ће бити дефинисана изразом:

$$\boldsymbol{G_{sz}} = \overline{\boldsymbol{d}} \cdot \overline{\boldsymbol{t}}_{\boldsymbol{isp}} = 50\,\frac{kom}{dan} \cdot 3\ dana = 150\ komada$$



- Где је:
  - $\boldsymbol{G_{sz}}$ - сигнална залиха,
  - $\overline{\boldsymbol{d}}$ - просечна дневна потражња,
  - $\overline{\boldsymbol{t}}_{\boldsymbol{isp}}$- просечно време испоруке.

Сигнална и критична залиха

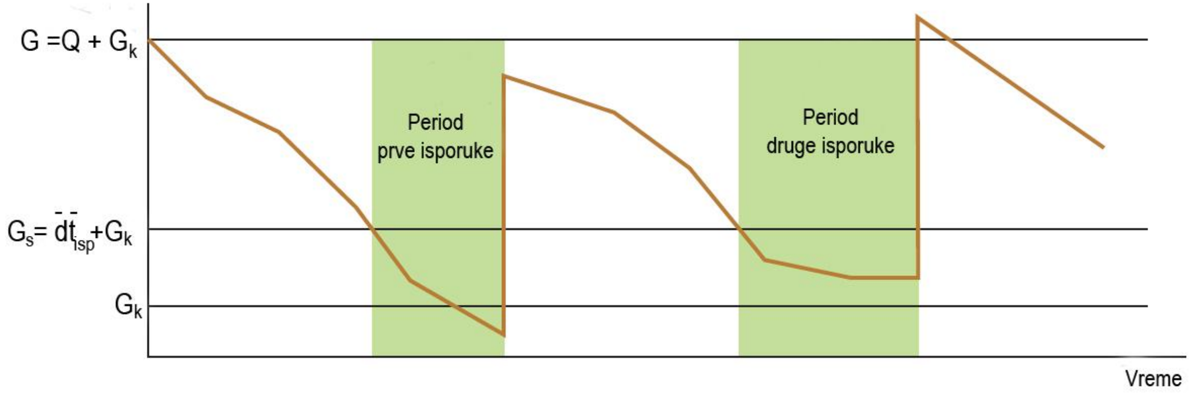
- Неретко се дешава да потражња, као и потребно време испоруке варира током времена (табела у прилогу), те пређашње решење од 150 производа неће увек бити задовољавајуће.
- Да би то предупредиле, компаније уводе тзв. **КРИТИЧНУ ЗАЛИХУ** (критични ниво залиха)

$$\boldsymbol{G_{sz} = \bar{d} \cdot \bar{t}_{isp} + G_k} \tag{9}$$

- Где је $\boldsymbol{G_k}$ - критични ниво залиха.

Стопа потражње - d (број производа по дану)	Време испоруке - t_{isp} (у данима)	Потражња током времена испоруке (у броју производа)
60	3	180*
40	4	160*
55	2	110
45	3	135
50	3	150*
65	3	195*
35	3	105
55	3	165*
45	4	180*
50	2	100
Просек = 50 производа	Просек = 3 дана	Просек = 148 производа
* Потражња већа од $\bar{d}\bar{t}_{isp}$		

- Пример дат на слици у прилогу показује зашто је увођење критичне залихе готово неопходно у реалним системима, као мера сузбијања ризика који постоји када потражња варира.



Задатак 4.

- Прошло је одређено време од како сте добили посао у компанији GreenTech, која се бави производњом и дистрибуцијом рачунарских компоненти. У оквиру складишта А, у коме се чувају матичне плоче (исти артикал као у претходном задатку, ознаке BM9000x), свакодневно је бележено колико је плоча отпремљено (продато), као и време које је било потребно новим плочама да стигну у складиште, од тренутка наруџбе. Добијени су следећи подаци:
    - Складиште је дневно у просеку отпремало 16 плоча ($\bar{\mathrm{d}} = 16$), док је стандардна девијација дневне потражње износила око 3 плоче ($\sigma_d = 3$).
    - Када би се поручиле нове количине залиха из производње, у просеку им је требало 9 дана да стигну ($\bar{t}_{isp} = 9$), са стандардном девијацијом од 2 дана ($\sigma_t = 2$).
- Регионални менаџер је донео одлуку да ниво услуге мора бити минимум 95%, тј. компанија је спремна да прихвати само 5% вероватноће да складиште А остане без плоча у периоду испоруке.
- Израчунати сигнални и критични ниво залихе.

- *Решење:*

Дакле, претходно је речено да формула која важи за израчунавање сигналне залихе јесте:

$$\boldsymbol{G_s = \bar{d} \cdot \bar{t}_{isp} + G_k}$$

Поставља се питање како израчунати критичну залиху - $\boldsymbol{G_k}$? Кренимо од почетка задатка.

Како су дате просечне вредности дневне потражње и времена испоруке, можемо израчунати просечну потражњу, тј. колико нам у просеку треба производа на залихама у како не би дошло до несташице пре него што дође нова испорука.

$$\text{просечна потражња током периода испоруке} = \bar{d} \cdot \bar{t}_{isp} = 16 \frac{\text{плоча}}{\text{дан}} \cdot 9 \text{ дана} = 144 \text{ плоча}$$

Како су нам дате ст. девијације времена и дневне потражње, могуће је израчунати колико варира укупна потражња за време периода испоруке :

$$\sigma_{dt} = \sqrt{\bar{t}_{isp}\sigma_d^2 + \bar{d}^2\sigma_t^2} = \sqrt{9 \cdot 9 + 256 \cdot 4} = 33.24 \text{ плоче}$$

Формула одговара изразу за стандардну девијацију производа две независне случајне променљиве (Bozarth & Handfield, 2013) :

$$\sigma(X \cdot Y) = \sqrt{\mu_X^2 \cdot \sigma_Y^2 + \mu_Y \cdot \sigma_X^2}$$

Текстом задатка је дефинисан ниво услуге од 95%, дакле вредност сигналне залихе треба да буде довољно висока да задовољи потражњу 95% времена током периода испоруке. Другим речима, сигнална залиха ће бити једнака 95-ом перцентилу вредности потражње током периода испоруке. Важи:

$$G_{sz} = \bar{d} \cdot \bar{t}_{isp} + z \cdot \sigma_{dt} = 144 + 1.65 \cdot 33.24 = 198.8 \approx 199 \text{ плоча}$$

- *Решење:*

У претходном изразу, 1.65 представља број стандардних девијација изнад аритметичке средине који одговара 95-ом перцентилу, односно вероватноћи од 95%.

Поредећи са почетном формулом, можемо закључити да се критична залиха рачуна према изразу:

$$G_k = z\sigma_{dt} = z\sqrt{\bar{t}_{isp}\sigma_d^2 + \bar{d}\sigma_t^2} = 1.65 \cdot 33.24 = 54.88 \approx 55 \text{ плоча}$$

Дакле, <u>вредност сигналне залихе ће износити 199</u>, а <u>критичне 55 матичних плоча</u>, чиме је обезбеђен ниво услуге од 95%.

Финално, формула по којој се рачуна сигнална залиха када потражња и време испоруке варијају је:

$$\boldsymbol{G_{sz} = \bar{d} \cdot \bar{t}_{isp} + G_k = \bar{d} \cdot \bar{t}_{isp} + z\sqrt{\bar{t}_{isp}\sigma_d^2 + \bar{d}^2\sigma_t^2}}$$

Где је: $\boldsymbol{\bar{d}}$ - просечна дневна потражња, $\boldsymbol{\bar{t}_{isp}}$- просечно време испоруке, $\boldsymbol{\sigma_d^2}$ - варијанса потражње, $\boldsymbol{\sigma_t^2}$ - варијанса времена испоруке, $\boldsymbol{z}$ – број ст. девијација изнад аритметичке средине (просечне) потражње током периода испоруке (што је $\boldsymbol{z}$ веће, већа је вероватноћа да до несташице залиха неће доћи.

Трошкови застаревања и трошкови несташице

- У досадашњој дискусији, претпостављали смо да се сваки вишак залиха који наручимо може задржати на стању неограничено, и да за то нема последица.
- Међутим, ово често није тачно. У неким ситуацијама, вишак залиха има ограничен век трајања након кога се мора одбацити, продати по нижој цени или чак одложити уз додатне трошкове. Примери укључују производе као што су прехрамбени производи, часописи, новине, новогодишње јелке, итд.
- У другим ситуацијама, залихе могу имати такву специјализовану намену (као што су резервни делови за одређену машину) да се неискоришћене јединице не могу користити нигде другде.
- У наведеним околностима, компанија мора измерити утицај несташице, као и вишка (застаревања) залиха кроз трошкове који се у тим случајевима појављују:

$$C_n = \text{продајна цена артикла} - \text{набавна цена}$$

$$C_z = \text{набавна цена артикла} + \text{трошкови одлагања} - \text{умањена цена производа}$$

- Где је:
  - C_n – трошкови несташице (изгубљена зарада),
  - C_z – трошкови застаревања залиха.

Трошкови застаревања и трошкови несташице

- На пример, рецимо да се производ продаје по цени од 200€, док је његова набавна цена 50€, а трошкови одлагања износе 5€. Следи:

$$\text{Трошак несташице } = C_n = 200 - 50 = 150\text{ €}$$
$$\text{Трошак застаревања} = C_z = 50 + 5 = 55\text{ €}$$

- Циљ управљања залихама, ако се у фокус ставе наведени трошкови, јесте успоставити ниво залиха који генерише равнотежу између очекиваних трошкова несташице (мањка) и очекиваних трошкова застаревања (вишка).
- Кораци ка успостављању одређеног облика баланса су следећи:

1. Одредити **жељени ниво услуге** $(\boldsymbol{NU})$ којим се успоставља равнотежа трошкова недостатка и трошкова вишка залиха.
2. Добијени ниво услуге искористити како би се одредио **жељени ниво залиха ($\boldsymbol{NZ}$)** за одређени артикал.

Циљани ниво услуге

- У временском интервалу између две испоруке, ниво услуге се једноставно може посматрати као вероватноћа да у систему има довољно јединица да задовољи потражњу.
- Дакле, у том периоду нема обнове залиха, те их или има довољно или не. Циљани ниво услуге се, дакле, остварује при количини залиха за коју ће нам очекивани трошкови услед несташице бити једнаки очекиваним трошковима услед застаревања. Важи:

$$\text{ОЧЕКИВАНИ ТРОШКОВИ НЕСТАШИЦЕ} = \text{ОЧЕКИВАНИ ТРОШКОВИ ЗАСТАРЕВАЊА}$$
$$\boldsymbol{(1-p)\cdot C_n = p\cdot C_z}$$

- Где је:
  - $\boldsymbol{p}$ – вероватноћа да у систему има довољно залиха, $\boldsymbol{C_z}$ - трошкови застаревања,
  - $\boldsymbol{(1-p)}$ - вероватноћа да ће доћи до несташице, $\boldsymbol{C_n}$ - трошкови несташице.

- Уколико заменимо $\boldsymbol{p}$ са циљаним (жељеним) нивоом услуге, добија се:

$$\boldsymbol{(1-NU)\cdot C_n = NU\cdot C_z}$$

$$\boldsymbol{NU = \frac{C_n}{C_n + C_z}}$$

Задатак 5.

- Мало породично предузеће треба донесе одлуку колико млека дневно да произведе. Обзиром да је у питању свеже млеко, читаву произведену количину је потребно продати у једном дану. Трошкови производње по литру износе 25 динара, док се литар продаје по цени од 100 динара. Израчунати циљани ниво услуге који је потребно задовољити.

- Дакле, познати су следећи параметри:
  - C_n = 100 – 25 = 75 дин.
  - C_z = 25 дин.
- На основу тога, могуће је израчунати циљани ниво услуге као:

$$NU = \frac{C_n}{C_n + C_z} = \frac{75}{75 + 25} = 0.75$$

- На основу добијеног резултата, предузеће треба да задовољи потражњу у 75% случајева.

Задатак 6.

- Свако вече, производња дневне штампе (новина) за следећи дан почиње са радом. Трошкови прозводње по штампаном примерку износе 12 динара, док се саме новине продају по цени од 25 динара. Уколико се новине не продају до краја следећег дана, могуће је продати их оближњем центру за рециклажу по цени од 10 динара по примерку, при чему трошкови транспорта до самог центра износе 5 динара по примерку. Израчунати циљани ниво услуге који је потребно задовољити.

- Дакле, познати су следећи параметри:
  - C_n = 25 – 12 = 13 дин.
  - C_z = 12+5 – 10 = 7 дин.
- На основу тога, могуће је израчунати циљани ниво услуге као:

$$NU = \frac{C_n}{C_n + C_z} = \frac{13}{13+7} = \frac{13}{20} = 0.65$$

- На основу добијеног резултата, производња треба да задовољи потражњу у 65% случајева.

Циљани ниво залиха

- На крају, како бисмо дали смисао одређивању нивоа услуге система, неопходно је одредити колико је заправо залиха потребно имати на стању код оваквих система.
- Да би то учинили, потребно је претпоставити да се вредност потражње (која варира у времену) понаша по некој статистичкој расподели. У зависности од ситуације, можемо апроксимирати расподелу потражње из довољне количине забележених података, или можемо користити теоријску статистички расподелу, као што је нормална расподела или Поасонова расподела.
- У задацима ће увек бити претпостављено да се вредност потражње мења по нормалној статистичкој расподели.

Задатак 7.

- За породично предузеће из задатка 5, на основу добијеног нивоа услуге (NU=0.75) и забележених података од потражњи у Табели 1, неопходно је израчунати циљани ниво залиха за различите периоде у току недеље. Потражња се понаша по нормалној статистичкој расподели.

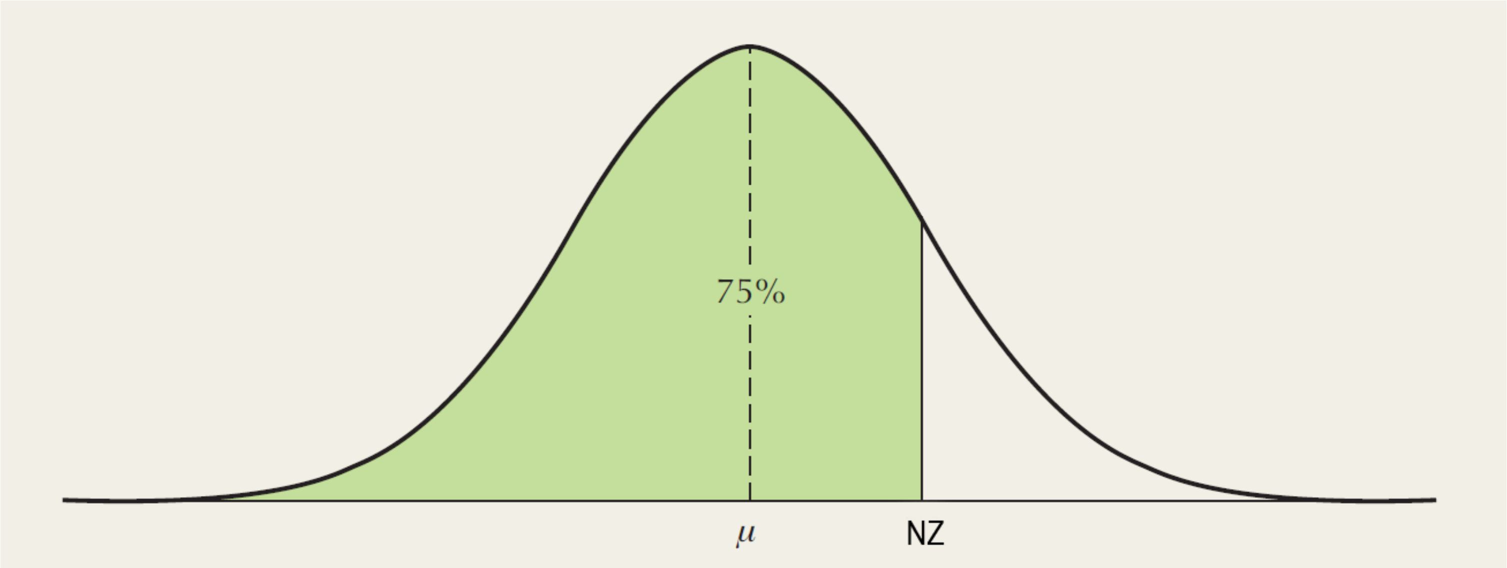
$$NU = \frac{C_n}{C_n + C_z} = \frac{75}{75 + 25} = 0.75$$

Табела 1. Прикупљени подаци о потражњи у претходном периоду

Дан у недељи	Просечна потражња (μ)	Ст. девијација потражње
Понедељак - Петак	422 литре	67 литара
Субота	719 литара	113 литара
Недеља	528 литара	85 литара

- *Решење:*

Дакле, ако знамо да се варијабилност потражње може описати нормалном расподелом, идеја јесте одабрати вредност која покрива минимум 75% површине испод криве (Слика 1), тј. задовољава потражњу у 75% случајева.



- Другим речима важиће следећа формула:

$$NZ = \mu_d + z_{NU} \cdot \sigma_d$$

- Где је:
    - μ_d - просечна потражња,
    - z_{NU} - броја стандардних девијација изнад вредности просечне потражње потребних да би се задовољио циљани ниво услуге,
    - σ_d - стандардна девијација потражње.

- *Решење:*

Служећи се претходном формулом и таблицама за стандардизовану нормалну расподелу, на основу које се за ниво услуге од 75% добија вредност z=0.68, добијају се следећи нивои залиха:

$$NZ_{P-P} = 422 + 0.68 \cdot 67 = 467.56 \approx 468$$
$$NZ_S = 719 + 0.68 \cdot 113 = 795.84 \approx 796$$
$$NZ_N = 528 + 0.68 \cdot 85 = 585.8 \approx 586$$

Табела 2. Циљани нивои залиха по данима, за ниво услуге од 75%

Дан у недељи	Циљани ниво залиха
Понедељак - Петак	468 литре
Субота	796 литара
Недеља	586 литара

Задатак 8.

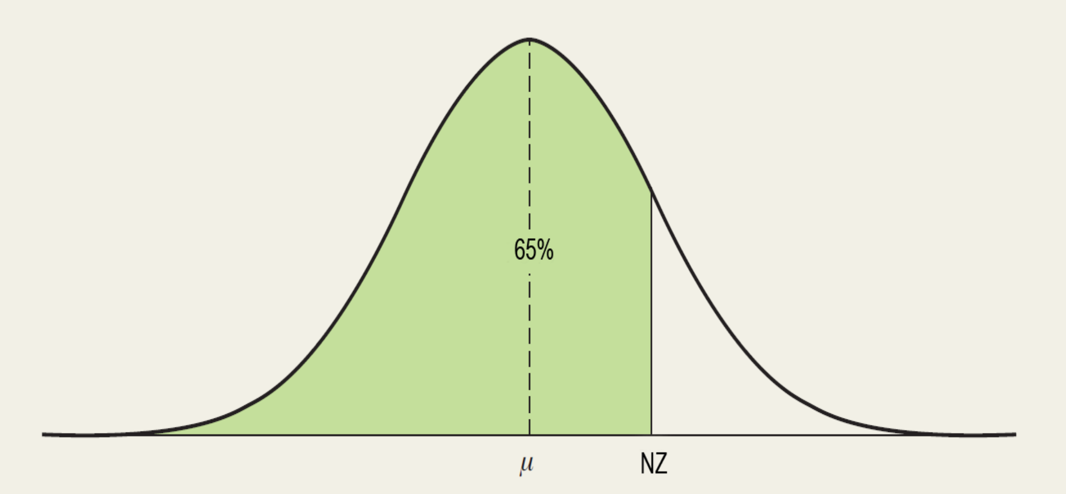
- За потребе погона који производи новине из задатка 6, бележени су продати примерци у периоду од 34 дана (Табела 1). На основу добијеног нивоа услуге (NU=0.65) и забележених података о потражњи , неопходно је израчунати циљани ниво залиха. Потражња се понаша по нормалној статистичкој расподели.

$$NU = \frac{C_n}{C_n + C_z} = \frac{13}{13 + 7} = 0.65$$

Табела 1. Прикупљени подаци о потражњи у претходном периоду

Дневна потражња (у хиљадама примерака)	Број дана са датом потражњом у претходном периоду
10 или мање	0
11	2
12	5
13	5
14	6
15	7
16	5
17	3
18	1
19 или више	0

- *Решење:*



Дневна потражња (у хиљадама примерака)	Број дана са датом потражњом у претходном периоду	Удео дана када је потражња једнака датој вредности	Кумулативни удео (проценат)
10 или мање	0	0/34=0%	0%
11	2	2/34=5.9%	5.9%
12	5	5/34=14.7%	20.6%
13	5	5/34=14.7%	35.3%
14	6	6/34=17.6%	52.9%
15	7	7/34=20.9%	**73.5%**
16	5	5/34=14.7%	88.2%
17	3	3/34=8.8%	97%
18	1	1/34=2.9%	100%
19 или више	0	0/34=0%	100%

- Обзиром да нам је дата фреквенција, тј. учестаност вредности потражње, задатак је могуће решити проналаском вредности која задовољава потражњу 65% случајева или више. Њу добијамо израчунавањем кумалитивних процената удела вредности.
- Попуњавањем табеле, уочавамо да је неопходно производити 15 хиљада примерака дневно чиме се остварује ниво услуге од 73.5%.

Додатак: Пример коришћења таблице за нормалну расподелу

x↓ y→	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-4.00	0.0000317	0.0000304	0.0000291	0.0000279	0.0000267	0.0000256	0.0000245	0.0000235	0.0000225	0.0000216
-3.90	0.0000481	0.0000462	0.0000443	0.0000425	0.0000408	0.0000391	0.0000375	0.0000360	0.0000345	0.0000331
-3.80	0.0000724	0.0000695	0.0000667	0.0000641	0.0000615	0.0000591	0.0000567	0.0000544	0.0000522	0.0000501
-3.70	0.0001078	0.0001037	0.0000996	0.0000958	0.0000920	0.0000884	0.0000850	0.0000816	0.0000784	0.0000753
-3.60	0.0001591	0.0001531	0.0001473	0.0001417	0.0001364	0.0001312	0.0001261	0.0001213	0.0001166	0.0001122
-3.50	0.0002327	0.0002241	0.0002158	0.0002078	0.0002001	0.0001927	0.0001855	0.0001785	0.0001718	0.0001654
-3.40	0.0003370	0.0003249	0.0003132	0.0003018	0.0002909	0.0002803	0.0002701	0.0002603	0.0002508	0.0002416
-3.30	0.0004835	0.0004665	0.0004501	0.0004343	0.0004189	0.0004041	0.0003898	0.0003759	0.0003625	0.0003495
-3.20	0.0006872	0.0006637	0.0006410	0.0006190	0.0005977	0.0005771	0.0005571	0.0005378	0.0005191	0.0005010
-3.10	0.0009677	0.0009355	0.0009043	0.0008741	0.0008448	0.0008164	0.0007889	0.0007623	0.0007364	0.0007114
-3.00	0.0013500	0.0013063	0.0012639	0.0012228	0.0011830	0.0011443	0.0011068	0.0010704	0.0010351	0.0010009
-2.90	0.0018659	0.0018072	0.0017502	0.0016949	0.0016411	0.0015889	0.0015383	0.0014891	0.0014413	0.0013950
-2.80	0.0025552	0.0024771	0.0024012	0.0023275	0.0022557	0.0021860	0.0021183	0.0020524	0.0019884	0.0019263
-2.70	0.0034670	0.0033642	0.0032641	0.0031668	0.0030720	0.0029798	0.0028901	0.0028029	0.0027180	0.0026355
-2.60	0.0046612	0.0045271	0.0043965	0.0042693	0.0041453	0.0040246	0.0039071	0.0037926	0.0036812	0.0035726
-2.50	0.0062097	0.0060366	0.0058678	0.0057031	0.0055426	0.0053862	0.0052336	0.0050850	0.0049400	0.0047988
-2.40	0.0081975	0.0079763	0.0077603	0.0075494	0.0073436	0.0071428	0.0069469	0.0067557	0.0065691	0.0063872
-2.30	0.0107241	0.0104441	0.0101704	0.0099031	0.0096418	0.0093867	0.0091375	0.0088940	0.0086563	0.0084242
-2.20	0.0139034	0.0135525	0.0132093	0.0128737	0.0125454	0.0122244	0.0119106	0.0116038	0.0113038	0.0110106
-2.10	0.0178644	0.0174291	0.0170030	0.0165857	0.0161773	0.0157776	0.0153863	0.0150034	0.0146287	0.0142621
-2.00	0.0227501	0.0222155	0.0216916	0.0211782	0.0206751	0.0201821	0.0196992	0.0192261	0.0187627	0.0183088
-1.90	0.0287165	0.0280665	0.0274289	0.0268033	0.0261898	0.0255880	0.0249978	0.0244191	0.0238517	0.0232954
-1.80	0.0359303	0.0351478	0.0343794	0.0336249	0.0328841	0.0321567	0.0314427	0.0307418	0.0300540	0.0293789
-1.70	0.0445654	0.0436329	0.0427162	0.0418151	0.0409295	0.0400591	0.0392039	0.0383635	0.0375379	0.0367269
-1.60	0.0547993	0.0536989	0.0526161	0.0515507	0.0505026	0.0494715	0.0484572	0.0474597	0.0464786	0.0455139
-1.50	0.0668072	0.0655217	0.0642555	0.0630084	0.0617802	0.0605708	0.0593800	0.0582076	0.0570534	0.0559174
-1.40	0.0807567	0.0792699	0.0778039	0.0763586	0.0749337	0.0735293	0.0721451	0.0707809	0.0694367	0.0681121
-1.30	0.0968005	0.0950980	0.0934176	0.0917592	0.0901227	0.0885081	0.0869150	0.0853435	0.0837934	0.0822645
-1.20	0.1150697	0.1131395	0.1112325	0.1093486	0.1074878	0.1056498	0.1038347	0.1020424	0.1002726	0.0985254

x↓ y→	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-1.10	0.1356661	0.1334996	0.1313569	0.1292382	0.1271432	0.1250720	0.1230245	0.1210005	0.1190002	0.1170233
-1.00	0.1586553	0.1562477	0.1538642	0.1515050	0.1491700	0.1468591	0.1445723	0.1423097	0.1400711	0.1378566
-0.90	0.1840601	0.1814112	0.1787864	0.1761855	0.1736088	0.1710561	0.1685276	0.1660232	0.1635431	0.1610871
-0.80	0.2118553	0.2089700	0.2061080	0.2032693	0.2004541	0.1976625	0.1948945	0.1921502	0.1894296	0.1867329
-0.70	0.2419636	0.2388520	0.2357624	0.2326950	0.2296499	0.2266273	0.2236272	0.2206499	0.2176954	0.2147638
-0.60	0.2742531	0.2709308	0.2676288	0.2643472	0.2610862	0.2578460	0.2546268	0.2514288	0.2482522	0.2450970
-0.50	0.3085375	0.3050257	0.3015318	0.2980559	0.2945985	0.2911597	0.2877397	0.2843388	0.2809573	0.2775953
-0.40	0.3445783	0.3409030	0.3372428	0.3335979	0.3299686	0.3263552	0.3227581	0.3191775	0.3156137	0.3120669
-0.30	0.3820886	0.3782805	0.3744842	0.3707000	0.3669283	0.3631694	0.3594236	0.3556913	0.3519728	0.3482683
-0.20	0.4207403	0.4168339	0.4129356	0.4090459	0.4051652	0.4012937	0.3974319	0.3935802	0.3897388	0.3859082
-0.10	0.4601721	0.4562046	0.4522415	0.4482832	0.4443300	0.4403823	0.4364405	0.4325051	0.4285763	0.4246546
0.00	0.5000000	0.5039894	0.5079784	0.5119665	0.5159535	0.5199389	0.5239223	0.5279032	0.5318814	0.5358565
0.10	0.5398279	0.5437954	0.5477585	0.5517168	0.5556700	0.5596177	0.5635595	0.5674949	0.5714237	0.5753454
0.20	0.5792597	0.5831661	0.5870644	0.5909541	0.5948348	0.5987063	0.6025681	0.6064198	0.6102612	0.6140918
0.30	0.6179114	0.6217195	0.6255158	0.6293000	0.6330717	0.6368306	0.6405764	0.6443087	0.6480272	0.6517317
0.40	0.6554217	0.6590970	0.6627572	0.6664021	0.6700314	0.6736448	0.6772419	0.6808225	0.6843863	0.6879331
0.50	0.6914625	0.6949743	0.6984682	0.7019441	0.7054015	0.7088403	0.7122603	0.7156612	0.7190427	0.7224047
0.60	0.7257469	$\boxed{0.7290692}$	0.7323712	0.7356528	0.7389138	0.7421540	0.7453732	0.7485712	0.7517478	0.7549030
0.70	0.7580364	0.7611480	0.7642376	0.7673050	0.7703501	0.7733727	0.7763728	0.7793501	0.7823046	0.7852362
0.80	0.7881447	0.7910300	0.7938920	0.7967307	0.7995459	0.8023375	0.8051055	0.8078498	0.8105704	0.8132671
0.90	0.8159399	0.8185888	0.8212136	0.8238145	0.8263912	0.8289439	0.8314724	0.8339768	0.8364569	0.8389129
1.00	0.8413447	0.8437523	0.8461358	0.8484950	0.8508300	0.8531409	0.8554277	0.8576903	0.8599289	0.8621434
1.10	0.8643339	0.8665004	0.8686431	0.8707618	0.8728568	0.8749280	0.8769755	0.8789995	0.8809998	0.8829767
1.20	0.8849303	0.8868605	0.8887675	0.8906514	0.8925122	0.8943502	0.8961653	0.8979576	0.8997274	0.9014746
1.30	0.9031995	0.9049020	0.9065824	0.9082408	0.9098773	0.9114919	0.9130850	0.9146565	0.9162066	0.9177355
1.40	0.9192433	0.9207301	0.9221961	0.9236414	0.9250663	0.9264707	0.9278549	0.9292191	0.9305633	0.9318879
1.50	0.9331928	0.9344783	0.9357445	0.9369916	0.9382198	0.9394292	0.9406200	0.9417924	0.9429466	0.9440826
1.60	0.9452007	0.9463011	0.9473839	0.9484493	0.9494974	0.9505285	0.9515428	0.9525403	0.9535214	0.9544861
1.70	0.9554346	0.9563671	0.9572838	0.9581849	0.9590705	0.9599409	0.9607961	0.9616365	0.9624621	0.9632731
1.80	0.9640697	0.9648522	0.9656206	0.9663751	0.9671159	0.9678433	0.9685573	0.9692582	0.9699460	0.9706211
1.90	0.9712835	0.9719335	0.9725711	0.9731967	0.9738102	0.9744120	0.9750022	0.9755809	0.9761483	0.9767046
2.00	0.9772499	0.9777845	0.9783084	0.9788218	0.9793249	0.9798179	0.9803008	0.9807739	0.9812373	0.9816912
2.10	0.9821356	0.9825709	0.9829970	0.9834143	0.9838227	0.9842224	0.9846137	0.9849966	0.9853713	0.9857379
2.20	0.9860966	0.9864475	0.9867907	0.9871263	0.9874546	0.9877756	0.9880894	0.9883962	0.9886962	0.9889894
2.30	0.9892759	0.9895559	0.9898296	0.9900969	0.9903582	0.9906133	0.9908625	0.9911060	0.9913437	0.9915758
2.40	0.9918025	0.9920237	0.9922397	0.9924506	0.9926564	0.9928572	0.9930531	0.9932443	0.9934309	0.9936128
2.50	0.9937903	0.9939634	0.9941322	0.9942969	0.9944574	0.9946138	0.9947664	0.9949150	0.9950600	0.9952012
2.60	0.9953388	0.9954729	0.9956035	0.9957307	0.9958547	0.9959754	0.9960929	0.9962074	0.9963188	0.9964274

Нпр. за вероватноћу (ниво услуге) од 73%, у таблицама тражимо вредност најближу 0.73. Када је пронађемо, збир вредности реда и колоне у којој се налази дата вероватноћа формира z вредност:

$$P(d \leq NZ) = 0.73 \rightarrow z = 0.60 + 0.01 = 0.61$$