

## Други колоквијум из предмета Математика 2 - смене 1 и 3

### 1. група

(Задатак из градива Првог колоквијума)

Решити неодређени интеграл  $\int \frac{1+x+x^2}{\sqrt{1-x-x^2}} dx$ . (8п)

1. а) Одредити  $K \in \mathbb{R}$  тако да површ  $y+z = 3^{\frac{x-y}{1+xyz}} + K$  садржи координатни почетак  $O(0, 0, 0)$ , а затим написати једначину тангентне равни и нормале на површ у  $O$ . Написати Маклоренов полином 2. степена за функцију  $z = z(x, y)$  у околини тачке  $O$  и написати  $d^2z$ . (9п)

б) На површи  $x = 3(u + v)$ ,  $y = 3(u^2 + v^2)$ ,  $z = 2(u^3 + v^3)$  наћи све тачке у којима је нормала на дату површ паралелна правој  $L: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$ . (6п)

2. Под претпоставком да је функција  $F$  двеју променљивих непрекидна и диференцијабилна довољан број пута, проверити да ли важи

$$(x^2 - y^2 - z^2) \frac{\partial f}{\partial x} + 2xy \frac{\partial f}{\partial y} + 2xz \frac{\partial f}{\partial z} = 0,$$

где је  $f(x, y, z) = F\left(\frac{z}{y}, \frac{x^2+y^2+z^2}{y}\right)$ . (10п)

3. Наћи локалне екстремне вредности функције

$$f(x, y) = \frac{x^2y + y^2 + 8x}{y}. \quad (8п)$$

4. Решити диференцијалне једначине 1. реда:

а)  $y'x(2yx^2 + x^2 + y) = 2(y^2 - 1)$ ,  $y = y(x)$ ,  $y(1) = \sqrt{2}$ ; (7п)

б)  $\varphi = \frac{\pi}{2} \left( \rho'^2 + \frac{1}{\rho'^2} \right)$ ,  $\rho = \rho(\varphi)$ ,  $\rho(\pi) = 5$ ; (6п)

в)  $H' + \frac{2h + H - 1}{2h + H + 1} = 0$ ,  $H = H(h)$ . (6п)

5. Наћи фамилију кривих ортогоналну на фамилију парабола  $y = (x - C)^2$  (8п)

Александар Пејчев  
Славиша Пантелић

### Напомена:

Потписати овај папир и предати га са решењем задатака.

**СРЕЋНО!!!**

**Други колоквијум из предмета Математика 2 - смене 1 и 3**  
**2. група**

(Задатак из градива Првог колоквијума)

Решити неодређени интеграл  $\int \frac{1+x+x^2}{\sqrt{1-x-x^2}} dx$ . (8п)

1. а) Одредити  $K \in \mathbb{R}$  тако да површ  $y+z = 3^{\frac{x-y}{1+xyz}} + K$  садржи координатни почетак  $O(0, 0, 0)$ , а затим написати једначину тангентне равни и нормале на површ у  $O$ . Написати Маклоренов полином 2. степена за функцију  $z = z(x, y)$  у околини тачке  $O$  и написати  $d^2z$ . (9п)

б) На површи  $x = 3(u+v)$ ,  $y = 3(u^2+v^2)$ ,  $z = 2(u^3+v^3)$  наћи све тачке у којима је нормала на дату површ паралелна правој  $L: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$ . (6п)

2. Под претпоставком да је функција  $F$  двеју променљивих непрекидна и диференцијабилна довољан број пута, проверити да ли важи

$$(x^2 - y^2 - z^2) \frac{\partial f}{\partial x} + 2xy \frac{\partial f}{\partial y} + 2xz \frac{\partial f}{\partial z} = 0,$$

где је  $f(x, y, z) = F\left(\frac{z}{y}, \frac{x^2+y^2+z^2}{y}\right)$ . (10п)

3. Наћи локалне екстремне вредности функције

$$f(x, y) = \frac{x^2y + y^2 + 8x}{y}. \quad (8п)$$

4. Решити диференцијалне једначине 1. реда:

а)  $y'x(2yx^2 + x^2 + y) = 2(y^2 - 1)$ ,  $y = y(x)$ ,  $y(1) = \sqrt{2}$ ; (7п)

б)  $\varphi = \frac{\pi}{2} \left( \rho'^2 + \frac{1}{\rho'^2} \right)$ ,  $\rho = \rho(\varphi)$ ,  $\rho(\pi) = 5$ ; (6п)

в)  $H' + \frac{2h + H - 1}{2h + H + 1} = 0$ ,  $H = H(h)$ . (6п)

5. Наћи фамилију кривих ортогоналну на фамилију парабола  $y = (x - C)^2$  (8п)

Александар Пејчев  
Славиша Пантелић

**Напомена:**

Потписати овај папир и предати га са решењем задатака.

**СРЕЋНО!!!**