Procena momenata inercije komponenti letelice i cele letelice - pregled

- Kratko podsećanje
- Određivanje težišta i sopstvenog momenta inercije krila i hor. repa
- Određivanje težišta i sopstvenog momenta inercije ver. repa
- Sumarno za celu letelicu

Kratko podsećanje – određivanje položaja težišta letelice

Počinje se od prikazane tabele. Masu komponenti procenjujemo, dok položaj težišta računamo ili procenjujemo...

		Masa	**Težište komponente**				
Red. br.	**Naziv dela**	**Mi [kg]**	**xi [m]**	**yi [m]**	**zi [m]**	**Wxi = Mi*xi [kgm]**	**Wzi = Mi*zi [kgm]**
1	Trup		proračun				
2	Krilo		proračun				
3	Hor. rep		proračun				
4	Ver. rep		proračun				
5	Stajni trap		procena				
6	Nosna noga		procena				
7	Motor		procena				
8	Gorivo		procena				
9	Teret		procena				
10	Putnici		procena				
11	Komande		procena				
12	...		...				
13							
14							
15							
		Mmax = ΣMi				**Wx = ΣWxi**	**Wz = ΣWzi**
						Xc = Wx/Mmax [m]	**Zc = Wz/Mmax [m]**
						Yc = 0m	

Položaj težišta krila

Pretpostavke:

- Krilo posmatramo kao puno telo,
- Masa krila je ravnomerno raspoređena po zapremini krila,
- Zapremina je proporcionalna površini poprečnog preseka,
- Poprečni presek/aeroprofil posmatramo kao pravougaonik (površine $d \cdot l$, *d* – debljina, *l* - tetiva),
- Težište aeroprofila se nalazi na sredini tetive,
- Debljina krila je po razmahu približno konstantna.

Ovde, masa po jedinici dužine krila *γ* srazmerna je površini:

$$\gamma = K \cdot l^2 \left[\frac{kg}{m} \right]$$

Položaj težišta krila

Masu krila možemo izraziti kao

$$\frac{M_{kr}}{2} = \int_{0}^{b/2} \gamma dy = K \int_{0}^{b/2} l^2 dy \Rightarrow K = \frac{M_{kr}}{2\int_{0}^{b/2} l^2 dy} \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

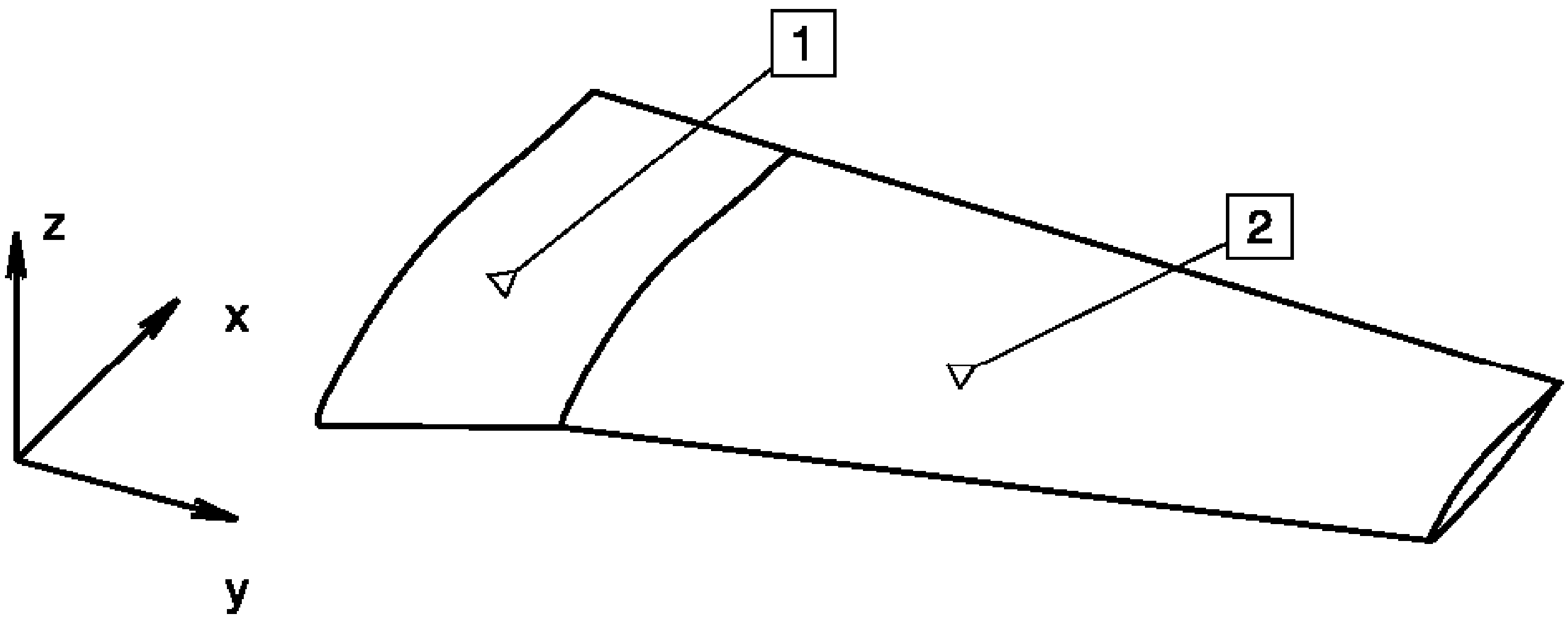
Potrebno je odrediti vrednost integrala $\int_{0}^{b/2} l^2 dy \approx \sum_{i=1}^{n} l_i^2 dy_i.$

Odnosno, za prethodno usvojenu masu krila M_{kr} i izračunatu vrednost prethodnog integrala moguće je odrediti vrednost konstante *K*.

Položaj težišta krila

Kao i kod trupa, težište krila ćemo odrediti preko masa i težišta segmenata krila i ukupne mase krila.

Kako je u pitanju pravilnija geometrija, broj potrebnih segmenata je manji.



Položaj težišta krila

Masa segmenta *i*

$$M_i = \gamma dy_i = K l_i^2 dy_i$$

Koordinate težišta segmenta *i* su x_i, z_i

Odatle slede koordinate težišta trupa kao

$$x_{c_{kr}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} M_i x_i}{M_{kr}/2} = \frac{2\sum_{i=1}^{n} K l_i^2 dy_i x_i}{M_{kr}} = \frac{2K}{M_{kr}} \sum_{i=1}^{n} l_i^2 x_i dy_i,$$

$$z_{c_{kr}} = \frac{2K}{M_{kr}} \sum_{i=1}^{n} l_i^2 z_i dy_i$$

Ako krilo nije strelasto $x_{c_{kr}} = x_i$.

Ako je ugao dijedra krila $|\delta| < 5^\circ$ može se smatrati $z_{c_{kr}} = 0$.

Sopstveni moment inercije krila

Opet, kada su poznate koordinate težišta krila, moguće je odrediti sopstveni moment inercije krila (u odnosu na glavne ose ξ ~ x, η ~ y, ζ ~ z).

Segmente krila posmatramo kao kvadre dužine l_i, širine dy_i i visine srazmerne dužini l_i.

Doprinos svakog segmenta krila ukupnom momentu inercije krila predstavlja zbir sopstvenog i položajnog momenta inercije tog segmenta. Međutim, kod podužne ose razmatramo samo položajni moment (jer je mnogo veći od sopstvenog).

$$dI_{\xi_{kr}} = dm\left[y^2 + \left(z - z_{c_{kr}}\right)^2\right] = Kl^2 dy\left[y^2 + \left(z - z_{c_{kr}}\right)^2\right]$$

$$I_{\xi_{kr}} = 2K\sum_{i=1}^{n} l_i^2 y_i^2 dy_i + 2K\sum_{i=1}^{n} l_i^2 \left(z_i - z_{c_{kr}}\right)^2 dy_i$$

Sopstveni moment inercije krila

Slični izrazi se dobijaju i za druge dve glavne ose (sa sopstvenim momentima):

$$dI_{\eta_{kr}} = dm\frac{l^2}{12} + dm\left[\left(x - x_{c_{kr}}\right)^2 + \left(z - z_{c_{kr}}\right)^2\right] = \gamma dy\frac{l^2}{12} + \gamma dy\left[\left(x - x_{c_{kr}}\right)^2 + \left(z - z_{c_{kr}}\right)^2\right]$$

$$dI_{\eta_{kr}} = Kl^2 dy\frac{l^2}{12} + Kl^2 dy\left[\left(x - x_{c_{kr}}\right)^2 + \left(z - z_{c_{kr}}\right)^2\right]$$

$$I_{\eta_{kr}} = \frac{K}{6}\sum_{i=1}^{n} l_i^4 dy_i + 2K\sum_{i=1}^{n} l_i^2\left(x_i - x_{c_{kr}}\right)^2 dy_i + 2K\sum_{i=1}^{n} l_i^2\left(z_i - z_{c_{kr}}\right)^2 dy_i$$

i

$$dI_{\zeta_{kr}} = dm\frac{l^2}{12} + dm\left[y^2 + \left(x - x_{c_{kr}}\right)^2\right] = \gamma dy\frac{l^2}{12} + \gamma dx\left[y^2 + \left(x - x_{c_{kr}}\right)^2\right]$$

$$dI_{\zeta_{kr}} = Kl^2 dy\frac{l^2}{12} + Kl^2 dy\left[y^2 + \left(x - x_{c_{kr}}\right)^2\right]$$

$$I_{\zeta_{kr}} = \frac{K}{6}\sum_{i=1}^{n} l_i^4 dy_i + 2K\sum_{i=1}^{n} l_i^2 y^2 dy_i + 2K\sum_{i=1}^{n} l_i^2\left(x_i - x_{c_{kr}}\right)^2 dy_i$$

Sopstveni moment inercije krila

Znači, za određivanje položaja težišta krila potrebno je odrediti sume

$$\sum_{i=1}^{n} l_i^2 dy_i, \sum_{i=1}^{n} l_i^2 x_i dy_i, \sum_{i=1}^{n} l_i^2 z_i dy_i$$

dok je za sopstvene momente inercije krila potrebno odrediti sume

$$\sum_{i=1}^{n} l_i^4 dy_i, \sum_{i=1}^{n} l_i^2 y^2 dy_i, \sum_{i=1}^{n} l_i^2 \left(x_i - x_{c_{kr}}\right)^2 dy_i, \sum_{i=1}^{n} l_i^2 \left(z_i - z_{c_{kr}}\right)^2 dy_i$$

Opet, potrebno je formirati odgovarajuće tabele, i konačne rezultate uneti u tabelu za proračun cele letelice.

Isti izrazi važe i za horizontalni rep.

Težište i sopstveni momenti inercije krila

Za proračun težišta i sopstvenih momenata inercije krila (i horizontalnog repa) formirati sledeću tabelu:

						Skalirana							
	Težište			Dužina	Tetiva	zapremina	Masa			Za momente inercije			
Presek	xi [m]	yi [m]	zi [m]	Δyi [m]	li [m]	Vi [m^3]	Mi [kg]	Wxi [kgm]	Wzi [kgm]	[m^5]	[m^5]	[m^5]	[m^5]
1						li^2*dyi	K*Vi	Mi*xi	Mi*zi	li^4*dyi	li^2*yi^2*dyi	li^2*(xi-Xkr)^2*dyi	li^2*(zi-Zkr)^2*dyi
2	Ovih 5 kolona popuniti												
...	prema projekcijama												
	aviona												
						Vkr = ΣVi		Wx = ΣWxi	Wz = ΣWzi	Σ	Σ	Σ	Σ
				konstanta K=Mkr/2/Vkr [kg/m^3]				težište	Xkr = 2Wx/Mkr [m]				
									Zkr = 2Wz/Mkr [m]				
								momenti inercije Iksi, Ieta, Iceta					

Rezultate, koordinate težišta (X_{kr},Z_{kr}) i sopstvene momente inercije ($I_{\xi kr}$,$I_{\eta kr}$,$I_{\zeta kr}$), uneti u polaznu tabelu za proračun cele letelice...

Za mali ugao dijedra krila ne treba razmatrati sume u kojima se pojavljuje z-koordinata...

Težište i sopstveni momenti inercije vertikalnog repa

Kod vertikalnog repa izrazi su malo drugačiji (samo jedna polovina “zarotiranog” krila).

$$M_{vr} = \int_0^{b_{vr}} \gamma dz = K \int_0^{b_{vr}} l^2 dz \Rightarrow K = \frac{M_{vr}}{\int_0^{b_{vr}} l^2 dz} \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

Potrebno odrediti $\int_0^{b_{vr}} l^2 dz \approx \sum_{i=1}^{n} l_i^2 dz_i.$

Masa segmenta *i* $\quad M_i = \gamma dz_i = K l_i^2 dz_i$

Koordinate težišta segmenta *i* su x_i, z_i

Težište i sopstveni momenti inercije vertikalnog repa

Koordinate težišta vertikalnog repa

$$x_{c_{vr}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} M_i x_i}{M_{vr}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} K l_i^2 dz_i x_i}{M_{vr}} = \frac{K}{M_{vr}} \sum_{i=1}^{n} l_i^2 x_i dz_i ,$$

$$z_{c_{vr}} = \frac{K}{M_{vr}} \sum_{i=1}^{n} l_i^2 z_i dz_i$$

Sopstveni momenti inercije

$$I_{\xi_{vr}} = K \sum_{i=1}^{n} l_i^2 \left(z_i - z_{c_{vr}} \right)^2 dz_i$$

$$I_{\eta_{vr}} = \frac{K}{12} \sum_{i=1}^{n} l_i^4 dz_i + K \sum_{i=1}^{n} l_i^2 \left(x_i - x_{c_{vr}} \right)^2 dz_i + K \sum_{i=1}^{n} l_i^2 \left(z_i - z_{c_{vr}} \right)^2 dz_i$$

$$I_{\zeta_{vr}} = \frac{K}{12} \sum_{i=1}^{n} l_i^4 dz_i + K \sum_{i=1}^{n} l_i^2 \left(x_i - x_{c_{vr}} \right)^2 dz_i$$

Sumarno za celu letelicu

Konačno, moguće je formirati tabelu:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
RED. BROJ	NAZIV DELA	M_i	X_i	Y_i	Z_i	$M_i X_i$	$M_i Z_i$	ξ_i	η_i	ζ_i	ξ_i^2	η_i^2	ζ_i^2	$r_{\xi i}^2$	$r_{\eta i}^2$	$r_{\zeta i}^2$	Polažaini			Sopstveni		
																	$J_{\xi pi}$	$J_{\eta pi}$	$J_{\zeta pi}$	$J_{\xi si}$	$J_{\eta si}$	$J_{\zeta si}$
		kg	m	m	m	kgm	kgm	m	m	m	m^2	m^2	m^2	m^2	m^2	m^2	kgm^2	kgm^2	kgm^2	kgm^2	kgm^2	kgm^2
1																						
2																						
3																						
4																						
5																						
6																						
7																						
8																						
9																						
10																						
11																						
12																						
13																						
14																						
15																						
16																						
17																						
18																						
		Σ				Σ	Σ										Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ

Sumarno za celu letelicu

Udaljenost komponente od težišta cele letelice:

$$\xi_i = x_i - X_C, \eta_i = y_i, \zeta_i = z_i - Z_C$$

Kvadrati udaljenosti komponente od odgovarajuće ose:

$$r_{\xi_i}{}^2 = \eta_i^2 + \zeta_i^2, r_{\eta_i}{}^2 = \xi_i^2 + \zeta_i^2, r_{\zeta_i}{}^2 = \xi_i^2 + \eta_i^2$$

Položajni momenti inercije svake komponente

$$J_{\xi_i,P} = M_i r_{\xi_i}{}^2, J_{\eta_i,P} = M_i r_{\eta_i}{}^2, J_{\zeta_i,P} = M_i r_{\zeta_i}{}^2$$

Ukupni moment inercije svake komponente

$$J_{\xi_i} = J_{\xi_i,S} + J_{\xi_i,P}, J_{\eta_i} = J_{\eta_i,S} + J_{\eta_i,P}, J_{\zeta_i} = J_{\zeta_i,S} + J_{\zeta_i,P}$$

Ukupni momenti inercije cele letelice

$$J_\xi = \sum J_{\xi_i}, J_\eta = \sum J_{\eta_i}, J_\zeta = \sum J_{\zeta_i}$$

Elipsoid inercije letelice $i_\xi = \sqrt{\dfrac{J_\xi}{M_{\max}}}, i_\eta = \sqrt{\dfrac{J_\eta}{M_{\max}}}, i_\zeta = \sqrt{\dfrac{J_\zeta}{M_{\max}}}$

Sumarno za celu letelicu

Skicirati elipsoid inercije letelice.