

Pismeni ispit iz Numeričkih metoda, I grupa

1. Ispitati konvergenciju numeričkog reda

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{2 + \sin k}{1 + k^2}.$$

- 2.a Oceniti gornju granicu greške koja može nastati prilikom rešavanja sistema linearnih jednačina $Ax = b$, gde je

$$A = \begin{bmatrix} .5 & .5 \\ .5 & .50001 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1. \\ 1. \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad \frac{\|\Delta b\|_{+\infty}}{\|b\|_{+\infty}} \leq 10^{-4}.$$

- 2.b Koristeći Gauss-Seidelov metod rešiti sistem linearnih jednačina $Ax = b$, gde je

$$A = \begin{bmatrix} 1.02 & -.25 & -.3 \\ -.25 & -.14 & 1.21 \\ -.41 & 1.13 & -.15 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} .515 \\ 2.780 \\ 1.555 \end{bmatrix}.$$

3. Naći Lagrangeov interpolacioni polinom za skup podataka

	0	1	2	3
x_k	1.	1.2	1.3	1.4
$f(x_k)$	0.	-1.1	-9	-8

Odrediti približno vrednost funkcije f u tački 1.25 i oceniti učinjenu grešku.

4. Koristeći metod proste iteracije odrediti bar jedno rešenje jednačine $x = x^2/2 - 1$ sa relativnom greškom manjom od 10^{-2} .
5. Odrediti A_0 , A_1 i A_2 tako da kvadratura formula

$$\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+x^2} dx = A_0 f(-1) + A_1 f(0) + A_2 f(1),$$

ima maksimalni algebraski stepen tačnosti.

Pismeni ispit iz Numeričkih metoda, II grupa

1. Ispitati konvergenciju numeričkog reda

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k^2 + \sin k + 2}.$$

- 2.a Oceniti gornju granicu greške koja može nastati prilikom rešavanja sistema linearnih jednačina $Ax = b$, gde je

$$A = \begin{bmatrix} 1. & -1. \\ 1. & -.9998 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1. \\ 1. \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad \frac{\|\Delta b\|_1}{\|b\|_1} \leq 10^{-5}.$$

- 2.b Koristeći Gauss-Seidelov metod rešiti sistem linearnih jednačina $Ax = b$, gde je

$$A = \begin{bmatrix} -.41 & 1.13 & -.15 \\ 1.02 & -.25 & -.3 \\ -.25 & -.14 & 1.21 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1.555 \\ .515 \\ 2.780 \end{bmatrix}.$$

3. Naći Newtonov interpolacioni polinom za skup podataka

	0	1	2	3
x_k	1.	.8	.6	.4
$f(x_k)$	2.	2.3	1.8	.9

Određiti približno vrednost funkcije f u tački .7.

4. Koristeći metod proste iteracije odrediti bar jedno rešenje jednačine $x = 1 - x^2/3$ sa relativnom greškom manjom od 10^{-2} .
5. Odrediti vrednosti za A_0 , A_1 i A_2 tako da kvadratura formula

$$\int_{-1}^1 (1+x^2)f(x) dx = A_0f(-1) + A_1f(0) + A_2f(1),$$

ima maksimalni mogući algebarski stepen tačnosti.