

## 7 KVANTNA SVOJSTVA ELEKTROMAGNETSKOG ZRAČENJA

## 8.1 Toplotno zračenje

Toplotno zračenje je elektromagnetsko zračenje (EMZ) koje emituje telo na račun smanjenja svoje unutrašnje energije. Emituju ga sva tela počev od temperature apsolutne nule  $T = -273,16 K$ .

Većinu objekata u prirodi vidimo preko svetlosti koja se reflektuje od njih. Ako tela zagrejemo do dovoljno visoke temperature ona postaju samosvetleća i možemo ih videti kako svetle u mraku, a ako im se približimo osetićemo i toplotu. To nas navodi na zaključak da tela emituju elektromagnetske talase (EMT) kako u vidljivom delu spektra tako i u infracrvenom. Pored emitovanja tela i apsorbuju zračenja iz okruženja. Ako je telo toplije od okoline više energije izrači nego što apsorbuje i hladi se sve do uspostavljanja temperaturske ravnoteže sa okolinom.

Spektar zračenja (zavisnost inteziteta zračenja od talasne dužine na kojoj se vrši zračenje) vrućih čvrstih tela je kontinualan (telo zrači na svim talasnim dužinama) i strogo zavisi od temperature  $T$ . Ako telu koje zrači povećavamo  $T$  uočićemo da: 1) intezivnije zrači i 2) opada vrednost talasne dužine  $\lambda_{\max}$  na kojoj je zračenje najintezivnije. U uslovima na Zemlji, gde su izvori zračenja na temperaturi do nekoliko stotina kelvina, talasna dužina pri kojoj je zračenje najintezivnije nalazi se u infracrvenoj zoni spektra. Iz tog razloga se infracrveno zračenje naziva i toplotnim zračenjem što je pogrešno, jer pri uslovima na površini Suncu (nekoliko hiljada kelvina) talasna dužina kojoj odgovara maksimum zračenja je u vidljivom delu spektra. Iz tog razloga Sunce ima žutu boju. Pri temperaturama od reda veličine hiljadu kelvina predominantna boja zagrejanog tela, kako se povećava  $T$ , pomera se od slabocrvene preko jasne žuto-narandžasto do plavkaste boje. Pri još višim temperaturama talasna dužina kojoj odgovara maksimum zračenja pomera se u ultraljubičasti deo spektra.

Zračenje emitovano od zagrejanih tela ne zavisi samo od  $T$  i  $\lambda$  već i od materijala od kojega je telo napravljeno, oblika i prirode njegove površine. Pošto je to izuzetna složena zavisnost problem pojednostavljujemo na taj način što uvodimo u razmatranje idelani radijator (telo koje zrači) kod koga spektar emitovanog zračenja zavisi samo od  $T$  na kojoj se nalazi. Takvo idealizovano zračno telo nazivamo *apsolutno crno telo* (ACT). ACT možemo dobiti na taj način što od datog materijala napravimo sferu unutar koje formiramo šupljinu. Zidove šupljine zagrejemo do željene temperature i održavamo je konstantnom. Na zidu šupljine probušimo malu rupicu i zračenje koje izlazi iz nje predstavlja zračenje ACT.

Sada ćemo definisati fizičke veličine koje karakterišu emisiju i apsorpciju zračenja.

*Emisiona moć:*

$$W_e = \frac{dP}{dS} = \frac{d}{dS} \left( \frac{dE}{dt} \right) = \frac{d^2 E}{dS dt}, \quad [W_e] = \frac{W}{m^2}, \quad (8.1)$$

je energija koju telo izrači u vidu EMZ u svim pravcima, po svim talasnim dužinama sa jedinice površine zračnog tela u jedinici vremena.

*Spektralna emisiona moć:*

$$w_\lambda = \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{dP}{dS} \right) = \frac{d W_e}{d\lambda}, \quad [w_\lambda] = \frac{W}{m^3}, \quad (8.2)$$

je emitovana snaga zračenja po jedinici površine u jediničnom intervalu oko talasne dužine  $\lambda$ .

Iz (8.2) sledi da je

$$W_e = \int_0^{\infty} w_{\lambda} d\lambda . \quad (8.3)$$

Granice integracije su od 0 do  $\infty$  jer je spektar zračenja kontinualan i zagrejano telo zrači po svim talasnim dužinama.

*Apsorpciona moć:*

$$A = \frac{d E_a}{d E_0} , \quad (8.4)$$

predstavlja odnos apsorbovane energije  $E_a$  i ukupne energije  $E_0$  koja je pala na telo. Apsorpciona moć je neimenovani broj.

*Spektralna apsorpciona moć:*

$$a_{\lambda} = \frac{dA}{d\lambda} , \quad [a_{\lambda}] = m^{-1} , \quad (8.5)$$

predstavlja apsorpcionu moć u jediničnom intervalu oko talasne dužine  $\lambda$ .

ACT u potpunosti apsorbuje upadno zračenje svih talasnih dužina. Iz tog razloga je za ACT  $a_{\lambda} = 1$ .

### 8.1.1 Kirhofov zakon zračenja

Posmatrajmo sistem od  $n$  tela koja se nalaze u šupljini u kojoj se nalazi vakuum, a zidovi šupljine se nalaze na konstantnoj temperaturi. Posle dovoljno dugog vremena tela dolaze u termodinamičku ravnotežu kako između sebe tako i sa zidovima šupljine, odnosno svih  $n$  tela i zidovi šupljine će biti na istoj temperaturi. Ako telo  $i$  ima veću emisionu moć od tela  $k$  onda telo  $i$  mora imati i veću apsorpcionu moć od tela  $k$ . U suprotnom bi se neka od tela hladila, a druga zagrevala i došlo bi do narušavanja II principa termodinamike. Dakle, mora biti ispunjeno:

$$\left( \frac{w_{\lambda}}{a_{\lambda}} \right)_1 = \left( \frac{w_{\lambda}}{a_{\lambda}} \right)_2 = \dots = \left( \frac{w_{\lambda}}{a_{\lambda}} \right)_n = f(\lambda, T) , \quad (8.6)$$

gde f-ja  $f(\lambda, T)$  ne zavisi od prirode tela.

Za ACT  $w_{\lambda} = f(\lambda, T)$ , jer je  $a_{\lambda} = 1$ .

*Sva ACT, bez obzira na materijal od koga su napravljeni, imaju istu spektralnu emisionu moć koja zavisi od temperature i talasne dužine zračenja.*

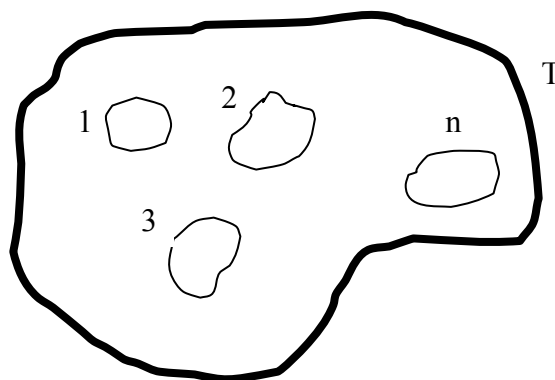
Jedan od najvećih problema za fizičare krajem devetnaestog veka je bio nalaženje analitičkog oblika f-je  $w_{\lambda} = f(\lambda, T)$  na osnovu klasičnih zakona statističke fizike i termodinamike. Iz eksperimenata je bio poznat oblik krive (vidi sl. 8.2) i dva zakona zračenja:

1. Štefan-Bolemanov zakon:

$$W_e = \sigma T^4 , \quad \sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} W/m^2 K^4 , \quad (8.7)$$

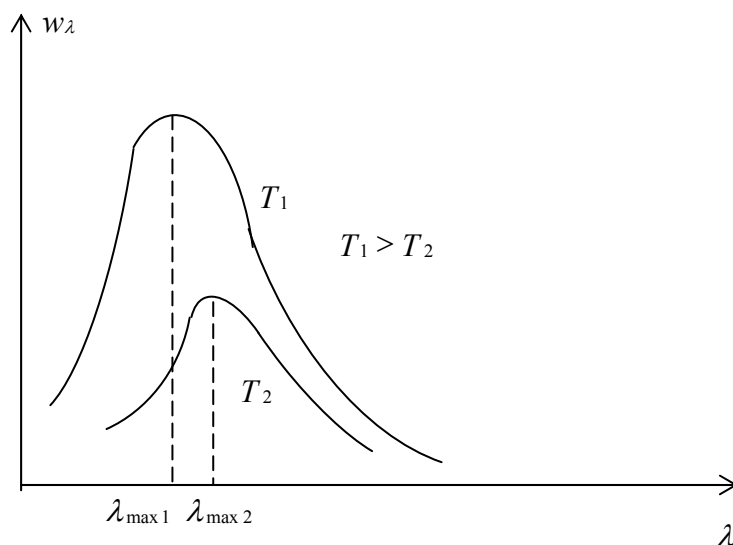
2. Vinov zakon pomeranja:

$$\lambda_{\max} \cdot T = b , \quad b = 2,886 \cdot 10^{-3} Km , \quad (8.8)$$



**Sl.8.1** Šupljina u termodinamičkoj ravnoteži

koji nam govore da je emisiona moć ACT proporcionalna četvrtom stepenu apsolutne temperature i da je proizvod talasne dužine kojoj odgovara maksimum inteziteta zračenja na datoj temperaturi i te temperature konstantan.



**Sl.8.2** Spektralna emisija moć ACT u zavisnosti od talasne dužine i temperature.

Kriva je u to vreme bila analitički opisana samo u područjima malih (Vin) i velikih talasnih dužina (Rejlej-Džins).

1900. god. Plank na osnovu revolucionarnih pretpostavki daje analitički izraz za krivu u obliku

$$w_{\lambda} = f(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1}, \quad (8.9)$$

gde je  $h$  Plankova konstanta koja ima vrednost  $h = 6,62176 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ,  $k$  je Bolcmanova konstanta vrednosti  $k = 1,380622 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ , koja je u potpunoj saglasnosti sa eksperimentalnom krivom u čitavom intervalu talasnih dužina i na svim temperaturama.

Plank je pretpostavio da atomi tela koja zrači predstavljaju harmonijske oscilatore frekvencije  $\nu$ . Energija tela menja se diskontinualno u tačno određenim iznosima-kvantima i energija jednog kvanta je  $E = h\nu$ . Ukupna emitovana (izračena) energija može imati vrednosti

$$E_n = nh\nu, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (8.10)$$

što predstavlja *Plankov zakon kvantizacije* harmonijskog oscilatora.

Iz (8.3) i (8.9) dobija se Štefan–Bolzmanov zakon, a nalaženjem prvog izvoda po talasnoj dužini izraza u (8.9) i izjednačavanjem dobijenog izraza sa nulom (tražimo maksimum f-je) dobijamo Vinov zakon pomeranja.

## 8.2 Ajnštajnova fotonska hipoteza

Predstavlja dopunu Plankovog zakona kvantizacije.

*Svetlost ne samo da se emituje (apsorbuje) u vidu diskretnih čestica, kvanata, već se u tom vidu i prostire.*

Svetlosni kvanti nazivaju se *fotoni*. Foton je dakle čestica u kojoj je skoncentrisana minimalna vrednost energije elektromagnetskog zračenja. Energija fotona je data u obliku

$$E_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \hbar\omega, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}. \quad (8.11)$$

Brzina kojom se foton kreće je brzina svetlosti

$$v_f = c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}. \quad (8.12)$$

Pošto je foton relativistička čestica energiju možemo napisati u obliku

$$E_f = m_f c^2. \quad (8.13)$$

Iz (8.11) i (8.13) dobija se izraz za masu fotona

$$m_f = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{\hbar\omega}{c^2}. \quad (8.14)$$

Iz izraza za relativističku masu

$$m_f = \frac{m_{f0}}{\sqrt{1 - (v_f/c)^2}}, \quad (8.15)$$

dobijamo da je masa mirovanja fotona  $m_{f0} = 0$ .

Iz (8.12) i (8.14) dobijamo izraz za količinu kretanja fotona

$$p_f = m_f c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{\hbar\omega}{c} = \hbar k, \quad (8.16)$$

gde je  $k$  talasni broj fotona.

*Foton nema naelektrisanje, ne egzistira u stanju mirovanja, stabilna je čestica-ne raspada se kada je izolovan.*

### 8.3 Fotoelektrični efekat

Predstavlja sudar između fotona EMZ iz vidljivog ili ultraljubičastog dela spektra i elektrona iz atomskog omotača pri čemu foton nestaje, a elektron napušta atom.

Predstavlja potvrdu Ajnštajnovog fotonske hipoteze.

Eksperimenti su pokazali sledeće činjenice:

- ukoliko je frekvencija zračenja ( $\gamma$  kvanta) kojim izlažemo površinu npr. nekog metala veća veća je i brzina izbačenog elektrona (fotoelektrona), što znači da je  $E_{ke} \sim \nu$ ;
- broj izbačenih fotoelektrona proporcionalan je intenzitetu zračenja;
- samo mali broj fotona upadnog zračenja (ispod 1%) izaziva fotoelektrični efekat i
- fotoelektrični efekat javlja se samo pri frekvencijama upadnog zračenja  $\nu > \nu_0$ , gde je  $\nu_0$  tzv. *crvena granica fotoelektričnog efekta* i karakteristika je materijala koji se koristi.

Iz zakona o održanju energije proističe *Ajnštajnova jednačina za fotoelektrični efekat* (za koju je dobio Nobelovu nagradu)

$$h\nu = A_i + E_{ke} = A_i + \frac{1}{2} m_e v_e^2, \quad (8.17)$$

gde je  $A_i$  izlazni rad metala i predstavlja energiju koju treba saopštiti elektronu da bi napustio atom.  $A_i \in (2,5)eV$ .

Kao što se može videti sa sl. 8.3 samo fotoni sa kojiimaju frekvenciju veću od  $\nu_0 = \frac{A_i}{h}$  mogu

izazvati fotoelektrični efekat.

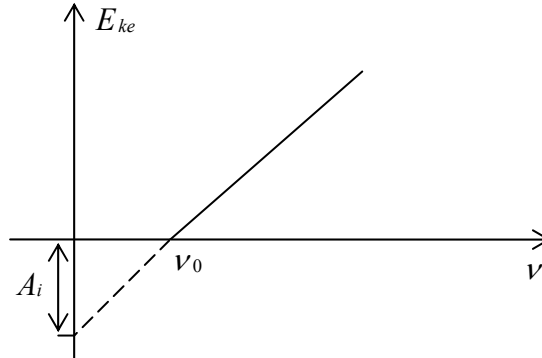
Izraz u (8.17) opisuje *spoljašni fotoelektrični efekat*.

Kod poluprovodnika i dielektrika elektron napušta atom ali ostaje u datom materijalu (prelazi iz valentne u provodnu zonu). Ova pojava je poznata kao fotojonizacija. Usled fotojonizacije

povećava se provodljivost datog materijala. Ova pojava je poznata kao *unutrašnji fotoelektrični efekat* i opisuje se relacijom

$$h\nu = A_j + E_{ke} = A_j + \frac{1}{2}m_e v_e^2, \quad (7.18)$$

gde je  $A_j$  energija koja je potrebna za jonizaciju atoma date sredine.

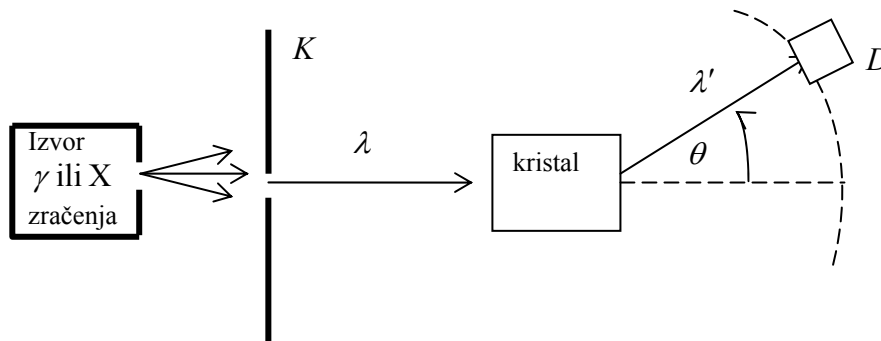


Sl.8.3 Zavisnost kinetičke energije fotolektrona od frekvencije zračenja

#### 8.4 Komptonov efekat

Još jedan od dokaza fotonske prirode zračenja.

Posledica je elastičnog sudara  $\gamma$  ili  $X$  fotona sa slabo vezanim elektronom u atomskom omotaču. Za razliku od fotoelektričnog efekta gde foton u potpunosti gubi energiju kod Komptonovog efekta foton deo energije predaje elektronu. Šematski prikaz ogleda dat je na sl. 8.4.



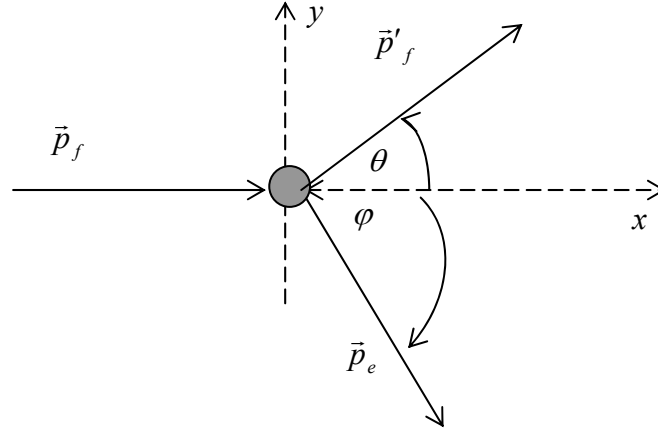
Sl.8.4 Šema Komptonovog ogleda

Iz izvora zračenja dobijamo fotone talasne dužine  $\lambda$  koji nakon prolaska kroz kolimator snopa  $K$  padaju na kristal (u čijem su sastavu atomi male atomske mase npr. litijum, berilijum ili ugljenik) gde bivaju rasejani na slabo vezanim elektronima i detektovani u detektoru  $D$  (spektrometar). Pri određenom položaju detektora, koji je određen ugaonom koordinatom  $\theta$ , uočavaju se dve komponente zračenja: talasne dužine  $\lambda' > \lambda$  i nepromenjene talasne dužine  $\lambda$ . Promena talasne dužine  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  jedne od komponenti rasejanog zračenja eksperimentalno je određena i iznosi

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos\theta), \quad (8.19)$$

gde je  $\lambda_c = \frac{h}{m_{e0}c} = 2,42 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ , a  $m_{e0}$  je masa mirovanja elektrona.

Do izraza za promenu talasne dužine dolazimo na osnovu teorije elastičnog sudara i tretiranja elektrona kao relativističke čestice pošto nakon sudara može imati veoma velike brzine.



**SI.8.5** Elastično rasejanje fotona na slobodnom elektronu

Iz zakona o održanju količine kretanja projektovanog na pravac kretanja upadnog fotona (pravac  $x$  ose) i na njemu ortogonalan pravac (pravac  $y$  ose) dobijamo dve jednačine:

$$p_f = p'_f \cos \theta + p_e \cos(-\varphi), \quad (8.20)$$

$$0 = p'_f \sin \theta + p_e \sin(-\varphi). \quad (8.21)$$

Kvadriranjem (8.16) i (8.17) i njihovim sabiranjem dobijamo

$$p_f^2 + p'^2_f - 2 p_f p'_f \cos \theta = p_e^2. \quad (8.21)$$

Iz zakona o održanju energije imamo

$$E_f + E_{0e} = E'_f + E_e, \quad (8.22)$$

gde su  $E_{0e}$  i  $E_e$  energija mirovanja i totalna energija elektrona.

(8.22) možemo napisati u obliku

$$E_f - E'_f = E_e - E_{0e} = E_{ke}, \quad (8.22a)$$

odnosno u obliku

$$\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = E_{ke}, \quad (8.22b)$$

odakle se dobija relacija

$$p_f - p'_f = \frac{E_{ke}}{c}. \quad (8.23)$$

Pošto se rasejani elektron kreće brzinom bliskoj brzini svetlosti (relativistička čestica) naćićemo vezu između njegove kinetičke energije i količine kretanja.

Relativistička masa elektrona je

$$m_e = \frac{m_{0e}}{\sqrt{1 - (v_e/c)^2}}, \quad (8.24)$$

gde je  $m_{0e}$  masa mirovanja elektrona.

Kvadriranjem (8.24) i množenjem leve i desne strane sa  $m_{e0}^2 c^4$  dobijamo

$$p_e^2 c^2 = (m_e c^2)^2 - (m_{0e} c^2)^2. \quad (8.25)$$

Ako desnu stranu j-ne predstavimo preko razlike kvadrata dobijamo

$$p_e^2 = \frac{1}{c^2} \underbrace{(m_e c^2 - m_{0e} c^2)}_{E_{ke}} \underbrace{(m_e c^2 + m_{0e} c^2)}_{E_{ke} + 2E_{00}}. \quad (8.26)$$

Iz (8.22b) i (8.26) dobijamo

$$p_f - p'_f = \frac{p_e^2 c}{E_{ke} + 2E_{0e}}. \quad (8.27)$$

Rešavanjem (8.22b) po  $E_{ke}$  i stavljanjem te vrednosti u (8.27) dobijamo

$$p_f - p'_f = \frac{p_e^2 c}{2E_{0e} + c(p_f - p'_f)}. \quad (8.28)$$

odnosno

$$(p_f - p'_f)^2 + \frac{2E_{0e}}{c}(p_f - p'_f) = p_e^2. \quad (8.28a)$$

Iz (8.21) i (8.27) dobijamo

$$(p_f - p'_f)^2 + \frac{2E_{0e}}{c}(p_f - p'_f) = p_f^2 + p_f'^2 - 2p_f p'_f \cos \theta, \quad (8.29)$$

odnosno, nakon sređivanja

$$\frac{2E_{0e}}{c}(p_f - p'_f) = 2p_f p'_f (1 - \cos \theta). \quad (8.29b)$$

Iz (8.16) i (8.29b) dobijamo

$$m_{0e} c h \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = \frac{h^2}{\lambda \lambda'} (1 - \cos \theta). \quad (8.30)$$

Dovođenjem na zajednički imenilac izraza s leve strane (8.30) i nakon sređivanja dobija se relacija iz (8.19)  $\Delta \lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta)$ , gde je  $\lambda_c = \frac{h}{m_{0e} c}$ .

Kada se foton raseje na čvrsto vezanom elektronu za jezgro on se sudara sa atomom kao celinom. Kako je masa atoma daleko veća od mase fotona deo energije koju foton preda atomu je zanemarljiv što znači da je  $E'_f \approx E_f \Rightarrow \lambda' \approx \lambda$ .

### 8.5 Svetlosni (radijacioni) pritisak

Tražimo pritisak koji svetlost talasne dužine  $\lambda$ , inteziteta  $I$ , koja pada normalno na površinu materijala koeficijenta refleksije  $R$ , vrši na površinu materijala  $S$ . Upadnu svetlost čine fotoni od kojih neki pri interakciji sa materijalom bivaju reflektovani, a neki apsorbovani. Reflektovani fotoni “dožive” idealan elastičan sudar pri čemu količina kretanja menja smer, a intezitet ostaje isti. Impuls srednje sile reflektovanog fotona je prema tome

$$\bar{F}_R \delta t = p_f - (-p'_f) = 2p_f, \quad (8.31)$$

gde je  $\delta t$  vreme sudara reflektovanog fotona sa površinom.

Neka za vreme  $\Delta t$  broj reflektovanih fotona iznosi  $N_R$ . Impuls sile od  $N_R$  reflektovanih fotona je

$$F_R \Delta t = N_R \bar{F}_R \delta t = N_R 2p_f. \quad (8.32)$$

Impuls srednje sile apsorbovanog fotona je

$$\bar{F}_A \delta t = p_f - 0 = p_f. \quad (8.33)$$

Neka je broj apsorbovanih fotona za vreme  $\Delta t$   $N_A$ . Impuls sile od  $N_A$  apsorbovanih fotona je

$$F_A \Delta t = N_A \bar{F}_A \delta t = N_A p_f. \quad (8.34)$$

Pritisci reflektovanih i apsorbovanih fotona su:

$$p_R = \frac{F_R}{S} = \frac{2 p_f N_R}{\Delta t S} \text{ i } p_A = \frac{F_A}{S} = \frac{p_f N_A}{\Delta t S}, \quad (8.35)$$

respektivno.

Ukupan pritisak je

$$p = p_R + p_A = \frac{p_f}{\Delta t S} (2 N_R + N_A) = \frac{h/\lambda}{\Delta t S} N (2R + A), \quad (8.36)$$

gde je  $N$  ukupni broj fotona koji za vreme  $\Delta t$  padne na površinu  $S$ .

Kako je energija jednog fotona

$$E_f = \frac{h}{\lambda} c, \quad (8.37)$$

to iz (8.36) i (8.37) sledi

$$p = \frac{E_f}{\Delta t S c} N (2R + A). \quad (8.38)$$

Intezitet upadne svetlosti predstavlja energiju svetlosti koja u jedinici vremena padne na jediničnu površinu

$$I = \frac{N E_f}{\Delta t S}. \quad (8.39)$$

Iz (8.38) i (8.39) sledi da pritisak svetlosti, inteziteta  $I$ , koja normalno pada na površinu koeficijenta refleksije  $R$  iznosi

$$p = \frac{I}{c} (2R + A) = \frac{I}{c} (2R + 1 - R) = \frac{I}{c} (1 + R). \quad (8.40)$$