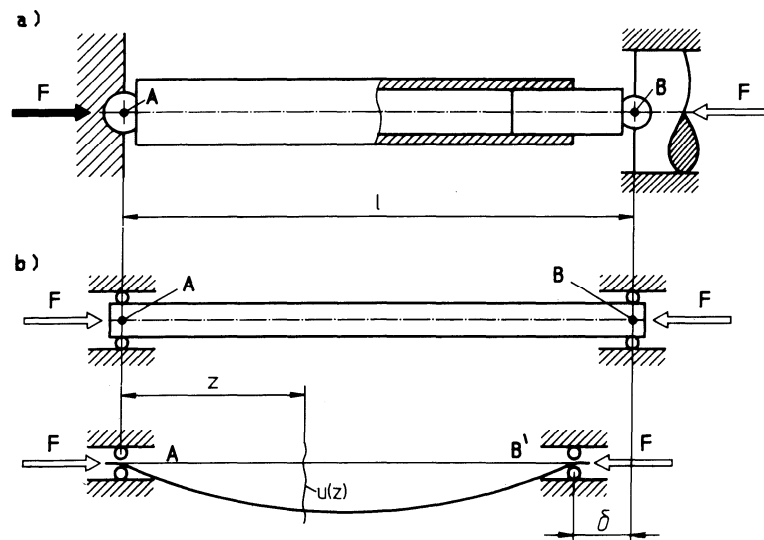


## СТАБИЛНОСТ ЛИНИЈСКИХ НОСЕЋИХ ЕЛЕМЕНАТА

Посматрајмо део неке машинске конструкције, на пример облика цеви напуњене неким флуидом, на чијем се крају налази покретни клип преко кога се преноси нека центрична притискујућа сила интензитета  $F$  (Сл. 1).



Сл. 1 Претварање реалне конструкције у модел за прорачун

Уколико се претпостави да је веза између цеви и зида са леве стране и клипа, који прима притискујућу силу са десне стране, остварена на начин како је показано, овај се конструктивни елемент може посматрати као штап зглобно ослоњен на два краја (тачке A и B).

У првом приближењу може се усвојити да је флуид нестишљив и да се сила притиска преноси на цев у пуном интензитету, преко клипа који се кроз њу креће без трења.

За овакав линијски носећи елемент, оптерећен центричном притисном силом, показује се да је критеријум за димензионисање подужно напрегнутих штапова

$$\sigma(z) = \frac{N(z)}{A(z)} \leq \sigma_d, \text{ потребан али не и довољан.}$$

Експериментално се може показати да при одређеним условима до попуштања оваквог носећег елемента може доћи и при вредностима напона које су далеко испод вредности дозвољеног напона на притисак.

Појава попуштања оваквог носећег елемента је изазвана губитком стабилности. Дакле, задовољење критеријума стабилности један је од неопходних услова који морају бити узети у обзир при одређивању носивости овог типа конструкције.

Генерално, појава губитка стабилности јавља се код носећих елемената типа: штапови (једна димензија – дужина им је значајно већа од преостале две) и плоче и љуске (једна димензија – дебљина им је значајно мања од преостале две). Код таквих носећих елемената може доћи до појаве великих деформација и у области еластичног понашања материјала од којих су направљени, дакле, деформација које ће изазвати ефекат губитка стабилности.

Појава губитка стабилности се не дешава код конструктивних елемената чије су све три димензије величине истог реда.

У историји развоја машинске и грађевинске технике, недовољно познавање ефекта губитка стабилности је било повод великом броју хаварија разних грађевинских и машинских конструкција као што су мостови, кранови, хале, резервоари, летилице, бродови итд., код којих су њихови носећи елементи облика штапа, плоче или љуске били изложени дејству притискујућих сила.

При дејству притискујуће силе на елемент облика штапа на пример, када та сила достигне једну одређену вредност, може доћи до појаве савијања штапа при чему угиби почињу неограничено да расту, тј. може доћи до попуштања тог носећег елемента. У том случају кажемо **да се штап извија**, а сама појава се назива **извијање**.

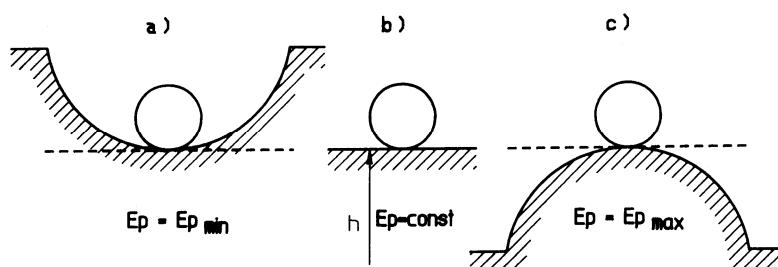
Проблем извијања се своди, као што ће бити показано, на проблем стабилности равнотеже између спољашњих и унутрашњих сила. У даљем току разматрања овог проблема изучаваће се појава губитка стабилности код такозваних простих штапова.

Носећи линијски елемент константног попречног пресека, чија је тежишна оса идеална права линија, а који је изложен дејству притискујуће силе чији се правац дејства поклапа са том осом, назива се **прости штап**.

Сила при којој долази до појаве савијања - односно извијања штапа, назива се **критична сила извијања**, а одговарајуће стање напона у штапу се назива **напрезање на извијање**.

Експериментима је показано да се савијање штапа у случају извијања, увек дешава око осе најмањег момента инерције попречног пресека тог штапа (главни момент инерције  $I_2 = I_{\min}$ ).

При анализи конструкције потребно је имати у виду да постоје три могућа стања равнотеже. Да бисмо ово објаснили, посматрајмо неки ваљак у та три могућа стања (Сл..2).



Сл.2 Три могућа стања равнотеже

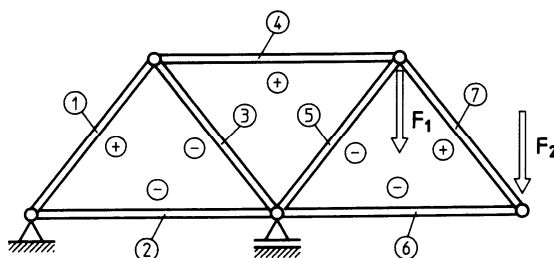
Ваљак се налази у положају стабилне (Сл. 2-а), индиферентне (Сл.2-б) и лабилне равнотеже (Сл. 2-ц). Уколико ваљак избацимо из почетног положаја равнотеже у неки положај близак почетном, могућа су три случаја:

- померање ваљка из положаја стабилне равнотеже повећава његову потенцијалну енергију, при чему ће ваљак тежити да се врати у првобитни положај, а у том положају његова потенцијална енергија биће у минимуму,
- у случају лабилне равнотеже доћи ће до губитка стабилности без могућности повратка ваљка у почетни положај, при чему ће у почетном тренутку његова потенцијална енергија бити у максимуму,
- прелазно стање између ова два положаја је стање индиферентне равнотеже ваљка, када у било ком положају ваљка његова потенцијална енергија има исту вредност.

Конструкције као што су мостови, кранови или стубови далековода, су у већини случајева састављени од штапова од којих су неки изложени притиску и код којих може доћи до појаве извијања односно губитка стабилности. Све ове конструкције у оптерећеном стању морају се налазити у положају стабилне равнотеже јер би у противном дошло до њиховог попуштања.

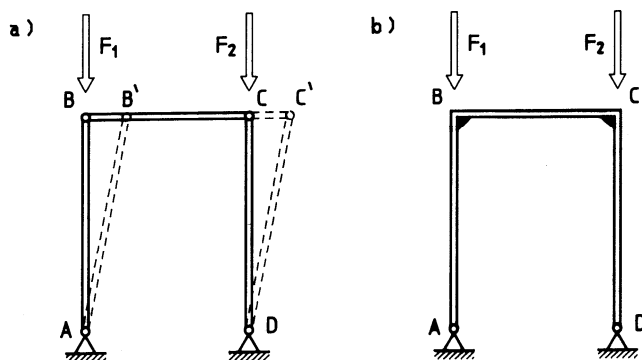
Посматрајмо неке примере конструкција.

Конструкција приказана на слици (Сл. 3) садржи елементе код којих може доћи до појаве губитка стабилности (штапови 2, 3, 5 и 6 трпе сабијајуће силе) па при њиховом димензионисању о овоме треба водити рачуна.



Сл. 3 Равна решеткаста конструкција оптерећена силама у својој равни

Даље, посматрајмо систем од три штапа међусобно зглобно везаних и оптерећених силама  $F_1$  и  $F_2$  (Сл. 4-а). Под дејством сила  $F_1$  и  $F_2$  овај се систем налази у стању лабилне равнотеже. Довољно је овом систему задати мало померање  $\overline{BB'} = \overline{CC'}$  (нпр. неком побудном силом у хоризонталном правцу) па да дође до пада ове конструкције на страну, што би одговарало њеном уништењу.



Сл. 4 Утицај начина везивања појединих елемената у целину

У случају да је у тачкама В и С остварена крута веза (Сл. 4-б), давањем малог померања  $\overline{BB'} = \overline{CC'}$  у хоризонталном правцу, неће доћи до пада конструкције, односно, она ће се налазити у положају стабилне равнотеже.

То значи да, поред осталог, **стање равнотеже зависи од типа саме конструкције**, односно **облика и начина везивања појединих елемената у целину**.

Другачије речено, конструкција која се налази у стању стабилне равнотеже мора бити геометријски непроменљива, а овај услов је потребан али не и довољан, јер у случају прекорачења критичних оптерећења, конструкција може изгубити своју стабилност.

Да би се нека конструкција налазила у стању **стабилне** равнотеже морају бити испуњени следећи услови:

- конструкција мора бити геометријски непроменљива,
- оптерећење на конструкцију мора бити мање од критичног (у случају претпоставке да је конструкција крута – недеформабилна, овај услов не постоји).

Основни задатак при изучавању деформабилних елемената изложених извијању је изналагање вредности критичног оптерећења при коме може доћи до појаве губитка стабилности.

Због разлике између реалног понашања неке конструкције и одговарајућег модела за прорачун, постоје две могућности тумачења појаве извијања.

**Извијање у математичком смислу.** Разматрање на овај начин подразумева идеализован случај извијања код кога је оса штапа идеална права линија а правац дејства притисне силе се поклапа са осом штапа. У том случају проблем се своди на изналажење вредности критичне силе извијања.

**Извијање у физичком смислу.** Разматрање на овај начин подразумева реално стање извијања код кога оса реалног штапа увек има мали почетни угиб, при чему реална притискујућа сила никад не делује тачно у тежишту попречног пресека. Овако дефинисано почетно стање изазива истовремено притисак и савијање штапа. Све ове ефекте (унос оптерећења, ...) треба узети у обзир при димензионисању конструкције.

У даљем току разматрања задржаћемо се на изучавању појаве извијања у математичком смислу.

### ИЗВИЈАЊЕ У ЕЛАСТИЧНОЈ ОБЛАСТИ

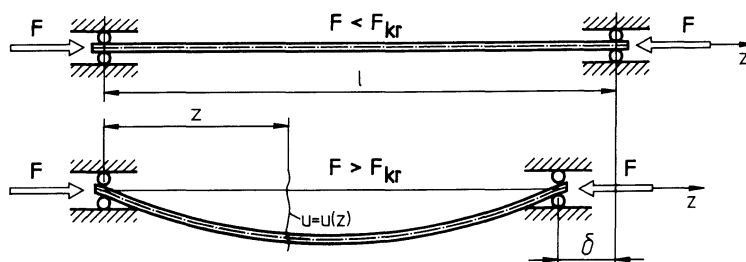
У овом случају, када притисна сила достигне вредност  $F = F_{kr}$ , подједнако је могућ прав и извијен - савијен облик штапа.

Уколико се притиснутом штапу који је прав у том тренутку саопшти неки произвољно мали попречни поремећај, доћи ће до избацивања штапа из почетног положаја равнотеже и његовог преласка у нови положај близак почетном, при чему оса штапа која је у почетном положају била идеална права линија, прелази у криву линију  $u = u(z)$ . По престанку дејства оптерећења штап се враћа у првобитни положај, уз услов да није дошло до прекорачења границе еластичности.

У зависности од начина ослањања штапа разликујемо четири основна случаја извијања.

#### Први случај извијања

Посматрајмо штап зглобно ослоњен на оба краја, пре и после достизања вредности критичне силе  $F = F_{kr}$  (Сл. 5).



Сл. 5 Извијање штапа зглобно ослоњеног на оба краја

Извијање штапа се дешава у еластичној области, па приближну диференцијалну једначину еластичне линије можемо написати у познатом облику

$$E I_{\min} u''(z) = -M_x(z) \quad (1)$$

Вредност момента савијања у неком попречном пресеку штапа на локацији  $z$ , мерено по распону штапа, износи  $M_x(z) = F \cdot u(z)$ , што даје

$$E I_{\min} u''(z) + F \cdot u(z) = 0, \quad \text{односно}$$

$$u''(z) + k^2 \cdot u(z) = 0 \quad (2)$$

$$\text{при чему је } k^2 = \frac{F}{E I_{\min}}. \quad (2-a)$$

Ово је хомогена диференцијална једначина другог реда са константним коефицијентима, чије је опште решење облика

$$u(z) = C_1 \sin k z + C_2 \cos k z. \quad (3)$$

Вредности интеграционих константи  $C_1$  и  $C_2$  одређујемо из граничних услова ослањања штапа:

$$u(z) \big|_{z=0} = 0; \quad u(z) \big|_{z=l} = 0, \quad (4)$$

што даје

$$C_1 \sin kl = 0; \quad C_2 = 0.$$

Први од последња два израза има два решења. Једно је тривијално решење:  $C_1 = 0$  (што показује да је прав облик штапа један од могућих равнотежних облика штапа и у том случају добијамо да је  $u(z) = 0$ ). Друго решење ( $\sin kl = 0$ ) ће бити задовољено ако је:  $kl = n \pi$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Одатле може да се напише

$$k^2 l^2 = n^2 \pi^2, \quad (4-a)$$

што коначно даје, види (2-a) и (4-a), вредност критичне силе при којој ће доћи до појаве извијања

$$F_{kr} = \frac{n^2 \pi^2 E I_{\min}}{l^2}. \quad (5)$$

Најмања вредност силе при којој ће доћи до појаве извијања добија се за  $n = 1$ , и она се назива **Ојлерова критична сила извијања у еластичној области**, односно

$$F = F_{kr} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{l^2} \quad (6)$$

Уврстимо ли вредност  $kl = n \pi$  у израз за  $u = u(z)$ , добијамо једначину еластичне линије за овај случај у облику

$$u = u(z) = C_1 \sin \frac{n \pi}{l} z. \quad (7)$$

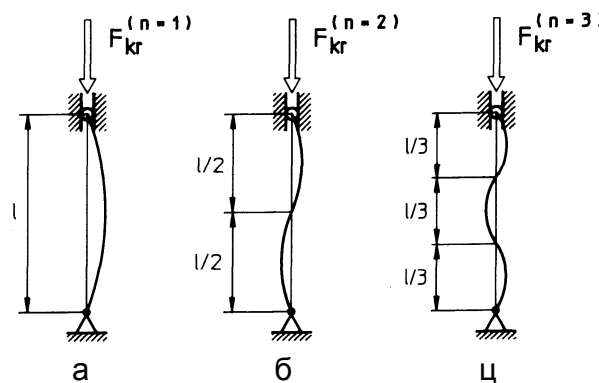
За вредност константе  $C_1$  може се рећи да је неодређена, јер, на пример, из услова на половини распона штапа следи

$$u(z) \Big|_{z=l/2} = f_{max} = C_1 \neq 0,$$

а величина  $f_{max}$  је непозната величина угиба – избочавања, која се не може одредити.

У случају  $n = 1$  еластична линија је приказана као полуталас синусоиде и представља тзв. **основни хармоник** (Сл.6-а).

За вредности броја  $n = 2, 3, 4, \dots$  добијамо више хармонике којима одговарају веће вредности критичне силе извијања (Сл.6-б, 6-ц).

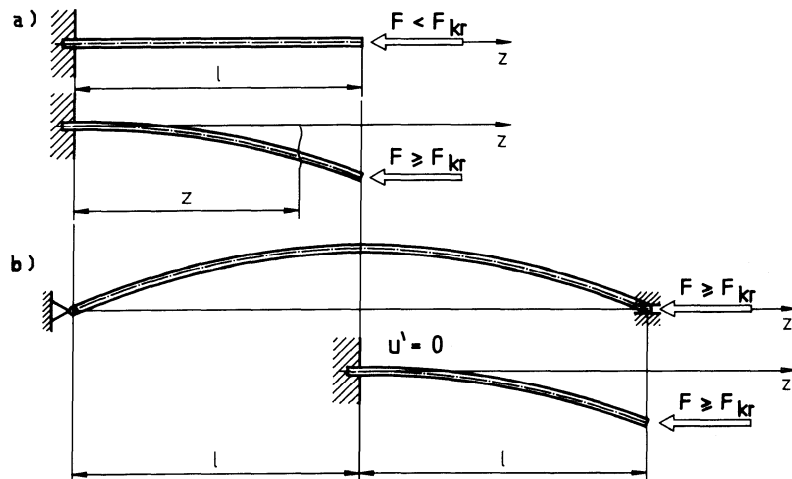


Сл. 6 Хармоници вишег реда штапа изложеног извијању

Случај виших хармоника остварив је само када при повећању вредности критичне силе, од  $F_{kr}^{(n=1)}$  до  $F_{kr}^{(n)}$ , постоји могућност да све превојне тачке штапа буду блокиране све до тренутка достизања вредности  $F_{kr}$ . То значи да виши хармоници извијања немају практичан значај.

### Други случај извијања (прочитај)

Други случај извијања се везује за други начин ослањања штапа. Посматрајмо штап који је уклештен на једном и слободан на другом крају, пре и после достизања вредности критичне силе (Сл.7-а). Гранични услови и оптерећење штапа идентични су као у случају зглобно ослоњеног штапа, али дужине  $2l$ , при чему гранични услови на половини распона тог штапа одговарају граничним условима конзоле уклештене у тачки А (Сл. 7-б).



Сл. 7 Извијање штапа уклештеног на једном и слободног на другом крају

Имајући у виду израз (6), најмања вредност критичне силе у овом случају износи

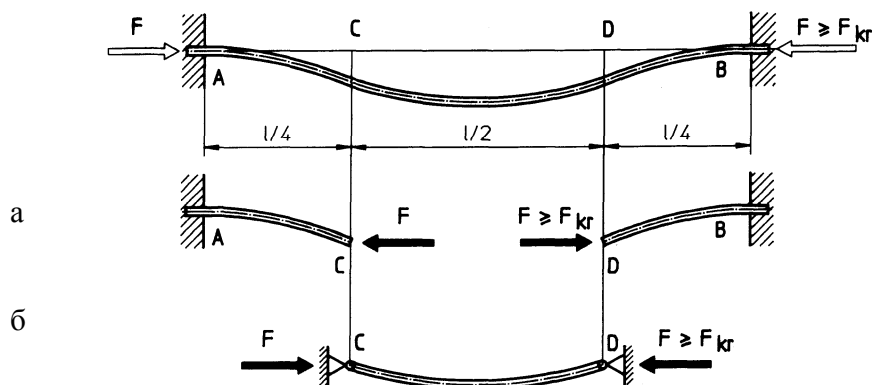
$$F_{kr} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{(2l)^2} \quad (8)$$

а до истог резултата можемо доћи постављајући диференцијалну једначину еластичне линије са одговарајућим граничним условима, као што је то већ урађено у анализи првог случаја извијања.

### Трећи случај извијања (прочитај)

Опет се мења начин ослањања штапа. Посматрајмо сада обострано уклештен штап после достизања вредности критичне силе (Сл. 8). Због симетрије услова ослањања у тачкама А и В, произилази да растојање између превојних тачака С и D на еластичној линији која описује савијеност-избоченост штапа, износи  $l/2$ . Како је момент савијања у превојним тачкама једнак нули, то ће се део распона  $\overline{CD}$ , понашати као зглобно (први случај извијања) ослоњен штап дужине  $l/2$  (Сл. 8-б). Истовремено делови распона штапа  $\overline{AC}$  и  $\overline{DB}$  понашаће се као штап

(други случај извијања) дужине  $l/4$ , уклештен на једном крају и слободан на другом (Сл. 8-а).



Сл. 8 Обострано уклештени штап изложен извијању

Одавде следи да се критична сила за обострано уклештени штап може дефинисати сходно изразу (6) као

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{(l/2)^2},$$

односно сходно изразу (7)

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{(2 \cdot l/4)^2}.$$

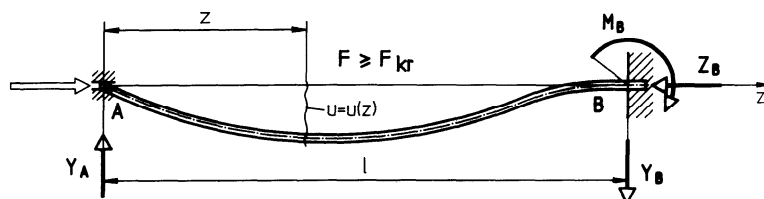
То значи, да је у случају обострано уклештеног штапа најмања вредност критичне силе извијања дата као

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{(0.5 l)^2}. \quad (9)$$

Исти резултат може се добити решавањем диференцијалне једначине еластичне линије са одговарајућим граничним условима.

#### Четврти случај извијања (прочитај)

Посматрајмо сада штап уклештен на једном и зглобно ослоњен на другом крају.



Сл. 9. Штап уклештен на једном и слободно ослоњен на другом крају изложен извијању

Водећи рачуна да је момент савијања у неком попречном пресеку штапа на локацији  $z$ , мерено по распону штапа,  $M(z) = F \cdot u(z) + Y_A \cdot z$ , диференцијална једначина еластичне линије је облика

$$E I_{\min} u''(z) = -F \cdot u(z) - Y_A \cdot z. \quad (10)$$

Диференцирањем једначине (10) два пута узастопно, добијамо

$$E I_{\min} u'''(z) = -\frac{dM(z)}{dz} = -T(z) = -F \cdot u'(z) - Y_A,$$

$$E I_{\min} u^{iv}(z) = -\frac{dT(z)}{dz} = -F \cdot u''(z), \quad (11)$$

што коначно даје хомогену диференцијалну једначину четвртог реда

$$u^{iv}(z) + k^2 u''(z) = 0 \quad (12)$$

где се опет уводи као скраћена ознака:  $k^2 = \frac{F}{E I_{\min}}$ .

Применимо граничне услове за леви и десни крај распона штапа, облика:

$$u(z) \Big|_{z=0} = 0; \quad u''(z) \Big|_{z=0} = 0 \quad (M_A = 0); \quad (\text{дакле, угиб и момент у ослонцу лево})$$

и

$$u(z) \Big|_{z=l} = 0; \quad u'(z) \Big|_{z=l} = 0 \quad (\text{дакле, угиб и нагиб у конзолном ослонцу}) \quad (13)$$

у опште решење хомогене диференцијалне једначине (12), које је облика

$$u(z) = C_1 \sin kz + C_2 \cos kz + C_3 z + C_4. \quad (14)$$

Постављањем прва два услова (13), да су угиб и момент савијања у ослонцу лево једнаки нули, у једначину (14), добијамо решења за две интеграционе константе:  $C_2 = C_4 = 0$ , па је решење једначине (12) :

$$u(z) = C_1 \sin kz + C_3 z. \quad (15)$$

Уврстимо затим и друга два услова (13), да су угиб и нагиб у конзолном ослонцу десно једнаки нули, у једначину (15) добијамо систем од две једначине :

$$C_1 \sin kl + C_3 l = 0$$

$$C_1 k \cos kl + C_3 = 0. \quad (16)$$

Да би постојао угиб, видети израз(15), мора бити задовољен услов  $C_1 \neq 0$ ;  $C_3 \neq 0$ , односно, детерминанта система једначина (16) мора бити једнака нули, што даје

$$\Delta = \begin{bmatrix} \sin kl & 1 \\ k \cos kl & 1 \end{bmatrix} = 0, \quad \text{односно} \quad \operatorname{tg} kl = kl. \quad (17)$$

Ова трансцедентна једначина (17) има најмањи корен за:  $kl \approx 4.493$ , што даје минималну вредност критичне силе, видети израз (6), као

$$F_{kr} = 4.493^2 \frac{E I_{\min}}{l^2} = 20.19 \frac{E I_{\min}}{l^2} \approx \frac{\pi^2 E I_{\min}}{(0.7 l)^2} \quad (18)$$

Тиме су размотрена сва четири основна случаја извијања у еластичној области.

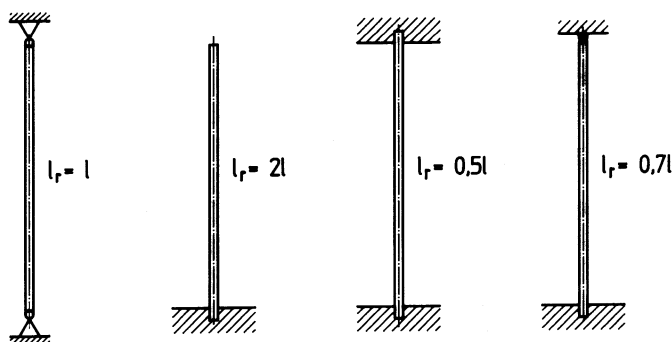
### Ојлерова хипербола

Генерално, до сада су разматрана четири начина ослањања штапа (Сл. 10). Посматрајмо сада изразе за четири основна случаја извијања (изрази 6, 8, 9 и 18). Увођењем појма који називамо **редукована дужина** штапа, дужина коју ћемо обележити са

$$l_r = k l, \quad (19)$$

где коефицијент  $k$  зависи од начина ослањања штапа, израз за Ојлерову критичну силу може се написати у облику

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{l_r^2} \quad (20)$$



Сл. 10 Четири основна случаја извијања

Уведимо и појам који ћемо назвати **виткост штапа** у облику

$$\lambda_r = \frac{l_r}{i_{\min}} \quad (21)$$

где је  $i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$  - минимални полупречник инерције.

Дефинишимо сада и појам **критичног напона**, при коме долази до појаве извијања, као количник критичне силе и површине попречног пресека, па сходно изразима (20) и (21) добијамо

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_r^2}. \quad (22)$$

На основу израза (22) у дијаграму (1), на коме је приказана веза величина  $\sigma_{kr}$  и  $\lambda$ , добија се крива која се назива **Ојлерова хипербола**.

Границу еластичне области у којој важи израз за критични напон (22) добијамо из услова

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_p^2} = \sigma_p,$$

где је  $\sigma_p$  - напон на граници пропорционалности, што даје и одговарајућу вредност виткости штапа

$$\lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} \quad (23)$$

Као што видимо  $\lambda_p$  представља величину која зависи искључиво од материјала штапа оптерећеног на извијање. Значи, уколико је задовољен услов  $\lambda_r > \lambda_p$ , имамо **случај извијања у еластичној области**, па вредност критичне силе одређујемо помоћу израза (20).

### ИЗВИЈАЊЕ У НЕЕЛАСТИЧНОЈ ОБЛАСТИ

За штапове код којих је  $\lambda_r < \lambda_p$ , израз за израчунавање критичне силе (20) више се не може користити, пошто у тој области више не важи Хуков закон, односно, извијање се дешава у нееластичној области. По прекорачењу границе пропорционалности настају трајне деформације, па престаје линеарна зависност између напона и деформације. По прекорачењу ове границе било би неопходно применити теорију која даје одговор на еласто-пластично понашање материјала.

Ово би захтевало веома компликован математички апарат, а добијени резултати били би непогодни за свакодневну инжењерску примену. Због горе наведених чињеница користе се емпиријски обрасци за израчување вредности критичног напона извијања, а ови обрасци се обично потврђују експерименталним истраживањима.

Основна идеја при формирању израза за критични напон извијања јесте да се постави функционална веза

$$\sigma_{kr} = f(\lambda_r) \quad (24)$$

На основу експеримената са челичним стубовима, Лудвиг Тетмајер (1850-1905), швајцарски професор и директор Лабораторије за испитивање материјала Циришке Политехнике, поставио је линеарну зависност између критичног напона извијања и виткости у облику

$$\sigma_{kr} = B - C \lambda_r, \quad (25)$$

где су са В и С обележене константе које зависе од врсте материјала. За разне материјале, вредности константи В и С приказане су табеларно (Табела 1).

МАТЕРИЈАЛ	ВИТКОСТ У НЕЕЛАСТИЧНОЈ ОБЛАСТИ $\lambda_T$ ДО $\lambda_P$	КРИТИЧНИ НАПОН $\sigma$ [М Па]
Č 0360	84 - 108	$289 - 0.82 \lambda$
Č 0461	70 - 101	$320 - 1.00 \lambda$
Č 0561	63 - 86	$589 - 3.80 \lambda$
Сиви лив	10 - 80	$776 - 12\lambda + 5.3 \frac{\lambda^2}{100}$
Алуминијумске легуре	$\lambda_P < 80$	$338 - 2.80 \frac{\lambda^2}{100}$
Дрво	$\lambda_P < 100$	$293 - 0.2 \lambda$

Табела 1

Израз за критични напон у овом облику веома се дуго користио при димензионисању штапова оптерећених на извијање. Међутим, треба знати да знатно бољу апроксимацију експерименталних резултата добијамо, ако се уместо зависности (25) користи израз

$$\sigma_{kr} = B - C \lambda_r^m \quad (26)$$

За, на пример, вредност експонента  $m = 2$  добијамо параболу Џонсон-Остенфелда (Johnson - Ostenfeld) у облику

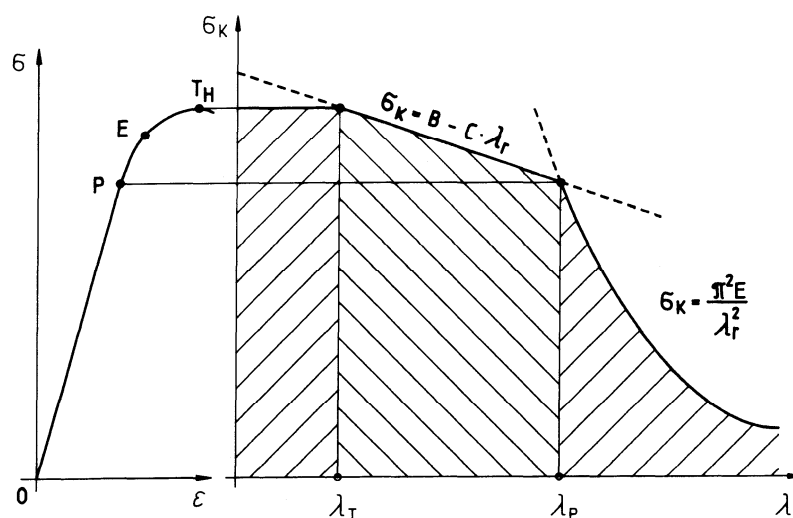
$$\sigma_{kr} = B - C \lambda_r^2 \quad (27)$$

Обрасци (27) и (28) могу се користити за виткости које се крећу у границама  $\lambda_T < \lambda_r < \lambda_P$ , где вредност  $\lambda_T$  одговара виткости на горњој граници течења.

За виткости  $\lambda_r < \lambda_T$ , меродавна је граница гњечења (граница великих скраћења). У том случају нема извијања, већ се напон одређује по познатом обрасцу

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (28)$$

На основу свега овога, зависност критичног напона извијања од виткости може се представити помоћу следећег дијаграма:



Дијаграм 1

### ОМЕГА ПОСТУПАК (прочитај)

У области ових прорачуна, влада доста велика шароликост израза за израчунавање вредности критичног напона извијања уграђених у прописе разних држава.

Један од једноставнијих начина израчунавања вредности критичног напона извијања притиснутих штапова, који се врши према стварној притисној сили, је **омега поступак**. У том случају мора бити задовољен услов

$$\sigma_{kr} = \omega \cdot \frac{F}{A} \leq \sigma_{dc} \quad (29)$$

Величину броја  $\omega$  одређујемо из односа

$$\omega = \frac{\sigma_{dc}}{\sigma_{dk}} \quad (30)$$

где је:  $\sigma_{dc}$  - дозвољени напон на притисак, а  $\sigma_{dk}$  - дозвољени напон при извијању. Вредности коефицијента  $\omega$  зависе од врсте материјала, као и од величине виткости штапа, а могу се приказати табеларно (лако се налазе у литератури везаној за ову област).

### **ДОМАЋИ СТАНДАРДИ ЗА ПРОВЕРУ СТАБИЛНОСТИ НОСЕЋИХ ЧЕЛИЧНИХ КОНСТРУКЦИЈА (прочитај)**

У оквиру ових стандарда задржаћемо се само на стандардима везаним за извијање призматичних штапова у математичком смислу. Ово су стандарди са обавезном применом, почев од 22.08.1980 године, а касније су измењени допунама стандарда из 1986. године, и односе се на:

- центрично притиснуте призматичне штапове константног попречног пресека, (JUS U.E7.081),
- редуковане дужине штапова константног и променљивог попречног пресека, (JUS U.E7.086).

Стандардом JUS U.E7.081 утврђује се начин прорачуна носивости простих штапова, израђених ваљањем, закивањем или заваривањем од хомогеног конструкцијског челика.

Провера носивости врши се по обрасцу

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \sigma_{i,d} = \frac{\sigma_i}{\nu} = \frac{\bar{N} \sigma_v}{\nu}$$

где је:  $\sigma$  - рачунски нормални напон,

$N$  - рачунска сила притиска за одговарајући случај оптерећења,

$A$  - површина неослабљеног попречног пресека штапа,

$\sigma_{i,d}$  - дозвољени нормални напон,

$\sigma_i$  - критични нормални напон,

$\sigma_v$  - нормални напон на граници развлачења,

$\bar{N}$  - количник критичног нормалног напона и нормалног напона на граници развлачења

$\nu$  - коефицијент сигурности који зависи од случаја оптерећења, и то:

1.50 - за основно оптерећење,

1.33 - за основно и допунско оптерећење,

1.20 - за изузетно оптерећење.

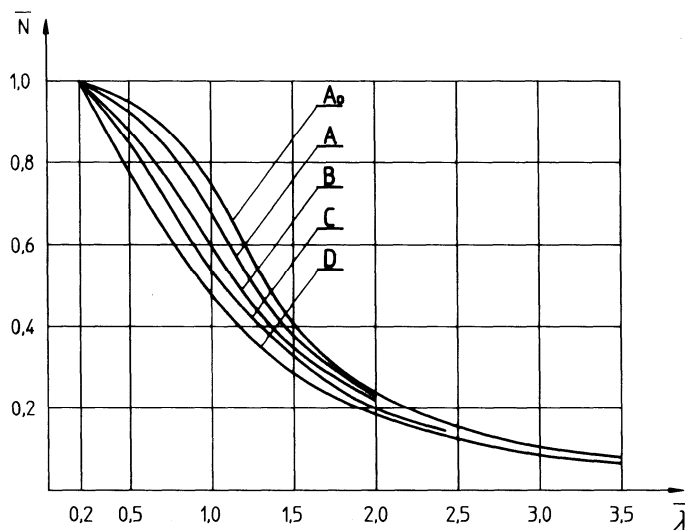
Бројне вредности бездимензионог количника  $\bar{N}$  могу се дати табеларно или приказати помоћу дијаграма у зависности од параметра  $\bar{\lambda}$  - дијаграм (2).

Параметар  $\bar{\lambda}$  дефинишемо као

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_E} \quad (31)$$

где је:  $\lambda$  - виткост штапа ;  $\lambda_E = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_v}}$  .

За одређивање параметра  $\bar{N}$ , у зависности од геометријских карактеристика попречног пресека, начина израде и равни извијања, за штапове су конструисане одговарајуће линије  $A_0, A, B, C$  и  $D$ .



Дијаграм 2

Стандарди везани за случајеве који нису обухваћени овом књигом, могу се наћи у богатој литератури из области челичних конструкција.

### ПРОВЕРА НОСИВОСТИ ПРИТИСНУТОГ ШТАПА

Водећи рачуна о свему претходно наведеном, поступак провере носивости притиснутог штапа има следећи ток:

- наћи вредности главних тежишних момената инерције у општим бројевима за задати попречни пресек  $I_1$  и  $I_2$ , а затим уочити  $I_2 = I_{min}$ ,
- одредити величину површине попречног пресека у општим бројевима  $A$ , а затим наћи вредност најмањег полупречника инерције  $i_2 = i_{min}$ ,
- на основу услова ослањања, наћи величину редуковане дужине штапа  $l_r = k l$ ,
- одредити виткост штапа  $\lambda_r = l_r / i_{min}$ ,

- за задати материјал одредити величине  $\lambda_P, \lambda_T$  уколико користимо изразе за Ојлерову критичну силу или нпр. израз за критични напон по Тетмајеру,
- утврдити подручје у коме се дешава извијање и применити одговарајуће обрасце за израчунавање критичне силе или критичног напона,
- из таблица узети вредност степена сигурности и израчунати највеће могуће оптерећење које штап може да издржи.

Уколико вредност критичног оптерећења израчунавамо по омега поступку или по ЈУС-у, ток прорачуна је истоветан у прве четири тачке, а затим треба поступити на начин како је то претходно показано.

Уколико је позната површина попречног пресека, највећу величину притисне силе израчунавамо из услова

$$F \leq \frac{F_{kr}}{\nu} = \frac{1}{\nu} A \sigma_{kr}.$$

Уколико је позната величина притисне силе  $F$ , димензионисање штапа обављамо методом узастопног понављања израчунавања површине попречног пресека.

За претпостављене димензије штапа израчунавамо површину попречног пресека  $A$ ,  $i_{min}$ ,  $I_r$ , па затим  $\lambda$  и на крају  $F_{kr}$ .

Овај поступак се понавља док однос  $\nu = \frac{F_{kr}}{F}$  не дође на жељену меру.

## СТЕПЕН СИГУРНОСТИ

Уколико нам је позната зависност  $\sigma_{kr} = f(\lambda_r)$ , познавајући виткост штапа за задати случај, можемо одредити величину  $\sigma_{kr}$ .

Величину критичне силе одређујемо као

$$F_{kr} = A \sigma_{kr}.$$

Дозвољену вредност притисне силе којој се сме изложити штап, а да не дође до појаве извијања добијамо као

$$F_d = \frac{F_{kr}}{\nu},$$

где је  $\nu > 1$  **степен сигурности на извијање**.

Водећи рачуна да при повећању виткости расте утицај почетних грешака у геометрији штапа, неопходно је ове утицаје покрити степеном сигурности, а овде треба имати у виду да се величина степена сигурности мења у зависности од виткости штапа.

Из претходно наведеног следи, да је повећањем виткости штапа, потребно извршити и повећање величине степена сигурности који се примењује у прорачуну тог штапа.

Ово је само један део приказа проблематике везане за феноменологију извијања. За ниво прве године студија машинства сматра се да је ово довољно, а треба знати да се посебна пажња овим проблемима посвећује у курсевима које похађају у вишим семестрима студија.