

СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНЕ КОНСТРУКЦИЈЕ (ЛИНИЈСКЕ, РАВАНСКЕ И ПРОСТОРНЕ) УВОД У МЕТОДУ СИЛА

Подсетимо се основних статички одређених гредних носача са којима смо се до сада упознали.



Појам статичке неодређености

Подсетимо се:

- **статички одређене конструкције** су конструкција код којих је све реакције веза (као и све силе у пресецима), дакле све статички непознате величине, могуће одредити из статичких услова равнотеже.

- **статички неодређене конструкције** су конструкције код којих је укупан број непознатих величина већи од броја расположивих статичких услова (једначина) равнотеже. Односно, ако се уведу ознаке:

- **n** - број непознатих величина (отпори ослонаца, реакције веза)
- **s** - број статичких услова равнотеже,

тада је $k = n - s$, где је

- **k** - број сувишних (прекобројних) веза, односно k показује колико је пута систем статички неодређен.

Значи, ако је за одређивање непознатих величина, осим статичких услова равнотеже, неопходно поставити и **k** допунских услова, који произилазе из геометријских услова деформације посматране структуре, за систем кажемо да је статички неодређен.

СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНЕ ЛИНИЈСКЕ КОНСТРУКЦИЈЕ (уводна разматрања)

Гредни носачи са једним распоном и допуштеним подужним померањем



а) замишљено уклањање једног ослонаца

Ако се уклони десни, подужно помични ослонац, и тиме допусти попречно (у овом случају вертикално) померање, посматрани статички неодређени носач се своди на обичну статички одређену конзолу.

На месту уклоњене везе (ослонаца који спречава вертикално померање) мора се додати одговарајућа попречна сила (отпор ослонаца) која на том месту постоји и тиме се, за сувишну непознату величину усваја сила $F_B = S_1$.

Допунски услов у том случају је да је попречно померање нападне тачке (вертикално померање) силе S_1 једнако нули, односно да је угиб на крају конзоле једнак нули: $f_B = 0$.



б) замишљено убацивање зглоба

Уместо уклањања осувишног ослонаца, могуће је у произвољном пресеку гредног носача уметнути зглоб. У том случају би било омогућено независно заокретање левог и десног дела греде на месту уметнутог зглоба, јер се тиме уклања само једна веза и то она која омета заокретање левог дела у односу на десни

На тај начин бисмо статички неодређени систем претворили у статички одређени. У том случају сувишна непозната је момент S_1 који у посматраном пресеку статички неодређеног носача постоји, а у уметнутом зглобу га нема.

Допунски услов је у овом случају:

$$\begin{aligned}\delta_{1 \text{ лево}} &= -\delta_{1 \text{ десно}} \\ \delta_{1 \text{ лево}} + \delta_{1 \text{ десно}} &= 0 \\ \delta_1 &= 0.\end{aligned}$$



в) замишљена трансформација ослонаца

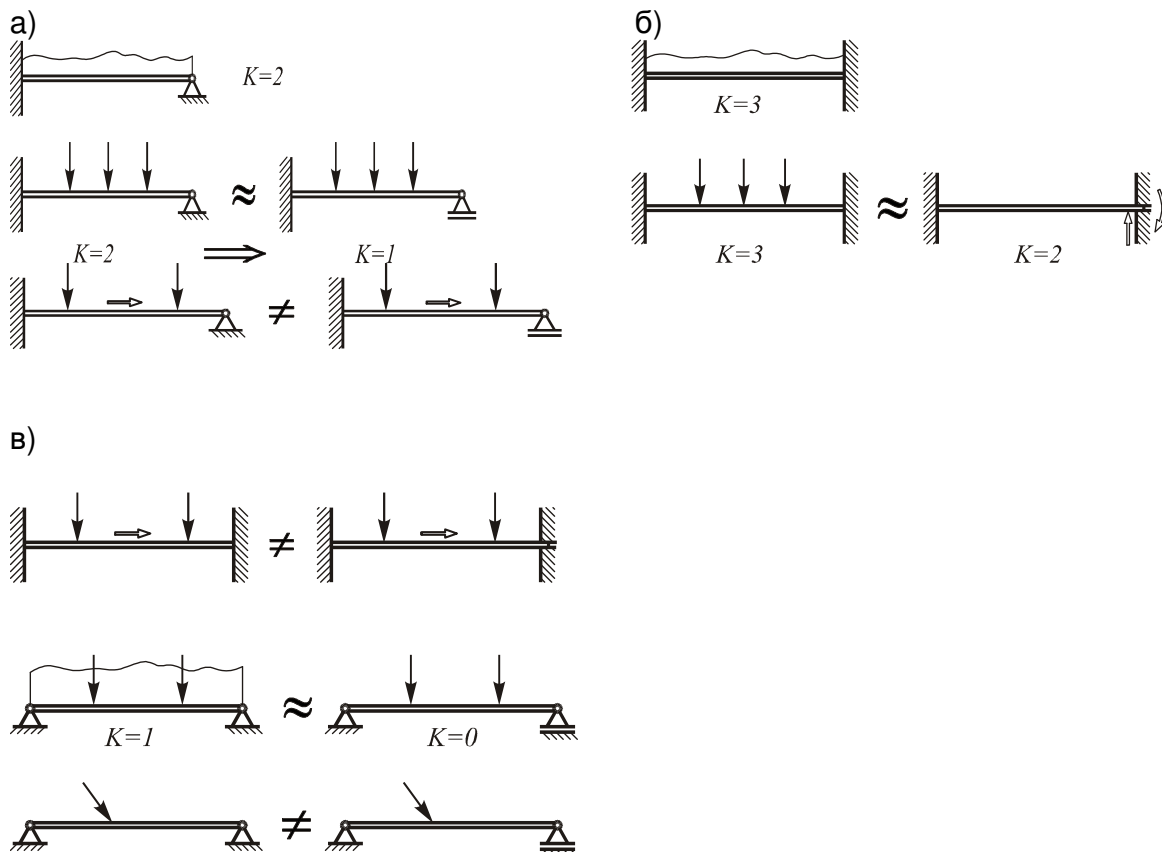
Уколико се зглоб постави на месту уклештења, уклештење ће се тако претворити у зглобни непомични ослонац, односно, статички неодређени гредни носач претворили смо у статички одређену греду. Сувишна непозната је у том случају концентрисанби момент $M_A = S_1$ који на том месту постоји а у зглобу га нема.

Допунски услов у том случају је да је заокретање на месту дејства сувишне непознате, т.ј. нагиб над левим ослонцем једнак нули:

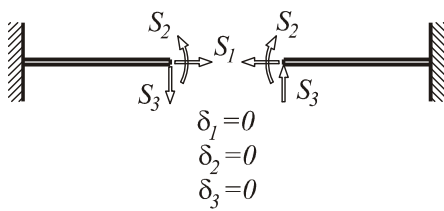
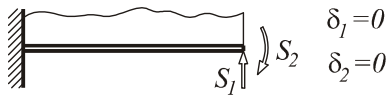
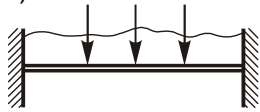
$$\alpha_A = 0, \text{ то јест: } \delta_1 = 0.$$



Гредни носачи са једним распоном и спреченим подужним померањем

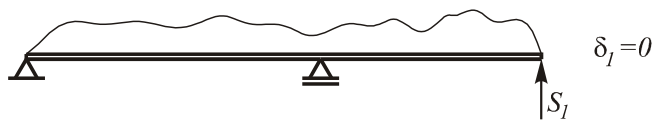
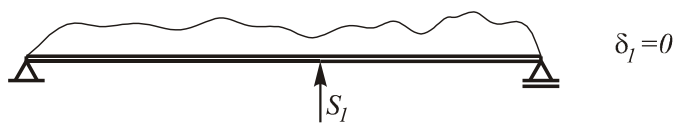
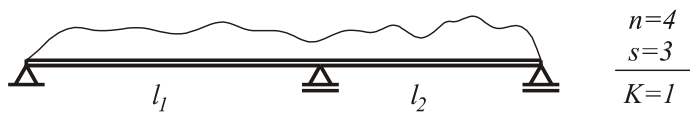


г)

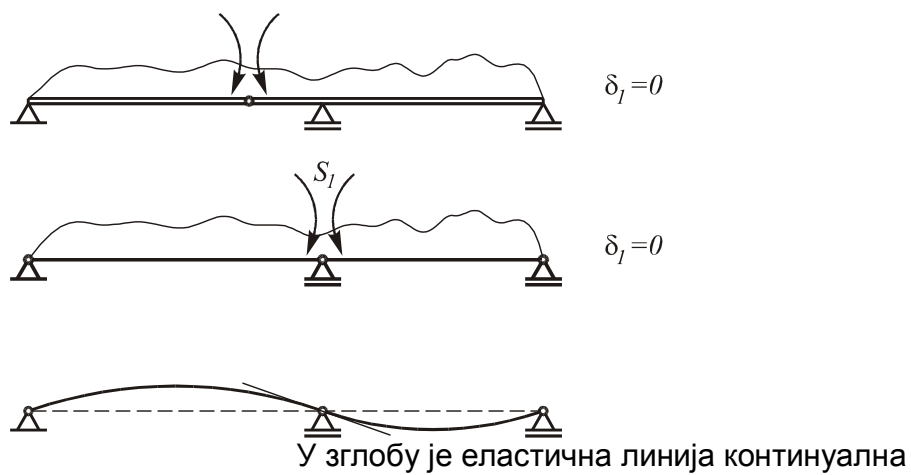


Гредни носачи са два распона

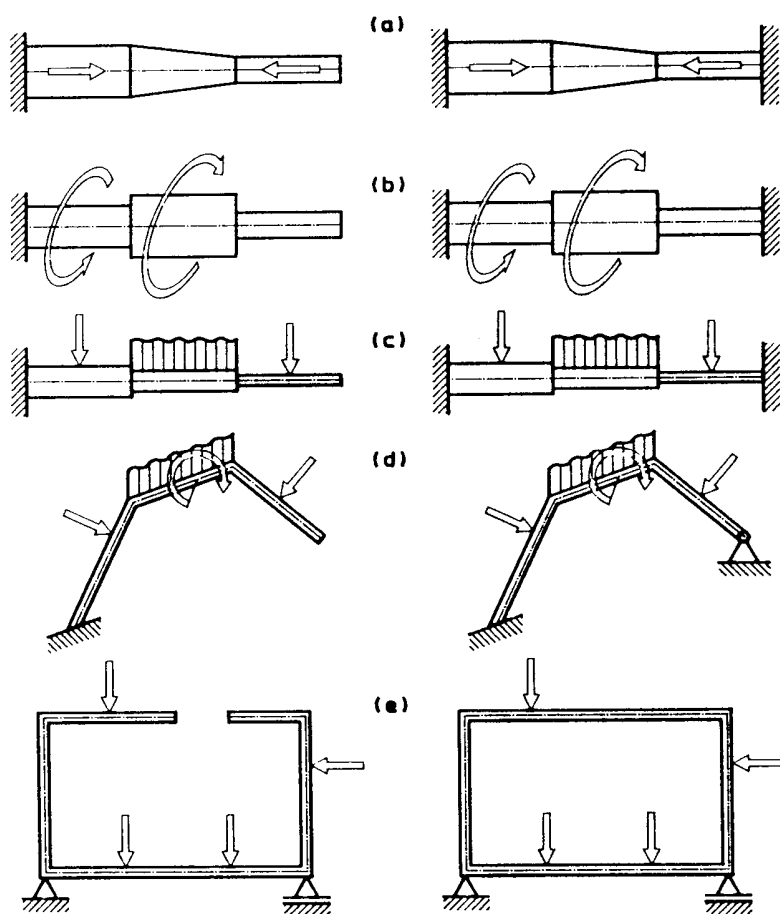
а) замишљено уклањање једног ослона (једне "везе" са околином)



б) замишљено убацавање зглоба



СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНЕ РАВАНСКЕ КОНСТРУКЦИЈЕ



СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНЕ ПРОСТОРНЕ КОНСТРУКЦИЈЕ

НАЧИНИ РЕШАВАЊА СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНЕ КОНСТРУКЦИЈЕ

Системи конструкција направљени од линеарно еластичних материјала називају се конструкције са линеарним понашањем и за њих важи принцип независности дејства оптерећења. Принцип независности дејства оптерећења чини основу за две најефектније методе методе за решавање статички неодређених проблема, а то су:

- Метода сила (Force method) и
- Метода померања (Displacement method).

При примени **методе сила** за непознате величине се узимају концентрисане силе или моменти који се појављују на местима уклоњених сувишних веза. При примени **методе померања** за непознате величине се узимају померања (линијска и угаона) на местима спојева појединих делова конструкције.

Ми ћемо се бавити методом сила.

Метода сила

Суштина Методе сила се састоји у томе да се статички неодређена конструкција применом неких од замишљених корака који су претходно објашњени, претвори у фиктивну (замишљену) статички одређену конструкцију. На ову фиктивну-замишљену статички одређену конструкцију се на местима уклоњених "сувишних" веза, уносе одговарајући статички еквиваленти (фиктивна

концентрисана спољна оптерећења), а потом се исписују допунске једначине за решавање статички непознатих величина.

При примени Методе сила потребно је применити следеће кораке:

1. Одредити број статичке неодређености (број сувишних веза)

$$k = n - s = ?$$

2. Уклонити сувишне везе (може на много начина али сваки не мора да доведе резултата) чиме се добија **основни статички одређени систем**:

- уклањање ослонаца
- убацивање зглоба
- трансформација ослонаца
- растављање
- комбинација

3. На местима уклоњених веза додати статичке еквиваленте (концентрисане силе или моменте) чиме се добија **еквивалентни систем**.

4. Исписати допунске услове по померањима: померања на местима уклоњених веза морају бити једнака задатим вредностима (најчешће су једнака нули):

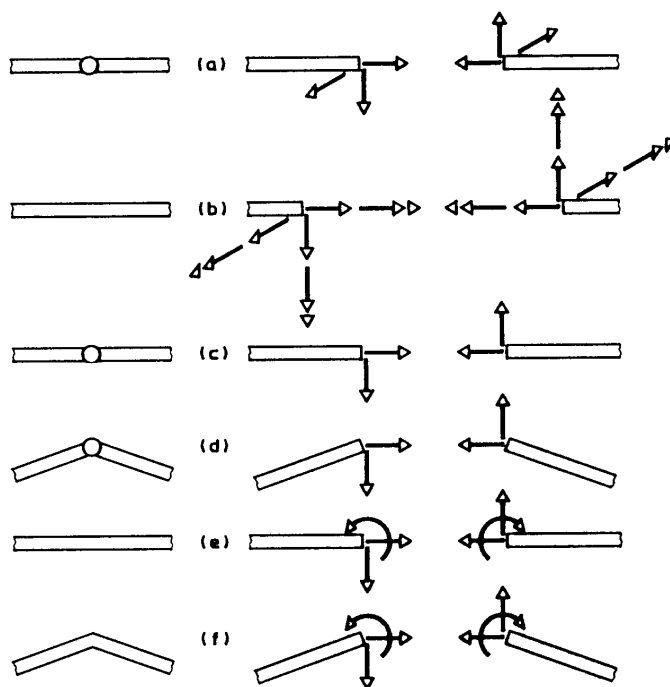
$$\delta_i = \delta_{0i} (= 0), i = 1, \dots, k.$$

Одређивање померања код статички неодређених конструкција

При примени Методе сила померање произвољне тачке на статички неодређеној конструкцији није могуће одредити док се конструкција не реши (док се не одреде све статички непознате величине). Она се при томе третира као статички одређена конструкција са познатим силам, односно моментима.

Реакције ослонаца (веза)

Подсетимо се кратко неких детаља који су нам већ познати, а за њих смо чули у "Статици".

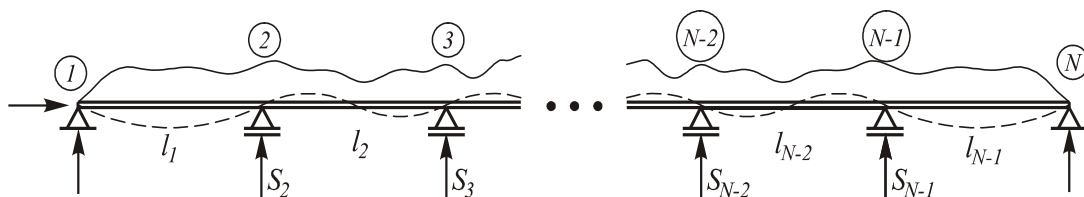


СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНЕ ЛИНИЈСКЕ КОНСТРУКЦИЈЕ НЕПРЕКИДНИ (КОНТИНУАЛНИ) ГРЕДНИ НОСАЧИ

Непрекидни (континуални) гредни носачи су гредни носачи са више од два ослоња са којима су зглобно везани, односно са више од једног распона, при чему распони нису међусобно спајани зглобовима.



Непрекидни носачи обично имају један ослонац непомичан у подужном правцу, док су остали зглобни ослонци у подужном правцу помични, чиме је омогућено померање насача у подужном правцу при промени температуре.



Ако постоје аксијалне силе

$$n = N + 1$$

$$s = 3$$

$$k = N - 2$$

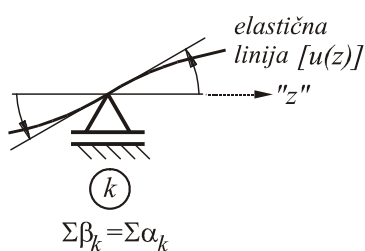
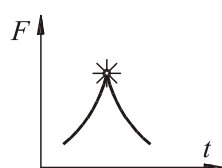
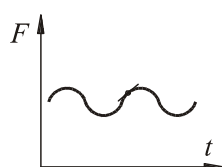


Ако не постоје аксијалне силе

$$n = N$$

$$s =$$

$$k = N - 2$$

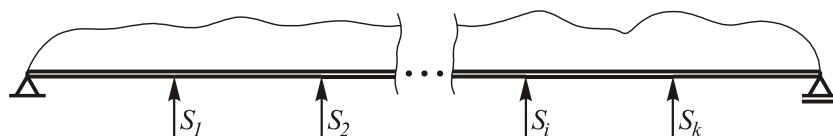


- из услова континуалности еластичне
линије

Применимо сада неке од наведених могућности за фиктивно претварање статички неодређене конструкције у одговарајућу замишљену статички одређену конструкцију.

Уклањање "сувишних" ослонаца

Основни статички одређени систем може се у посматраном случају добити уклањањем $N - 2$ сувишна ослонаца, при чему је најпогодније задржати први и последњи.

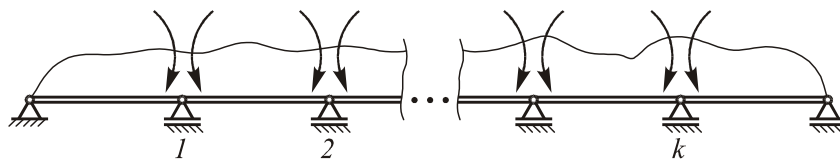


Сувишне непознате биће отпори ослонаца. Допунски услови произилазе из чињенице да угиби носача на местима уклоњених веза – ослонаца, то јест вертикална померања нападних тачака на местима сувишних непознатих сила морају да буду једнака нули.

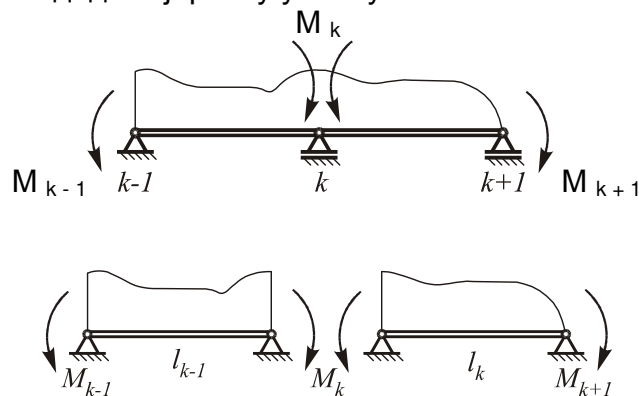
$$\begin{aligned}\delta_1 &= 0, \\ \delta_2 &= 0, \\ &\dots \\ \delta_i &= 0, i = 1, \dots, k.\end{aligned}$$

Убацивање зглобова (Clapeyron 1857.)

Једноставније од уклањања $k = N - 2$ ослонаца је уметање $k = N - 2$ зглоба, што је могуће учинити на произвољном месту сваког распона. Најпогодније је зглобове уметнути на местима сувишних ослонаца (задржавамо први и последњи).



За сувишне непознате S_1, \dots, S_k одабрани су моменти који постоје на местима ослонаца и морају се додати јер их у уметнутим зглобовима нема.



Допунски услови произилазе из чињеницњ да нагиби на местима ослонаца морају бити једнаки међусобно са њихове обе стране (услов континуалности еластичне линије):

$$\sum \beta_k = \sum \alpha_k.$$

Пошто се уметањем зглобова непрекидни носач у ствари раставља на низ самосталних простих греда, овакав приступ решавању проблема се зове **Метода растављања**.

ГРЕДНИ НОСАЧИ СА ЕЛАСТИЧНИМ ОСЛОНЦИМА