Naizmenične struje

Vremenski promenljivi signali

Fizičke veličine koje opisuju procese u prirodi i tehnici (kao specifičnom delu prirode), veoma često se menjaju u toku vremena. Sličan je slučaj i sa naponima i strujama u električnim i elektronskim kolima. Vremenski promenljive signale je najzgodnije dati u formi analitičkih izraza.

Prostoperiodični signali

Ukoliko je promena signala u vremenu prostoperiodična (signal se menja po sinusnom ili kosinusnom zakonu), analitički zapis je:

$$s(t) = S_m \cdot \sin(wt + \alpha) \qquad (5.\ 1.)$$

U prethodnom izrazu $s(t)$ simbolično označava da se signal s, koji predstavlja zavisnu promenljivu, menja u toku vremena t, koje predstavlja nezavisnu promenljivu. S_m je maksimalna vrednost signala, odnosno amplituda; w je kružna učestanost, a α početna faza.

Kod prostoperiodičnih signala, maksimalna vrednost je $\sqrt{2}$ puta veća od efektivne vrednosti. Uobičajena oznaka za efektivnu vrednost signala s je S_{eff} ili samo S. Zato se može pisati:

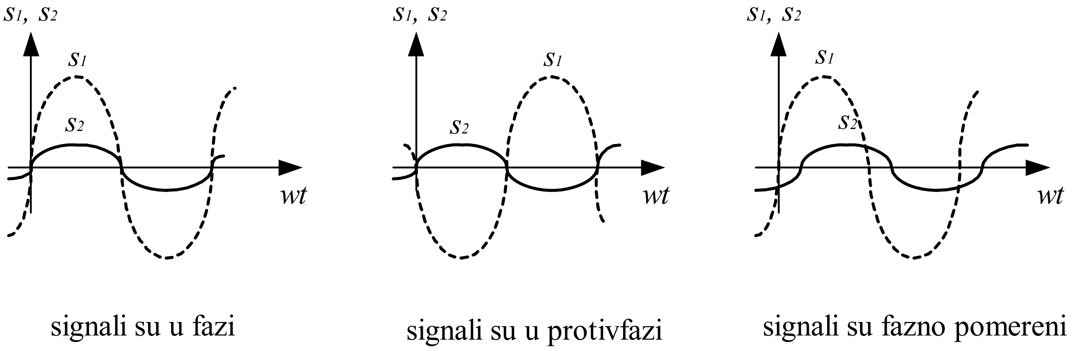
$$s(t) = S_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(wt + \alpha) = S \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(wt + \alpha) \qquad (5.\ 2.)$$

Kružna učestanost w je sa periodom T i frekvencijom f vezana relacijama:

$$w = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad (5.\ 3.)$$

Početna faza govori koliko signal (preciznije ″početak″ signala, odnosno nula signala) prednjači odnosno kasni za koordinatnim početkom. Zbir $wt+\alpha$ je trenutna faza. Trenutna faza govori kolika je udaljenost od koordinatnog početka u datom trenutku vremena t.

Ukoliko se razmatraju međusobni fazni stavovi dva signala, postoje tri mogućnosti:
1. dva signala su u fazi ukoliko kada jedan raste i drugi raste, a kada jedan opada i drugi opada;
2. dva signala su u protivfazi ukoliko kada jedan raste drugi opada i obrnuto;
3. signali su fazno pomereni – jedan prednjači a drugi kasni.



Slika 5. 1. Međusobni fazni odnos signala

Prikaz napona i struje u vremenskom domenu - trenutne vrednosti napona i struje

Naizmenični napon i struja se obično prikazuju u obliku trenutnih vrednosti. Naziv trenutna vrednost ukazuje da je poznata, odnosno da se može odrediti vrednost u svakom trenutku vremena. Trenutna vrednost naizmeničnog napona $u(t)$ je data izrazom:

$$u(t) = U_m \cdot \sin(wt+\theta) = U_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(wt+\theta) = U \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(wt+\theta) \quad (5.\ 4.)$$

U_m je amplituda, odnosno maksimalna vrednost napona, U_{eff} ili češće označeno samo U je efektivna vrednost naizmeničnog napona, w je kružna učestanost, a θ početna faza.

Trenutna vrednost naizmenične struje $i(t)$ je data izrazom:

$$i(t) = I_m \cdot \sin(wt+\psi) = I_{eff}\sqrt{2} \cdot \sin(wt+\psi) = I\sqrt{2} \cdot \sin(wt+\psi) \quad (5.\ 5.)$$

I_m je amplituda, odnosno maksimalna vrednost struje, I_{eff} ili češće označeno samo I je efektivna vrednost naizmenične struje, w je kružna učestanost, a ψ početna faza.

Za opisivanje prostoperiodičnih signala se ravnopravno mogu koristiti sinusna i kosinusna funkcija. Razlika ne postoji, osim formalnog izbora koordinatnog početka na jednom ili drugom mestu.

$$u(t) = U \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(wt+\theta) \quad (5.\ 6.)$$

$$i(t) = I\sqrt{2} \cdot \cos(wt+\psi) \quad (5.\ 7.)$$

Trenutne vrednosti napona i struje prikazuju napon i struju u vremenskom domenu.

Fazorski zapis i prikaz napona i struje

Prostoperiodični signal je jednoznačno definisan ukoliko je poznata njegova efektivna vrednost, kružna učestanost i početna faza. Kod naizmeničnih napona i struja, obično je kružna učestanost ista, s obzirom da se najčešće koristi mrežni napon čija je frekvencija 50Hz. U tom slučaju, kružna učestanost je:

$$w = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 100\pi \qquad (5.\ 8.)$$

Zato se, u analitičkom zapisu, često daje samo efektivna vrednost i početna faza napona odnosno struje. Početna faza se stavlja u ćoškastu zagradu. Po potrebi, moguće je napisati i kružnu učestanost.

Fazor napona

$$\underline{U} = U\angle\theta,\ w \qquad (5.\ 9.)$$

ili samo

$$\underline{U} = U\angle\theta \qquad (5.\ 10.)$$

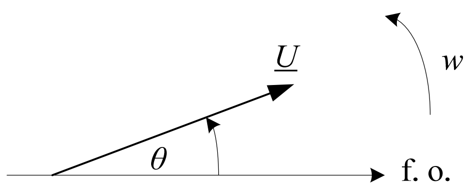
Fazor struje

$$\underline{I} = I\angle\psi,\ w \qquad (5.\ 11.)$$

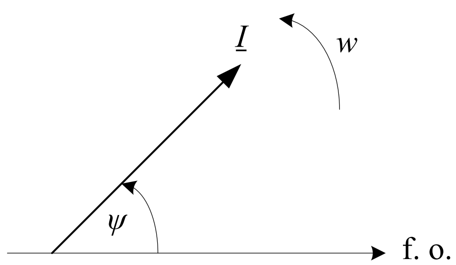
ili samo

$$\underline{I} = I\angle\psi \qquad (5.\ 12.)$$

Grafički prikaz fazora napona i struje



Slika 5. 2. Fazor napona



Slika 5. 3. Fazor struje

Oznaka f. o. označava fazorsku osu. Dužina fazora jednaka je efektivnoj vrednosti.

Kompleksni prikaz napona i struje

Napon i struja se mogu prikazati u obliku kompleksnog broja. Kompleksni napon $\underline{U}$ je:

$$\underline{U} = U_x + jU_y \tag{5. 13.}$$

pri čemu je U_x realni, a U_y imaginarni deo kompleksnog napona. j je imaginarna jedinica.

Kompleksna struja $\underline{I}$ je:

$$\underline{I} = I_x + jI_y \tag{5. 14.}$$

pri čemu je I_x realni, a I_y imaginarni deo kompleksne struje.

Eksponencijalni zapis napona i struje

Kompleksni napon i struja mogu biti prikazani i u obliku eksponencijalnog zapisa. Eksponencijalni zapis kompleksnog napona je:

$$\underline{U} = U \cdot e^{j\theta} \tag{5. 15.}$$

U prethodnom izrazu U je moduo a θ argument kompleksnog napona $\underline{U}$.

Eksponencijalni zapis kompleksne struje je:

$$\underline{I} = Ie^{j\psi} \tag{5. 16.}$$

U prethodnom izrazu I je moduo a ψ argument kompleksne struje $\underline{I}$.

Kako je:

$$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha \tag{5. 17.}$$

dobija se:

$$\underline{U} = U \cdot e^{j\theta} = U \cdot (\cos\theta + j\sin\theta) = U \cdot \cos\theta + j \cdot U \cdot \sin\theta = U_x + j \cdot U_y \tag{5. 18.}$$

Slično se može pisati i za struju:

$$\underline{I} = I \cdot e^{j\psi} = I \cdot (\cos\psi + j\sin\psi) = I \cdot \cos\psi + j \cdot I \cdot \sin\psi = I_x + j \cdot I_y \tag{5. 19.}$$

Veza između zapisa u kompleksnom i zapisa u vremenskom domenu

Moduo kompleksnog napona jednak je efektivnoj vrednosti tog napona:

$$U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2} \tag{5. 20.}$$

Moduo kompleksne struje jednak je efektivnoj vrednosti te struje:

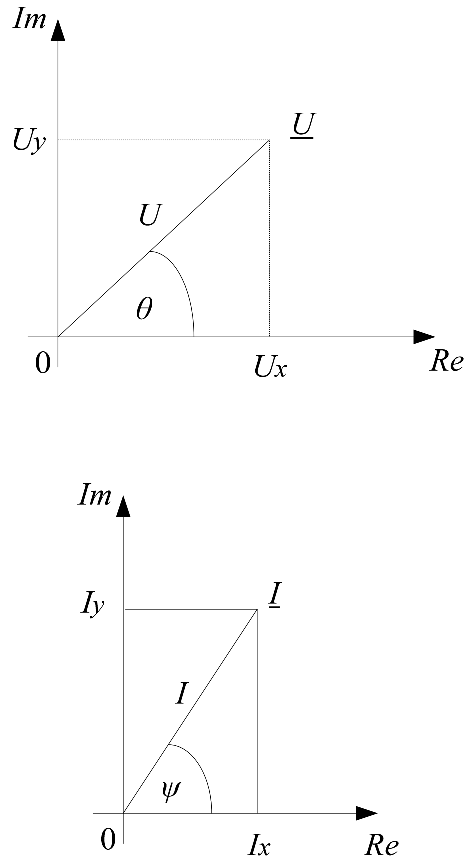
$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} \tag{5. 21.}$$

Argument kompleksnog napona jednak je početnoj fazi napona o kome je reč:

$$\theta = arctg \frac{U_y}{U_x} \tag{5. 22.}$$

Argument kompleksne struje jednak je početnoj fazi struje o kojoj je reč:

$$\psi = arctg \frac{I_y}{I_x} \tag{5. 23.}$$



Slika 5. 4. Prikaz kompleksnog napona i kompleksne struje u kompleksnoj ravni

Efektivna vrednost (napona, struje) u vremenskom domenu odgovara modulu (napona, struje) u kompleksnom domenu. Početna faza (napona, struje) u vremenskom domenu odgovara argumentu (napona, struje) u kompleksnom domenu.

	Trenutna vrednost (vremenski domen)	Fazor (frekventni domen)	Kompleksni zapis (frekventni domen)	Kompleksni eksponencijalni zapis (frekventni domen)	Veza veličina koje se koriste u pojedinim domenima
Napon	$u(t) = U \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(wt + \theta)$	$\underline{U} = U\angle\theta$	$\underline{U} = U_x + jU_y$	$\underline{U} = U \cdot e^{j\theta}$	$U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}$ $\theta = arctg\frac{U_y}{U_x}$
Struja	$i(t) = I\sqrt{2} \cdot \cos(wt + \psi)$	$I = I\angle\psi$	$\underline{I} = I_x + jI_y$	$\underline{I} = Ie^{j\psi}$	$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2}$ $\psi = arctg\frac{I_y}{I_x}$

Tabela 5. 1. Prikaz napona i struja u vremenskom i kompleksnom domenu

Prvi Kirhofov zakon – Kirhofov zakon za struje

U svakom električnom kolu, u svakom trenutku vremena, u svakom čvoru, algebarska suma struja je nula.

Ukoliko se u čvoru sustiču *n* provodnika, Kirhofov zakon za struje je dat sledećim analitičkim izrazom:

$$\sum_{k=1}^{n} \pm \underline{I}_k = 0 \qquad (5.\ 24.)$$

$$\sum_{k=1}^{n} \pm i_k = 0 \qquad (5.\ 25.)$$

Broj jednačina koje se mogu napisati za neko električno kolo, po KZS, jednak je broju čvorova tog električnog kola. Broj jednačina koje su međusobno nezavisne i koje treba napisati po KZS jednak je broju čvorova manje jedan.

Drugi Kirhofov zakon – Kirhofov zakon za napone

U svakom električnom kolu, u svakom trenutku vremena, u svakoj zatvorenoj konturi algebarska suma napona je nula.

Ukoliko je *n* broj broj komponenti u nekoj zatvorenoj konturi, Kirhofov zakon za napone je dat sledećim analitičkim izrazom:

$$\sum_{k=1}^{n} \pm \underline{U}_k = 0 \qquad (5.\ 26.)$$

$$\sum_{k=1}^{n} \pm u_k = 0 \qquad (5.\ 27.)$$

Broj jednačina koje se mogu napisati za neko električno kolo, po KZN, jednak je broju zatvorenih kontura tog električnog kola. Broj jednačina koje su međusobno nezavisne i koje treba napisati po KZS jednak je broju grana umanjenom za broj čvorova manje jedan:

$$n_g - (n_c - 1) \qquad (5.\ 28.)$$

Impedansa

Impedansa je kompleksan broj. Realni deo impedanse se naziva otpornost – termogena otpornost ili rezistansa, a imaginarni deo impedanse reaktansa ili reaktivna otpornost. Reaktivna otpornost modeluje uticaj kapacitivnih i induktivnih efekata, odnosno uticaj reaktivnih komponenti, a to su kalemovi i kondenzatori.

$$\underline{Z} = R + jX \qquad (5.\ 29.)$$

Reaktivna otpornost kalema induktivnosti *L* je:

$$X_L = w \cdot L \qquad (5.\ 30.)$$

Reaktivna otpornost kondenzatora kapacitivnosti *C* je:

$$X_C = -\frac{1}{w \cdot C} \qquad (5.\ 31.)$$

U prethodna dva izraza *w* je kružna učestanost ($w=2\pi f$). Reaktivna otpornost je frekventno zavisna veličina.

Impedansa idealnog kalema (često se kaže samo kalema, misli se na kalem čija se otpornost ne uzima u obzir) je:

$$\underline{Z}_L = jwL \qquad (5.\ 32.)$$

Impedansa idealnog kondenzatora (često se kaže samo kondenzatora, misli se na kondenzator čija se otpornost ne uzima u obzir) je:

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{jwC} \quad (5.33.)$$

Uobičajeno je da se u šemama i proračunima smatra da su komponente idealne. Zapravo, koriste se samo odgovarajući matematički modeli.

Ukoliko se naglasi da je reč o realnom kalemu (nekada se kaže pretežno induktivni element, induktivni element koji ima i svoju unutrašnju otpornost) onda se u obzir uzima i otpornost kalema. Impedansa realnog kalema je:

$$\underline{Z}_L = R + jwL \quad (5.34.)$$

Realni kalem se modeluje serijskom vezom idealnog kalema, čija je induktivnost jednaka induktivnosti realnog kalema, i otpornika, čija je otpornost jednaka otpornosti realnog kalema.

Impedansa realnog kondenzatora je:

$$\underline{Z}_C = R + \frac{1}{jwC} = R - j\frac{1}{wC} \quad (5.35.)$$

Realni kondenzator se modeluje serijskom vezom idealnog kondenzatora, čija je kapacitivnost jednaka kapacitivnosti realnog kondenzatora, i otpornika, čija je otpornost jednaka otpornosti realnog kondenzatora.

Reaktivna otpornost kalema je pozitivna, a reaktivna otpornost kondenzatora negativna veličina.

S obzirom da je jedinica za otpornost om, ista jedinica mora biti i za impedansu, kao i za reaktivnu otpornost. Oznaka je Ω.

Eksponencijalni zapis kompleksne impedanse je:

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi} \quad (5.36.)$$

pri čemu je Z moduo, a φ argument kompleksne impedanse.

Vezu između eksponencijalnog, odnosno zapisa kompleksne impedanse pomoću polarnih koordinata sa jedne strane, i zapisa kompleksne impedanse kao zbira realnog i imaginarnog broja sa druge strane, je lako izvesti. Polazeći od eksponencijalnog zapisa impedanse, lako se dobija:

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi} = Z\left(\cos\varphi + j\sin\varphi\right) = Z \cdot \cos\varphi + j \cdot Z \cdot \sin\varphi = R + j \cdot X \quad (5.37.)$$

Ukoliko je potrebno ići na suprotnu stranu, postupak je sledeći. Kako je moduo kompleksne impedanse jednak korenu iz zbira kvadrata realnog i imaginarnog dela kompleksne impedanse:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad (5.\ 38.)$$

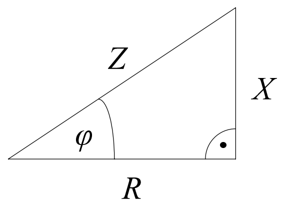
i kako je argument kompleksne impedanse:

$$\varphi = arctg\frac{X}{R} \qquad (5.\ 39.)$$

lako se dobija eksponencijalni zapis kompleksne impedanse:

$$\underline{Z} = \sqrt{R^2 + X^2} \cdot e^{j \cdot arctg\frac{X}{R}} \qquad (5.\ 40.)$$

Na slici je prikazan trougao impedanse.



Slika Trougao impedanse

	Kompleksni zapis	Eksponencijalni kompleksni zapis	Veza
Impedansa	$\underline{Z} = R + jX$	$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$	$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ $\varphi = arctg\frac{X}{R}$

Tabela 5. 2. Kompleksni i eksponencijalni kompleksni zapis impedanse

Redna (serijska), paralelna i mešovita veza impedansi

Redna (serijska) veza impedansi

Ekvivalentna impedansa $\underline{Z}$, kojom se u odnosu na ostatak kola može zameniti n redno vezanih impedansi, jednaka je zbiru tih n redno vezanih impedansi:

$$\underline{Z} = \sum_{k=1}^{n} \underline{Z}_k \qquad (5.\ 41.)$$

Recipročna vrednost ekvivalentne admitanse $\underline{Y}$, kojom se u odnosu na ostatak kola može zameniti n redno vezanih admitansi, jednaka je zbiru recipročnih vrednosti tih n redno vezanih admitansi:

$$\frac{1}{\underline{Y}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\underline{Y}_k} \qquad (5.\ 42.)$$

Paralelna veza impedansi

Recipročna vrednost ekvivalentne impedanse $\underline{Z}$, kojom se u odnosu na ostatak kola može zameniti n paralelno vezanih impedansi, jednaka je zbiru recipročnih vrednosti tih n paralelno vezanih impedansi:

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_k} \qquad (5.\ 43.)$$

Ekvivalentna admitansa $\underline{Y}$, kojom se u odnosu na ostatak kola može zameniti n redno vezanihadmitansi, jednaka je zbiru tih n redno vezanihadmitansi:

$$\underline{Y} = \sum_{k=1}^{n} \underline{Y}_k \qquad (5.\ 44.)$$

Veza između napona i struje impedanse (Omov zakon)

Kompleksna struja koja protiče kroz neku impedansu, jednaka je količniku kompleksnog napona na toj impedansi i kompleksne impedanse. Ovo važi u slučaju usaglašenih referentnih smerova napona i struje impedanse.

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} \qquad (5.\ 45.)$$

Ukoliko referentni smerovi napona i struje impedanse nisu usaglašeni, onda je:

$$\underline{I} = -\frac{\underline{U}}{\underline{Z}} \qquad (5.\ 46.)$$

Moduo neke impedanse jednak je količniku efektivnog napona na toj impedansi i efektivne struje koja protiče kroz istu impedansu.

$$I = \frac{U}{Z} \qquad (5.\ 47.)$$

Ukoliko referentni smerovi napona i struje impedanse nisu usaglašeni, onda je:

$$I = -\frac{U}{Z} \qquad (5.\ 48.)$$

Argument neke impedanse φ je, zapravo, ugao između napona i struje te impedanse.

Veza između napona i struje nekih osnovnih električnih komponenti

U vremenskom domenu, veza između napona na otporniku i struje koja teče kroz otpornik je data izrazom:

$$i_R = \frac{u_R}{R} \tag{5. 49.}$$

U vremenskom domenu, veza između napona na kalemu i struje koja teče kroz kalem je data izrazom:

$$u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} \tag{5. 50.}$$

U vremenskom domenu, veza između napona na kondenzatoru i struje koja teče kroz kondenzator je data izrazom:

$$i_C = C \cdot \frac{du_C}{dt} \tag{5. 51.}$$

U kompleksnom domenu, veza između napona na otporniku i struje koja teče kroz otpornik je data izrazom:

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_R}{R} \tag{5. 52.}$$

U kompleksnom domenu, veza između napona na kalemu i struje koja teče kroz kalem je data izrazom:

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_L}{jwL} \tag{5. 53.}$$

U kompleksnom domenu, veza između napona na kondenzatoru i struje koja teče kroz kondenzator je data izrazom:

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\dfrac{1}{jwC}} = j \cdot w \cdot C \cdot \underline{U}_C \tag{5. 54.}$$

Sve relacije važe za usaglašene referentne smerove napona i struje, inače treba staviti predznak minus.

	Vremenski domen	Kompleksni domen
Otpornik otpornosti *R*	$i_R = \frac{u_R}{R}$	$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_R}{R}$
Kalem induktivnosti *L*	$u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt}$	$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_L}{jwL}$
Kondenzator kapacitivnosti *C*	$i_C = C \cdot \frac{du_C}{dt}$	$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\frac{1}{jwC}} = j \cdot w \cdot C \cdot \underline{U}_C$

Tabela 5. 3. Veza između napona i struje na otporniku, kalemu i kondenzatoru u vremenskom i kompleksnom domenu

Metode za rešavanje električnih kola

Primenom Kirhofovih zakona (jednačine (5. 24.) – (5. 27.)) i korišćenjem karakteristika elemenata (veza između napona i struja električnih komponenti) može se rešiti svako električno kolo, pa i kolo naizmenične struje. Međutim, ovaj način je izuzetno mukotrpan i ne primenjuje se u praksi.

Sve metode za rešavanje električnih kola (metoda konturnih struja, metoda potencijala čvorova, Tevenenova teorema) koje su komentarisane prilikom razmatranja rada kola jednosmernih struja, mogu se primeniti i u kolima naizmeničnih struja. Umesto jednosmernih napona i struja, u ovom slučaju se stavljaju kompleksni naponi i struje. Umesto otpornosti, stavljaju se impedanse, a umesto provodnosti admitanse.

Snage

Kompleksna prividna snaga, u kolu naizmenične struje, je kompleksan broj:

$$\underline{S} = P + j \cdot Q \tag{5. 55.}$$

pri čemu je P aktivna, a Q reaktivna snaga. Aktivna snaga se razvija na otpornicima i predstavlja zagrevanje otpornika. Jedinica za aktivnu snagu je vat. Oznaka je W.

Reaktivna snaga se razvija na reaktivnim komponentama, na kalemovima i kondenzatorima. Reaktivna snaga kalema je pozitivna, a reaktivna snaga kondenzatora je negativna. Jedinica za reaktivnu snagu je volt-amper-reaktivno. Oznaka je VAr.

Jedinica za prividnu snagu je volt-amper. Oznaka je VA.

Eksponencijalni zapis kompleksne prividne snage je:

$$\underline{S} = S \cdot e^{j\varphi} \tag{5. 56.}$$

pri čemu je S moduo, a φ argument kompleksneprividne snage.

Vezu između eksponencijalnog, odnosno zapisa kompleksne prividne snage pomoću polarnih koordinata sa jedne strane, i zapisa kompleksne prividne snage kao zbira realnog i imaginarnog broja sa druge strane, je lako izvesti. Polazeći od eksponencijalnog zapisa kompleksne prividne snage, lako se dobija:

$$\underline{S} = S \cdot e^{j\varphi} = S\left(\cos\varphi + j\sin\varphi\right) = S \cdot \cos\varphi + j \cdot S \cdot \sin\varphi = P + j \cdot Q \tag{5. 57.}$$

Ukoliko je potrebno ići na suprotnu stranu, postupak je sledeći. Kako je moduo kompleksne prividne snage jednak korenu iz zbira kvadrata realnog i imaginarnog dela kompleksneprividne snage:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \tag{5. 58.}$$

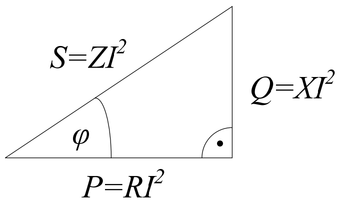
i kako je argument kompleksne prividne snage:

$$\varphi = arctg\frac{Q}{P} \qquad (5.\ 59.)$$

lako se dobija eksponencijalni zapis kompleksne impedanse:

$$\underline{S} = \sqrt{P^2 + Q^2} \cdot e^{j \cdot arctg\frac{Q}{P}} \qquad (5.\ 60.)$$

Množenjem stranica trougla impedanse sa kvadratom efektivne struje, dobija se trogao snage.



Slika 5. 5. Određivanje trougla snage iz trougla impedanse

Aktivna snaga koja se razvija na nekoj impedansi, jednak je proizvodu aktivne otpornosti (otpornosti) te impedanse i kvadrata efektivne struje koja protiče kroz tu impedansu:

$$P = R \cdot I^2 \qquad (5.\ 61.)$$

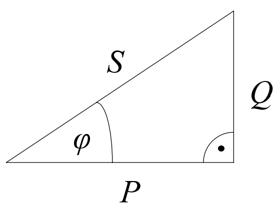
Rektivna snaga koja se razvija na nekoj impedansi, jednak je proizvodu reaktivne otpornosti te impedanse i kvadrata efektivne struje koja protiče kroz tu impedansu:

$$Q = X \cdot I^2 \qquad (5.\ 62.)$$

Moduo kompleksne prividne snage koja se razvija na nekoj impedansi, jednak je proizvodu modula te impedanse i kvadrata efektivne struje koja protiče kroz tu impedansu:

$$S = Z \cdot I^2 \qquad (5.\ 63.)$$

Na slici je prikazan trougao snage. Uočiti da je argument kompleksne prividne snage isti kao argument impedanse na kojoj se razvija ta snaga.



Slika 5. 6. Trougao snage

	Kompleksni zapis	Eksponencijalni kompleksni zapis	Veza
Kompleksna prividna snaga	$\underline{S} = P + jQ$	$\underline{S} = S \cdot e^{j\varphi}$	$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ $\varphi = arctg\dfrac{Q}{P}$

Tabela 5. 4. Kompleksni i eksponencijalni kompleksni zapis impedanse

Kompleksna prividna snaga, koja se razvija na nekoj impedansi, jednaka je proizvodu kompleksnog napona na toj impedansi i konjugovano kompleksne struje koja protiče kroz tu impedansu:

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* \qquad (5.\ 64.)$$

Nalaženjem prethodno definisanog proizvoda, dobijaju se istovremeno aktivna i reaktivna snaga. Realni deo proizvoda predstavlja aktivnu a imaginarni reaktivnu snagu. Potrebno je samo očitati aktivnu i reaktivnu snagu:

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = P + jQ \qquad (5.\ 65.)$$

Prilagođenje prijemnika na predajnik po snazi

Električno i elektronsko kolo se može sastojati iz predajnog dela (predajnika) i prijemnog dela (prijemnika). U kolu naizmenične struje predajnik se može predstaviti serijskom vezom idealnog naponskog izvora kojim se modeluje napon predajnika $\underline{E}_{predajnika}$ i impedanse predajnika $\underline{Z}_{predajnika}$. Prijemnik se može predstaviti impedansom prijemnika $\underline{Z}_{prijemnika}$. Pri tome je:

$$\underline{Z}_{predajnika} = R_{predajnika} + jX_{predajnika} \qquad (5.\ 66.)$$

$$\underline{Z}_{prijemnika} = R_{prijemnika} + jX_{prijemnika} \qquad (5.\ 67.)$$

Obično se parametri predajnika ($\underline{E}_{predajnika}$, $\underline{Z}_{predajnika}$) ne menjaju, dok se parametri prijemnika ($\underline{Z}_{prijemnika}$) mogu menjati odnosno podešavati.

Nacrtati električnu šemu veze predajnika i prijemnika.

Nekada je (naročito u elektronici) potrebno obezbediti da se na prijemniku razvije najveća moguća snaga. To se može postići promenom vrednosti (podešavanjem) prijemnika. Postavlja se pitanje kolika impedansa prijemnika treba da bude, da bi se na njoj razvila najveća moguća snaga?

Ekstremum funkcije $P_{prijemnika}(\underline{Z}_{prijemnika})$ određuje se iz:

$$\frac{\partial P_{prijemnika}}{\partial R_{prijemnika}} = 0 \qquad (5.\ 68.)$$

$$\frac{\partial P_{prijemnika}}{\partial X_{prijemnika}} = 0 \qquad (5.\ 69.)$$

Dobija se da je $P_{prijemnika}$ maksimalno kada je $R_{prijemnika} = R_{predajnika}$ i $X_{prijemnika} = -X_{predajnika}$. Znači, prijemnik je prilagođen na predajnik po snazi, kada je impedansa prijemnika jednaka konjugovanokompleksnoj impedansi predajnika. Tada se na prijemniku razvija najveća moguća snaga.

$$\underline{Z}_{prijemnika} = \underline{Z}^{*}_{predajnika} \qquad (5.\ 70.)$$

Fazna rezonansa

Na nekoj impedansi postoji fazna rezonansa ukoliko su napon i struja te impedanse u fazi. Ovaj uslov je ispunjen kada je imaginarni deo impedanse jednak nuli:

$$\mathrm{Im}\{\underline{Z}\} = 0 \qquad (5.\ 71.)$$

odnosno:

$$X = 0 \qquad (5.\ 72.)$$

❖ Zadatak

Odrediti uslov koji treba da bude zadovoljen, da bi na serijskoj vezi otpornika otpornosti R, kalema induktivnosti L i kondenzatora kapacitivnosti C bila fazna rezonansa.

Rešenje:

Impedansa serijske veze otpornika otpornosti R, kalema induktivnosti L i kondenzatora kapacitivnosti C je:

$$\underline{Z} = R + jwL + \frac{1}{jwC} = R + jwL - j\frac{1}{wC} = R + j\left(wL - \frac{1}{wC}\right)$$

Da bi na impedansi $\underline{Z}$ bila uspostavljena fazna rezonansa, imaginarni deo impedanse $\underline{Z}$ mora biti jednak nuli:

$$\mathrm{Im}\{\underline{Z}\} = 0$$

odnosno:

$$wL - \frac{1}{wC} = 0$$

Na impedansi $\underline{Z}$ će biti uspostavljena fazna rezonansa ukoliko je:

$$wL = \frac{1}{wC}$$

Trofazni potrošači

Trofazni potrošači se sastoje iz tri faze. Struje koje teku kroz faze potrošača su fazne struje, dok su naponi na fazama fazni naponi. Potrošači se napajaju preko linija za napajanje. Struje koje teku kroz linije za napajanje su linijske struje, dok su naponi između linije za napajanje linijski naponi.

Trofazni potrošači mogu biti vezani u obliku zvezde ili u obliku trougla.

Kod trofaznog potrošača čije su faze vezane u obliku zvezde, linijske i fazne struje su jednake (iste su im trenutne vrednosti, reč je praktično o istoj struji).

$$I_f = I_l \tag{5. 73.}$$

Kod trofaznog potrošača čije su faze vezane u obliku trougla, linijski i fazni naponi su jednaki (iste su im trenutne vrednosti, reč je praktično o istom naponu).

$$U_f = U_l \tag{5. 74.}$$

Ukoliko se u fazama trofaznog potrošača nalaze iste impedanse, onda je reč o simetričnom trofaznom potrošaču.

Kod simetričnog trofaznog potrošača čije su faze vezane u obliku zvezde, efektivna vrednost napona na fazi $\sqrt{3}$ puta je manja od efektivne vrednosti linijskog napona:

$$U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}} \tag{5. 75.}$$

Ukoliko trofazni potrošač čije su faze vezane u obliku zvezde nije simetričan, naponi na pojedinim fazama se računaju primenom Omovog zakona. Naime napon faze jednak je proizvodu impedanse te faze i struje iste faze. Struja faze je, kod zvezde, jednaka struji linije.

Kod simetričnog trofaznog potrošača čije su faze vezane u obliku trougla, efektivna vrednost struje faze $\sqrt{3}$ puta je manja od efektivne vrednosti linijske struje:

$$I_f = \frac{I_l}{\sqrt{3}} \qquad (5.\ 76.)$$

Ukoliko trofazni potrošač čije su faze vezane u obliku trougla nije simetričan, struje pojedinih faza se računaju primenom Omovog zakona. Naime struja faze jednaka je količniku napona na toj fazi i impedanse iste faze. Napon faze je, kodtrougla, jednak napone između linija.

	veza trougao	veza zvezda
uvek, svaki potrošač	$U_f = U_l$	$I_f = I_l$
samo simetrični potrošač	$I_f = \frac{I_l}{\sqrt{3}}$	$U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}}$

Tabela 5. 5. Veza između linijskih i faznih napona i struja kod trofaznih potrošača

Snaga trofaznog potrošača

Ukupna aktivna snaga

Ukupna aktivna snaga trofaznog potrošača jednaka je zbiru aktivnih snaga koje se razvijaju na pojedinim fazama:

$$P = P_{f1} + P_{f2} + P_{f3} = U_{f1} I_{f1} \cos\varphi_1 + U_{f2} I_{f2} \cos\varphi_2 + U_{f3} I_{f3} \cos\varphi_3 \qquad (5.\ 77.)$$

U slučaju simetričnog trofaznog potrošača, struje u pojedinim fazama su međusobno jednake, naponi pojedinh faza su takođe međusobno jednaki, pa je i aktivna snaga koja se razvija na pojedinim fazama ista. Zato je:

$$P = 3P_f = 3U_f I_f \cos\varphi \qquad (5.\ 78.)$$

Uobičajeno je da su linijski naponi i struje zadati odnosno poznati. U tom smislu, aktivnu snagu treba izraziti u funkciji ovih veličina.

U slučaju da je u pitanju simetrični trofazni potrošač čije su faze vezane u obliku zvezde, efektivna vrednost napona na fazi $\sqrt{3}$ puta je manja od efektivne vrednosti linijskog napona. Struja faze i struja linije su uvek iste. Zato je:

$$P = 3U_f I_f \cos\varphi = 3\frac{U_l}{\sqrt{3}} I_l \cos\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi \qquad (5.\ 79.)$$

U slučaju da je u pitanju simetrični trofazni potrošač čije su faze vezane u obliku trougla, efektivna vrednost struje faze $\sqrt{3}$ puta je manja od efektivne vrednosti struje linije. Napon faze i napon između dve linije su uvek isti. Zato je:

$$P = 3U_f I_f \cos\varphi = 3U_l \frac{I_l}{\sqrt{3}} \cos\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi \qquad (5.\ 80.)$$

Može se zaključiti da je ukupna aktivna snaga simetričnog trofaznog potrošača:

$$P = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi \qquad (5.\ 81.)$$

bez obzira da li je ovaj vezan u obliku zvezde ili u obliku trougla.

Ukupna reaktivna snaga

Slično kao za ukupnu aktivnu, mogu se izvesti i izrazi za ukupnu reaktivnu snagu trofaznog potrošača. Ukupna reaktivna snaga trofaznog potrošača jednaka je zbiru reaktivnih snaga koje se razvijaju na pojedinim fazama:

$$Q = Q_{f1} + Q_{f2} + Q_{f3} = U_{f1} I_{f1} \sin\varphi_1 + U_{f2} I_{f2} \sin\varphi_2 + U_{f3} I_{f3} \sin\varphi_3 \qquad (5.\ 82.)$$

U slučaju simetričnog trofaznog potrošača, struje u pojedinim fazama su međusobno jednake, naponi pojedinh faza su takođe međusobno jednaki, pa je i reaktivna snaga u pojedinim fazama ista. Zato je:

$$Q = 3Q_f = 3U_f I_f \sin\varphi \qquad (5.\ 83.)$$

Uobičajeno je da su linijski naponi i struje zadati odnosno poznati. U tom smislu, reaktivnu snagu treba izraziti u funkciji ovih veličina.

U slučaju da je u pitanju simetrični trofazni potrošač čije su faze vezane u obliku zvezde, efektivna vrednost napona na fazi $\sqrt{3}$ puta je manja od efektivne vrednosti linijskog napona. Struja faze i struja linije su uvek iste. Zato je:

$$Q = 3U_f I_f \sin\varphi = 3\frac{U_l}{\sqrt{3}} I_l \sin\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \sin\varphi \qquad (5.\ 84.)$$

U slučaju da je u pitanju simetrični trofazni potrošač čije su faze vezane u obliku trougla, efektivna vrednost struje faze $\sqrt{3}$ puta je manja od efektivne vrednosti struje linije. Napon faze i napon između dve linije su uvek isti. Zato je:

$$Q = 3U_f I_f \sin\varphi = 3U_l \frac{I_l}{\sqrt{3}} \sin\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \sin\varphi \qquad (5.\ 85.)$$

Može se zaključiti da je ukupna reaktivna snaga simetričnog trofaznog potrošača:

$$Q = \sqrt{3} U_l I_l \sin\varphi \qquad (5.\ 86.)$$

bez obzira da li je ovaj vezan u obliku zvezde ili u obliku trougla.

	Ukupna aktivna snaga simetričnog trofaznog potrošača	Ukupna reaktivna snaga simetričnog trofaznog potrošača
Iražena preko faznih napona i struja	$P = 3U_f I_f \cos\varphi$	$Q = 3U_f I_f \sin\varphi$
Izražena preko linijskih napona i struja	$P = \sqrt{3}U_l I_l \cos\varphi$	$Q = \sqrt{3}U_l I_l \sin\varphi$

Tabela 5. 6. Ukupna aktivna i ukupna reaktivna snaga trofaznih potrošača