Univerzitet u Beogradu
Mašinski fakultet

31.10.2014.

Prvi kolokvijum iz Numeričkih metoda,
I grupa

1. Pokazati primerom da postoji divergentan red $\sum_{k=1}^{+\infty} a_k$ sa osobinom $\lim a_k = 0$.

2. Koristeći Cauchyev kriterijum konvergencije ispitati konvergenciju reda

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{2^k} \frac{k + \cos(k\pi)}{k^{k+1} + 2}.$$

3. Koristeći Cauchyev integralni kriterijum dokazati da je red

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k^2}{k^6 + 1}$$

konvergentan. Dati ocenu sume reda.

4. Koristeći Weierstreissov kriterijum uniformne konvergencije pokazati da je funkcionalni red

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2x^2 + \sin kx}{k^2 + x^2}$$

uniformno konvergentan na intervalu $[-5, 5]$.

5. Razviti u potencijalni red funkciju

$$\int_0^x e^{-t^2} dt$$

koristeći identitet

$$e^x = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k}{k!}.$$

Odrediti poluprečnik konvergencije dobijenog potencijalnog reda.

Prof. dr Aleksandar Cvetković

Univerzitet u Beogradu 31.10.2014.
Mašinski fakultet

Prvi kolokvijum iz Numeričkih metoda,
II grupa

1. Neka je $\sum_{k=1}^{+\infty} a_k$ konvergentan red. Dokazati da je

$$\lim_{k\to+\infty} a_k = 0.$$

2. Koristeći D'Alambertov kriterijum konvergencije ispitati konvergenciju reda

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{2^k} \frac{k+\cos(k\pi)}{(k+1)!+2}.$$

3. Koristeći Liebnitzov kriterijum dokazati da je red

$$\sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^k \frac{k+1}{k^2+1}$$

konvergentan. Dati ocenu veličine R_{100} u formuli

$$\sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^k \frac{k+1}{k^2+1} = \sum_{k=1}^{100} (-1)^k \frac{k+1}{k^2+1} + R_{100}.$$

4. Koristeći Weierstreissov kriterijum uniformne konvergencije pokazati da je funkcionalni red

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2x^2+e^{-kx}}{k^2+x^2}$$

uniformno konvergentan na intervalu $[0,5]$.

5. Razviti u potencijalni red funkciju

$$\int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$$

koristeći identitet

$$\sin x = \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}.$$

Odrediti poluprečnik konvergencije dobijenog potencijalnog reda.

Prof. dr Aleksandar Cvetković