

1. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po idealno glatkoj nepomičnoj ravni  $2x+3y+4z=1$ . Ako je u početnom trenutku  $t_0=0$  tačka bila u položaju  $M_0(-1, 1, 0)$ , sa početnom brzinom  $V_0(-3, 2, 0)$ , odrediti: (1) konačne jednačine kretanja tačke M; (2) reakciju idealno glatke veze. Osa  $Oz$  je orjentisana vertikalno naviše ( $Oxyz$  je inercijalni sistem). Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
2. Tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po idealno glatkoj (skleronomnoj, zadržavajućoj) vezi  $x+2y+z=4$  pod dejstvom privlačne sile  $F=mk^2OM$  (centar privlačenja je u koordinatnom početku). Ako je  $k=2$  i ako je u početnom trenutku  $t_0=0$  tačka bila u položaju  $M_0(0, 0, 4)$ , sa početnom brzinom  $V_0(0, 0, 0)$ , odrediti: (1) konačne jednačine kretanja tačke M, (2) reakciju idealno glatke veze. Silu zemljine teže zanemariti. Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
3. Tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po idealno glatkoj (skleronomnoj, zadržavajućoj) vezi  $x+2y+z=4$  pod dejstvom odbojne sile  $F=mk^2OM$  (centar odbijanja je u koordinatnom početku). Ako je  $k=2$  i ako je u početnom trenutku  $t_0=0$  tačka bila u položaju  $M_0(0, 0, 4)$ , sa početnom brzinom  $V_0(0, 0, 0)$ , odrediti: (1) konačne jednačine kretanja tačke M, (2) reakciju idealno glatke veze. Silu zemljine teže zanemariti. Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
4. U vertikalnoj ravni  $Oxy$  ( $Oxy$  je inercijalni sistem) postavljena je idealno glatka cev ABC; cev je nepomična i u obliku je parabole  $y=x^2$ ;  $A(-\sqrt{2}, 2)$ ,  $B(0, 0)$  i  $C(1,1)$ . U početnom trenutku  $t_0=0$ , bez početne brzine, puštena je iz položaja A u cev materijalna tačka M, mase  $m$ . U položaju C tačka M napušta datu vezu (cev) i kreće se slobodno u vertikalnoj ravni. Osa  $Oy$  orjentisana je vertikalno naviše. Odrediti: (a) reakciju veze u koordinatnom početku, (b) trajektoriju slobodnog kretanja tačke M (posle napuštanja cevi). Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
5. Prsten M, mase  $m$ , zanemarljivih dimenzija, može da se kreće po glatkoj nepomičnoj liniji  $y=\cos(\frac{2\pi x}{b})$  koja se nalazi u vertikalnoj  $Oxy$  ravni. Osa  $Oy$  je orjentisana vertikalno naviše. U početnom trenutku tačka je zanemarljivo malom početnom brzinom krenula iz položaja  $A(0, a)$ . Odrediti reakciju veze u položaju  $B(b/2, -a)$ ;  $a$  i  $b$  su konstante. Veza je zadržavajuća.
6. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po glatkoj nepomičnoj liniji  $y=x^3$  u vertikalnoj ravni (osa  $Oy$  usmerena je vertikalno naniže). U početnom trenutku  $t_0=0$ , tačka M je bila u koordinatnom početku. Koliku početnu brzinu treba saopštiti tački M da bi ona napustila vezu u položaju  $M_1$  ( $x_1^4=1/3$ ). Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
7. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po idealno glatkoj vezi  $y=x^2$ ; osa  $Oy$  orjentisana je vertikalno naviše. Veza u koordinatnom početku prelazi u idealno glatku horizontalnu polupravu (tj. na negativni deo  $Ox$  ose). Po horizontalnoj polupravi kretanju se suprotstavlja otporna sila koja je srazmerna vektoru brzine tačke, koeficijent srazmere je  $mk^2$ . U početnom trenutku  $t_0=0$ , tačka M bila u miru u položaju  $M_0(x=\sqrt{b})$ . Odrediti: 1) intenzitet reakcije parabolične veze u funkciji koordinate  $x$ , 2) rastojanje  $OC=?$  (gde je sa C označen položaj u kome će se tačka M zaustaviti). Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.

8. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po površi kružnog cilindra  $x^2+y^2=b^2$  (Oz osa orjentisana je vertikalno naviše). Ako je veza zadržavajuća odrediti, za proizvoljno izabrane početne uslove, jednačine kretanja i reakciju veze. Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
9. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po grani idealno glatke parabole  $y^2=2x$  koja se nalazi u vertikalnoj  $Oxy$  ravni. Osa  $Oy$  je orjentisana vertikalno naviše. U početnom trenutku  $t_0=0$ , tačka M je puštena bez početne brzine iz položaja  $M_0(2, 2)$ . Odrediti: (a) mesto na kome će tačka M napustiti vezu, (b) vreme potrebno da tačka pri svom slobodnom kretanju (posle napuštanja veze) stigne na  $Ox$  osu. Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
10. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po grani idealno glatke parabole  $y^2=2x$  koja se nalazi u vertikalnoj  $Oxy$  ravni. Osa  $Oy$  je orjentisana vertikalno naviše. U početnom trenutku  $t_0=0$ , tačka M je puštena bez početne brzine iz položaja  $M_0(8, 4)$ . Odrediti: (a) mesto na kome će tačka M napustiti vezu, (b) vreme potrebno da tačka pri svom slobodnom kretanju (posle napuštanja veze) stigne na  $Oy$  osu. Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
11. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po glatkoj paraboli  $x^2=12by$  u vertikalnoj  $Oxy$  ravni (osa  $Oy$  usmerena je vertikalno naviše), polazeći iz koordinatnog početka početnom brzinom  $\mathbf{V}(V_0, 0)$ ,  $V_0=\sqrt{8gb}$ . U položaju A ( $x_A=6b$ ) tačka napušta vezu i dalje se kreće slobodno. Odrediti: a) reakciju veze u položaju A, b) maksimalnu visinu penjanja iznad položaja A. Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
12. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po glatkoj paraboli  $y^2=12bx$  u vertikalnoj  $Oxy$  ravni (osa  $Oy$  usmerena je vertikalno naviše), polazeći iz koordinatnog početka početnom brzinom  $\mathbf{V}(0, V_0)$ ,  $V_0=\sqrt{14gb}$ . U položaju A ( $x_A=6b$ ) tačka napušta vezu i dalje se kreće slobodno. Odrediti: a) reakciju veze u položaju A, b) maksimalnu visinu penjanja iznad položaja A. Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
13. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće unutar tanke glatke cevi čija osa ima oblik parabole  $y^2=(bx)/4$ , ( $b>0$ ), (osa  $Oy$  usmerena je vertikalno naviše). Tačka polazi iz koordinatnog početka početnom brzinom  $\mathbf{V}(0, V_0)$ ,  $V_0=\sqrt{gb}$ . Pri tome, tačka je vezana oprugom krutosti  $c=(2mg)/b$  za nepokretnu tačku B( $b, 0$ ). Dužina nenapregnute opruge je  $L_0=b/4$ . Odrediti reakciju veze u položaju A ( $x_A=b$ ). Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
14. Po glatkoj nepomičnoj cikloidi  $x=2(\varphi-\sin\varphi)$ ,  $y=2(1+\cos\varphi)$ , koja se nalazi u vertikalnoj  $Oxy$  ravni (osa  $Oy$  je orjentisana vertikalno naviše) može da se kreće materijalna tačka M, mase  $m$ . Odrediti opšti zakon kretanja tačke M po putanji tj.  $s(t)=?$  Veza je zadržavajuća. Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
15. Po glatkoj nepomičnoj cikloidi  $x=2(\varphi+\sin\varphi)$ ,  $y=2(1-\cos\varphi)$ , koja se nalazi u vertikalnoj  $Oxy$  ravni (osa  $Oy$  je orjentisana vertikalno naviše) može da se kreće materijalna tačka M, mase  $m$ . Odrediti reakciju veze u funkciji vremena ako je tačka M u početnom trenutku  $t_0=0$ , puštena

bez početne brzine iz položaja  $M_0(x_0, y_0)$ . Veza je zadržavajuća. Zadane veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.

16. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po glatkoj nepomičnoj spirali  $r=3e^\theta$  pod dejstvom privlačne sile (centar privlačenja je u koordinatnom početku) koja je srazmerna radijus vektoru tačke M; koeficijent srazmere je  $mb^2$ . U početnom trenutku  $t_0=0$ , tačka M je bila u miru u položaju  $M_0(r(0)=r_0)$ . Odrediti: (a) zakon puta i konačne jednačine kretanja tačke M, (b) reakciju veze u proizvoljnom trenutku vremena u funkciji radijus vektora tačke M. Zadane veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
17. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po idealno glatkoj ravni  $\pi$ , ravan preseca koordinatne ose na rastojanju  $b$  (mereno od koordinatnog početka). Na tačku deluje sila  $\vec{F}=k^2\vec{r}$ , gde je  $\vec{r}$  vektor položaja tačke M a  $k$  je konstanta. Ako je u početnom trenutku  $t_0=0$ , tačka M bila u miru u položaju  $M_0(0, b, 0)$  i ako zanemarimo uticaj sile zemljine teže odrediti jednačine kretanja tačke M i reakciju veze. Veza je zadržavajuća. Zadane veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
18. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po idealno glatkoj paraboličnoj površi  $y^2=2x$  (osa  $Oy$  je orjentisana vertikalno naviše) pod dejstvom sopstvene težine. U početnom trenutku  $t_0=0$ , tačka M bila u miru u položaju koji je određen koordinatama  $y_0=z_0=2$ . Odrediti položaj u kome materijalna tačka M napušta vezu. Zadane veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
19. Materijalna tačka M, jedinične mase, može da se kreće po idealno glatkom kružnom konusu sa uglom pri vrhu  $2\beta = \pi/2$  pod dejstvom sile  $\vec{F}=k^2\vec{OM}$ . Vrh konusa koji je otvoren na gore, je u koordinatnom početku,  $k=\text{const}$ , a osa simetrije konusa poklapa se sa vertikalnom  $Oz$  osom koja je orjentisana vertikalno naviše. U početnom trenutku  $t_0=0$ , tačka M bila na rastojanju  $OM_0=b$  od vrha konusa sa početnom brzinom  $V_0=kb$  koja je upravna na  $OM_0$  i koja leži u tangentskoj ravni konusa. Silu zemljine teže zanemariti. Veza je zadržavajuća. Odrediti jednačine kretanja materijalne tačke M. Zadane veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
20. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po idealno glatkom kružnom konusu sa pravim uglom u vrhu (vrh konusa, koji je otvoren na gore, je u koordinatnom početku). Osa konusa poklapa se sa vertikalnom  $Oz$  osom, koja je orjentisana vertikalno naviše. U početnom trenutku  $t_0=0$ , tačka M je bila u položaju  $M_0(x_0, y_0, z_0=b)$  kada joj je bila saopštena horizontalna početna brzina  $V_0=\sqrt{gb/2}$ . Veza je zadržavajuća. Odrediti minimalno rastojanje (najmanju visinu  $z_1=?$ ) linije putanje tačke M. Zadane veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
21. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po površi glatkog obrtnog paraboloidea  $x^2+y^2=2bz$  ( $Oz$  osa orjentisana je vertikalno naviše). Ako je veza zadržavajuća, a početna brzina  $V_0$  tačke horizontalna, odrediti intenzitet reakcije veze. Zadane veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema. Zadane veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.
22. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po površi idealno glatke sfere  $x^2+y^2+z^2=b^2$  ( $Oz$  osa orjentisana je vertikalno naviše). U početnom trenutku kada je  $t_0=0$ , tačka M je bila u

položaju  $M_0(b, 0, 0)$  sa početom brzinom  $V_0(0, V_0, 0)$ . Odrediti mesto na kome će tačka napustiti sfernu površ? Pri kojim vrednostima  $V_0$  tačka napušta sfernu vezu odmah u početnom trenutku. Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.

23. Materijalna tačka M, mase  $m$ , može da se kreće po površi idealno glatke sfere  $x^2 + y^2 + z^2 = b^2$  (Oz osa orjentisana je vertikalno naviše). U početnom trenutku kada je  $t_0=0$ , tačka M je bila u položaju  $M_0(0, 0, b)$  sa početom brzinom  $V_0(V_0, 0, 0)$ . Koliki treba da bude intenzitet početne brzine  $V_0$  da bi tačka M napustila sfernu vezu u položaju B. Luk  $M_0B$  jednak je luku BA; gde je položaj tačke A poznat i iznosi  $A(b, 0, 0)$ . Dati lukovi pripadaju ravni  $Oxz$ . Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.