

1. Rešenja zadataka pošaljite na email adresu:

numericke.metode.metode@gmail.com

do 23:59 časova 23.12.2017. godine. Rešenja zadataka pristigla sa zakašnjenjem neće biti uzimana u razmatranje, bez obzira na izgovor.

2. Prilikom slanja email-a u polju subject navedite sledeću nisku znakova:

KMA.NM.999/GG

gde je:

- KMA-oznaka Katedre za Matematiku
- NM-oznaka za Numeričke metode
- 999/GG-broj indeksa studenta gde se unosi vodeća nula

Na primer, ako Vam je broj indeksa 23 i neka ste upisani 2011 godine, tada u subject-u treba da stoji:

KMA.NM.023/11

Slično, ako Vam je broj indeksa 124 i neka ste upisani 2011 godine, tada u subject-u treba da stoji:

KMA.NM.124/11

3. Rešenje zadataka: program u Matlabu, slike kao ilustracije u JPEG formatu, tekst otkucan u Wordu, pa eksportovan u pdf, ili skenirana rešenja pisana na papiru, pošaljite kao attachment Vašeg email-a, tako što sve fileove vezane za jedan zadatak zapakujete u zip arhive sa imenima

zadatak01.zip, zadatak02.zip, zadatak03.zip, zadatak04.zip

4. Poslednji pristigli Vaš email je važeći i on će biti pregledan, dakle, mora sadržati rešenja svih zadataka koja želite da pošaljete.
5. Svako prepisivanje biće sankcionisano, pored toga, morate usmeno odbraniti rad koji ste poslali.
6. Rešenje svakog zadatka donosi 25%.

II Kolokvijum iz Numeričkih metoda

1. Odredjujemo broj značajnih cifara kojim je određena vrednost funkcije $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$ nad oblašću $[-10, 10] \times [-10, 10]$ pod pretpostavkom da su veličine x i y zadate sa 3 i 6 značajnih cifara, redom.

a) Odrediti teorijski broj značajnih cifara vrednosti funkcije f u funkciji broja značajnih cifara argumenata funkcije.

b) Napisati `script` u `Matlabu` i prikazati grafičku zavisnost broja značajnih cifara funkcije f u funkciji vrednosti argumenata na intervalu $[-10, 10] \times [-10, 10]$, sa barem 101 tačkom u gridu po svakoj promenljivoj. Potrebno je nacrtati dve slike jednu koja se dobija eksperimentom i drugu koja je dobijena na osnovu teorijske ocene u delu zadatka pod a).

c) Objasniti zašto je u pojedinim delovima skupa $[-10, 10] \times [-10, 10]$ vrednost funkcije f određena sa 6 značajnih cifara a u pojedinim sa 3 značajne cifre.

Napomena: zadatak je u potpunosti rešen ako priložite teorijsko razmatranje a), `script` file i slike pod b), komentar pod c).

2. Posmatramo niz matrica A_k , $k = 10, 20, \dots, 200$, formiran na sledeći način

$$A_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{3}{4} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{k \times k}$$

Matrice A_k , $k = 10, 20, \dots, 200$ su regularne.

a) Napisati `script` file u `Matlabu` koji crta zavisnost faktora uslovljenosti matrice A_k , $k = 10, 20, \dots, 200$ u funkciji reda matrice k . Za određivanja faktora uslovljenosti matrice A_k može se, recimo, koristiti funkcija `cond`.

b) Na osnovu rešenja dela pod (a) odrediti broj značajnih cifara koje ima rešenje sistema jednačina

$$A_k x = b_k, \quad k = 10, 20, \dots, 200,$$

u funkciji reda matrice k .

c) Nacrtati zavisnost broja značajnih cifara u rešenju prethodnog sistema jednačina u funkciji reda matrice k , tako što za svako $k = 10, 20, \dots, 200$ odredite rešenje x (može

biti vektor kolona ispunjen slučajnim brojevima), konstruišete slobodan vektor $b_k = A_k x$, zatim rešite sistem jednačina koristeći funkciju `linsolve`. Uporediti dobijenu sliku sa razmatranjem pod b).

Napomena: zadatak je u potpunosti rešen ako priložite `script` file i nacrtate sliku pod a), na osnovu slike dobijene pod a) nadjete teorijski broj značajnih cifara u funkciji k pod b), nacrtate sliku pod i uporedite rezultate dobijene eksperimentom sa teorijskom razmatranjem pod c).

3. a) Konstruisati Lagrangeov interpolacioni polinom u 30 ekvidistantnih interpolacionih čvorova na intervalu $[1, 10]$, za funkciju $f(x) = (x - 1)^2(x - 5)^2(x - 10)^2 + 1$. Prikažati grafički zavisnost broja značajnih cifara kojom interpolacioni polinom aproksimira funkciju f na intervalu $[1, 10]$.

b) Koristeći grafik Lebesgueove funkcije, za dati raspored interpolacionih čvorova, dati teorijsku ocenu broja značajnih cifara na intervalu $[1, 10]$. Uporediti teorijske rezultate sa dobijenim eksperimentalnim vrednostima. Objasniti poklapanje koristeći izraz za ocenu greške interpolacije.

c) Koristeći grafik Lebesgueove funkcije oceniti minimalni broj značajnih cifara prilikom interpolacije funkcije $f(x) = (x - 1)^2(x - 5)^2(x - 10)^2 + 1$, na intervalu $[1, 10]$, ako ulazni podaci imaju barem 7 značajnih cifara.

Napomena: zadatak je u potpunosti rešen ako priložite `skript` file i nacrtate sliku pod a), nacrtate grafik Lebesgueove funkcije i date teorijsku analizu pod b), odredite minimalni broj značajnih cifara pod c).

4. a) Koristeći uopštenu trapeznu formulu za izračunavanje integrala

$$\int_{-1}^1 \left(1 + \frac{\sin(1000\pi \log(2+x)/\log(3))}{2+x} \right) dx = 2,$$

nacrtati zavisnost broja značajnih cifara u funkciji logaritma broja podintervala $N = 2^k$, $k = 1, \dots, 20$.

b) Uporediti dobijene rezultate sa teorijskom ocenom broja značajnih cifara.

c) Pokazati da je priraštaj značajnih cifara prilikom povećanja broja podintervala za dva puta konstantan, kako na osnovu eksperimenta tako i na osnovu teorije.

d) Objasniti zašto teorijska ocena daje manji broj značajnih cifara od broja značajnih cifara dobijenih eksperimentom za isti broj podintervala.

Napomena: zadatak je u potpunosti rešen ako priložite `script` file i nacrtate sliku pod a), date teorijsku ocenu i nacrtate sliku pod b), pokažete pravilnost pod c), date objašnjenje pod d).