

Машински факултет Универзитета у Београду

ТЕХНИКА МЕРЕЊА И СЕНЗОРИ

Техника мерења
- скрипта -

шк. год. 2017/2018

Доцент др Дејан Илић
уз захвалност др Мирославу Бенишеку, ред. проф. у пензији

Садржај

1. Увод	3
1.1. Историјат технике мерења	3
1.2. Техника мерења	4
2. Тачност мерења	8
2.1. Грешке непосредног мерења	10
2.2. Грешка посредног мерења	12
2.3. Мерна несигурност	14
3. Мерење притиска, температуре и брзине струјања	16
3.1. Теоријске основе мерења струјања нестишљивих и стишљивих флуида	16
3.2. Мерење статичког (струјног) притиска у флуиду	23
3.3. Мерење тоталног притиска	27
3.4. Комбиноване сонде	27
3.5. Мерила (инструменти за мерење) притиска	28
3.5.1. Механички мерила притиска - манометри	29
3.5.2. Електрична мерила притиска – давачи (сензори) притиска	32
4. Мерење интезитета и правца брзине струјања	34
4.1. Мерење брзине помоћу класичних сонди	34
4.2. Мерење брзине помоћу мерила са обртним лопатицама	41
4.3. Мерење брзине помоћу загрејане жице	42
4.4. Мерење оптичким методама (ЛДА, ПИВ)	44
5. Мерење температуре флуида	48
6. Мерење протока	52
6.1. Запреминско мерење протока	52
6.2. Мерење протока класичним сондама	56
6.3. Мерење протока пригушницама	58
6.3.1. Нормиране пригушнице по VDI-нормама (DIN 1952)	58
6.3.2. Нормиране пригушнице по ISO-нормама (ISO 5167)	63
6.4. Мерење протока лебдећим телом – ротаметром	64
6.5. Мерење протока преливом	66
6.6. Електромагнетна мерила протока	67
6.7. Ултразвучна мерила протока	68
6.8. Кориолисова мерила протока	70
6.8.1. Вртложна мерила	71
6.8.2. Избор мерила протока	72
7. Мерење фреквенције обртања, силе, момента и снаге погонских и гоњених машина [1]	73

1. Увод

1.1. Историјат технике мерења

1.2. Техника мерења

Циљ мерења је добијање (одређивање) бројне вредности мерене величине. Мерењем бројне вредности неке величине, утврђује се у каквом је односу мерена вредност према некој условно изабраној јединичној вредности исте величине. Значи, да би мерену величину могли да измеримо потребно је да имамо јединицу те величине.

Претходна дефиниција погодна је за објашњење процеса директног мерења. Директно (непосредно) мерење је одређивање бројне вредности мерене величине директним упоређивањем са бројем јединица које улазе у њену вредност. Пример: Мери се нека дужина, маса, запремина...

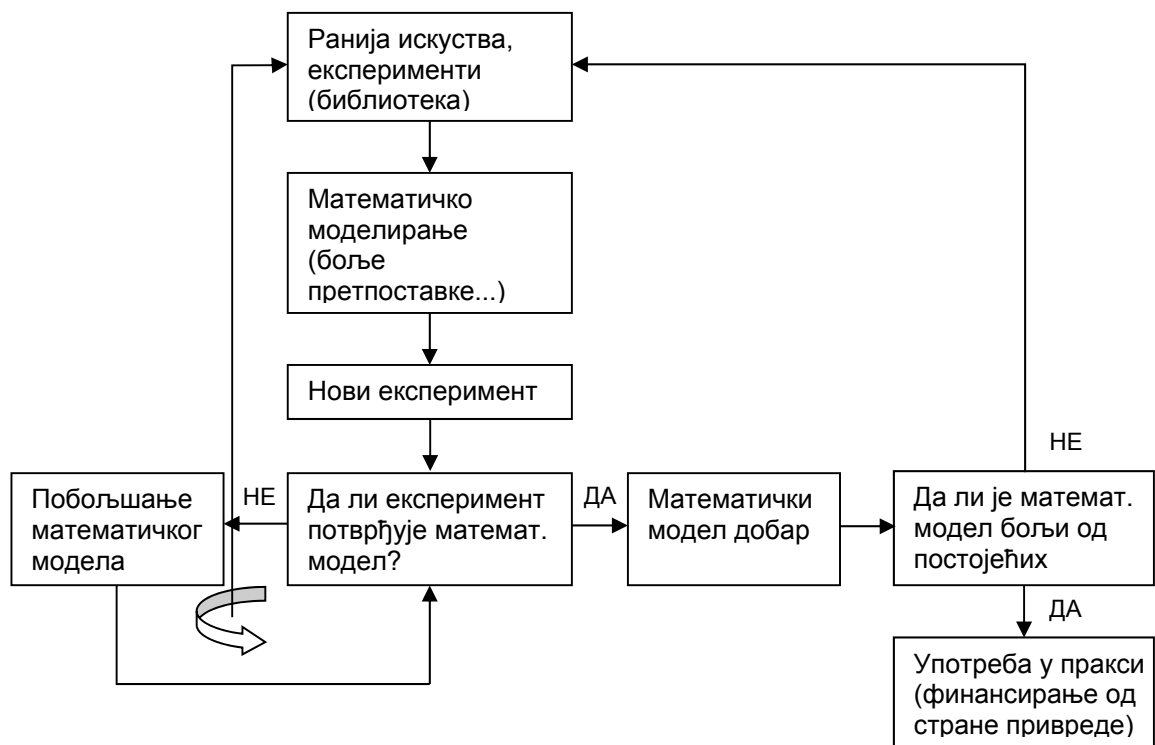
Са друге стране имамо индиректно (посредно) мерење када није могуће довести у директну везу мерену вредност са условно изабраном јединичном вредношћу истородне величине. Пример: Мери се брзина нестишљивог струјања флуида у некој тачки помоћу класичне сонде, где се мери разлика тоталног (зауставног) и статичког (струјног) притиска тј. динамички притисак, а брзина се одређује на основу везе динамичког притиска и брзине.

Може се рећи, уопштено гледано, да је мерење неке величине комплексан процес добијања бројне вредности величине кога чине:

- 1) физички процес (који садржи у себи ту мерену величину) са својим математичким изразом,
- 2) мерила (потребни инструменти и уређаји за мерење),
- 3) мерна метода,
- 4) човек.

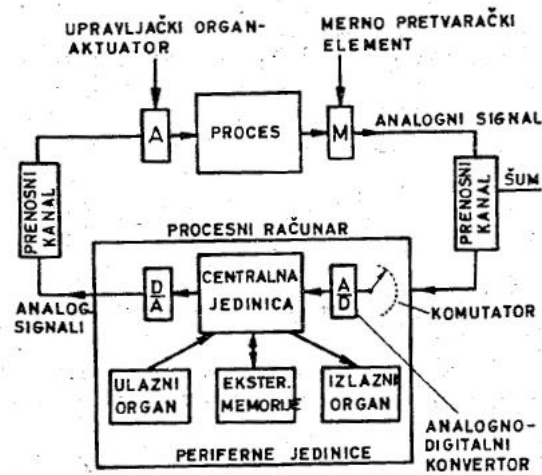
Због чега се уопште мери тј. разлози зашто се мери:

- 1) истраживачки радови у лабораторији - ова истраживања спадају у групу фундаменталних истраживања:
 - 1.а) феноменолошка истраживања - истраживања која престављају први контакт са неистраженим појавама.
 - 1.б) моделирање неког физичког процеса - када су откривени феномени мерења приступа се моделирању (Слика 1.).



Слика 1. Шематски приказ моделирање неког физичког процеса

- 2) погонска мерења у циљу контролисања неког процеса - ова мерења могу да се користе у неком технолошком процесу.
- 3) примо-предајна комплексна мерења - ова мерења се врше након завршетка неког објекта (нпр. хидроелектране, термоелектране,...) при чему се врши верификовање резултата између произвођача и примаоца радова (нпр. произвођач гарантује одеђени степен корисности агрегата и сл.).
- 4) мерења у циљу управљања технолошким процесом (Слика 2.), нпр. регулација протока помоћу управљаног вентила...

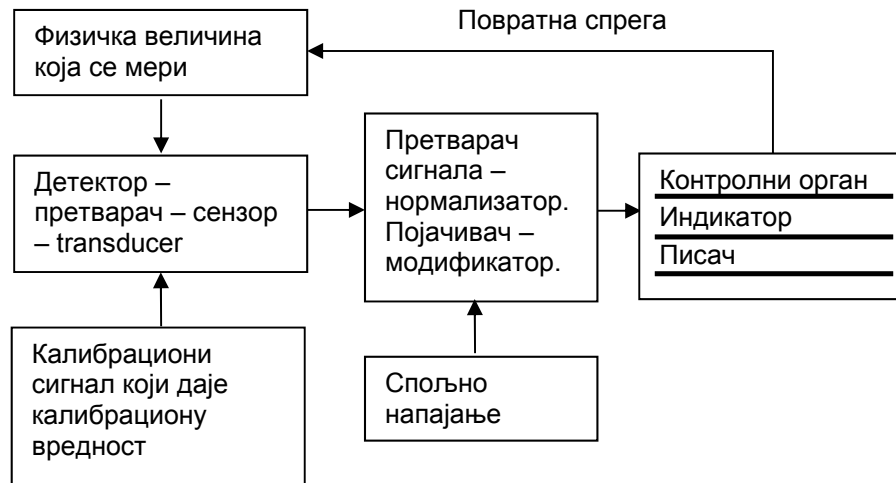


Слика 2. Шематски приказ управљања технолошког процеса помоћу рачунарског процесора [1]

За мерење физичких, хемијских, геометријских и других неелектричних величина користе се две групе мерила (мерних инструмената):

а) мерила за неелектрична мерења неелектричних величина (примена неког физичког закона којим се величина која се мери трансформише у физичку величину чији се квантитет директно одређује: мерење притиска преко стуба течности, мерење температуре преко живиног термометра...)

б) мерила за електрична мерења неелектричних величина (врши се трансформација неелектричне величине у електричну величину). Ови уређаји садрже два основна дела. У мерно-претварачком елементу се помоћу давача сигнала (сензор, претварач, transducer...) улазна неелектрична величина (притисак, брзина, температура, проток,...) трансформише у примарну електричну величину (отпор, капацитивност, индуктивност, струја, напон,...). Затим се та величина у неком електричном или електронском колу, тј. нормализатору сигнала (transmitter), трансформише у нормализовану електричну величину (најчешће у облику аналогног струјног или напонског сигнала). Аналогни сигнал се преноси ширмованим (оклопљеним) каблом, због смањења утицаја електричних сметњи, до процесног рачунара.



Слика 3. Шема уопштеног мерног система

Калибрација (еталонирање) мерила се спроводи помоћу еталонског уређаја.

Морају се знати: физичко-хемијске законитости (физички процеси) на којима се базирају примењене мерне методе, струјно техничка својства флуида који се мери, мерило (мерни инструмент), основе из теорије грешака, итд.

2. Тачност мерења

Приликом мерења неких величина мора се доставити анализа грешака јер се на основу ње одређује поузданост мерења. Не смеју се прећи стандардом предвиђене грешке. При лабораторијским мерењима је већином тачност задовољавајућа ако средња грешка резултата не прелази $\pm 1\%$, док за мерења погонског карактера довољна је мања тачност до $\pm 5\%$.

Бројна вредност мерне величине одређује се њеним мерењем једном од познатих метода. Приликом виšekратних мерења неке величине x_i ($i = 1, 2, \dots, n$; где је n - број мерења) чине се одређена одступања од њене тачне (праве) вредности M , тј. чине се одређене грешке мерења које представљају разлику измерене величине и тачне вредности те величине $x_i - M$.

Грешке мерења могу се према карактеру настајања поделити на:

1) субјективне грешке (везане за човека)

- а) грубе грешке – настају услед нарушавања основних услова мерења, као и због немарности или умора експериментатора током мерења и сл.
- б) намерне грешке – намештање резултата...

Резултати мерења који садрже субјективне грешке морају се одбацити на основу важећих критеријума.

2) објективне грешке

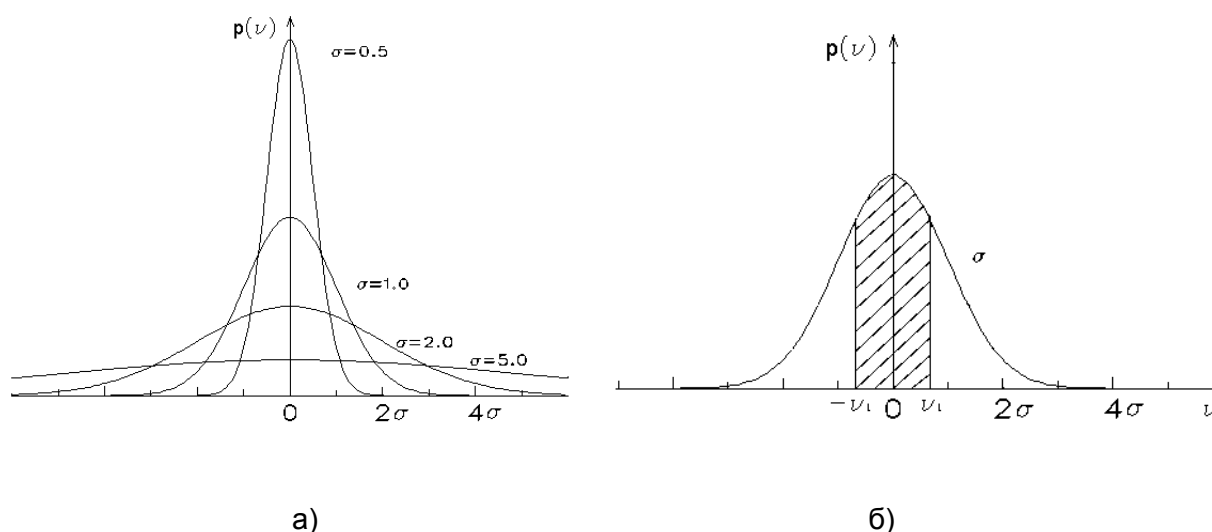
- а) систематске грешке – настају углавном као грешке мерила (нетачност или неисправност) или методе. Нпр.: Ако се приликом калибрације погрешно одреди коефицијент поправке мерила, скала на мерилу није тачно уцртана или је неравномерна, итд. Систематску грешку треба одстранити или бар знати њену вредност. Систематска грешка се одређује калибрацијом мерила неким тачнијим инструментом – еталоном – тако да се при томе одређује поправка мерила. Међутим и калибрациони инструмент има своју одређену тачност – систематску грешку.
- б) случајне грешке – све грешке мерења, које не спадају у грубе, намерне и систематске грешке. Ове грешке настају као збир последица разних непознатих узрока које су везане за мерило, методу и експеримент и могу да узму било коју вредност неког интервала. Ове грешке се не могу одстранити већ само обрадити и приказати као резултати мерења.

Вредности који се добијају обрадом случајних грешака служе за оцену квалитета мерења. Теорија случајних грешака заснована је на закону њихове расподеле. Најчешћи закон расподеле је нормални Гаусов закон расподеле (слика 4).

Густина нормалне расподеле је:

$$p(v) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}}$$

где су: $\sigma (\sigma > 0)$ - параметар који карактерише тачност мерења и одређује се обрадом мерних резултата, v - вредност случајне грешке (одступање измерене вредности од тачне вредности). На слици 4.а. приказане су криве нормалне расподеле за различите вредности параметра σ . Што је мања вредност параметра σ већа је тачност, тј. већи је број резултата мерења у близини тачне вредности. На слици 4.б. шрафирана површина испод криве нормалне расподеле показује вероватноћу припадности случајне грешке.



Слика 4. Криве нормалне расподеле

Вероватноћа да ли ће нека грешка v_i да буде у интервалу $-v_1 < v_i < v_1$, тачности σ , одређује се на основу интеграла

$$P(-v_1 < v < v_1) = 2 \int_0^{v_1} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}} dv = 2\Phi(v_1/\sigma) \stackrel{t=v_1/\sigma}{=} 2\Phi(t)$$

где је $\Phi(t)$ интеграл вероватноће

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

и вредности интеграла $\Phi(t)$ налазе се у таблицама. У техници се тражи основна вероватноћа $P = 0,683$ тј. да се грешка нађе у домену $-\sigma < v_i < \sigma$.

2.1. Грешке непосредног мерења

Непосредна мерења - мерења која се обављају када неку измерену величину можемо директно упоређивати са неком условном величином.

Вредности x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) добијене виšekратним мерењем једне исте величине при једнаким условима (исти инструмент, иста метода, исти експериментатор) сматрају се да имају једнаку тачност (тежину).

Средња вредност или највероватнија тачна вредност мерене величине према Гаусу је

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Ако је M тачна вредност мерене величине тада се вредности

$$\varepsilon_i^* = x_i - M \quad (e_i^*)$$

називају стварним (правим) апсолутним грешкама појединих мерења.

Приближним (привидним, резидуалним) грешкама појединих мерења називају се вредности v_i

$$v_i = x_i - \bar{x}$$

и збир свих приближних грешака је $\sum_{i=1}^n v_i = 0$.

Надаље, неопходно је одредити грешку целокупног скупа мерења односно стварну (праву) средњу грешку мерења

$$\varepsilon^{*2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^{*2}.$$

Процењена средња грешка мерења рачуна се према обрасцу

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n v_i^2 \quad (e^2, s^2)$$

и представља један од показатеља грешке мерења.

$$|x_i - \bar{x}| \geq t \cdot \varepsilon$$

где је ε средња грешка. Величина t се одређује из услова

$$P(t) = 2\Phi(t) = \frac{2n-1}{2n}$$

где је $\Phi(t)$ интеграл вероватноће. Критеријум Шовенеа се примењује за мање вредности n .

Оба наведена критеријума важе за нормални (Гаусов) закон расподеле случајних променљивих – приближних грешака.

2.2. Грешка посредног мерења

Код посредног мерења величина се одређује на бази мерења других величина. Нпр. тражи се грешка посредног мерења величине $Q = f(a, b, c, \dots)$, при чему се величине a, b, c, \dots обрађују непосредним мерењем (грешке директног мерења).

Ако са ΔQ представимо грешку тј. одступање, може се написати следеће

$$\begin{aligned} Q + \Delta Q &= f(a + \Delta a, b + \Delta b, c + \Delta c, \dots) \\ &= f(a, b, c, \dots) + (\Delta a \frac{\partial}{\partial a} + \Delta b \frac{\partial}{\partial b} + \Delta c \frac{\partial}{\partial c} + \dots) f(a, b, c, \dots) + \frac{1}{2!} (\Delta a \frac{\partial}{\partial a} + \Delta b \frac{\partial}{\partial b} + \Delta c \frac{\partial}{\partial c} + \dots)^2 f(a, b, c, \dots) + \dots \end{aligned}$$

Развијени прираштај функције

$$\Delta Q = f(a + \Delta a, b + \Delta b, c + \Delta c, \dots) - f(a, b, c, \dots) = \Delta a \frac{\partial f}{\partial a} + \Delta b \frac{\partial f}{\partial b} + \Delta c \frac{\partial f}{\partial c} + \dots$$

Ову величину можемо приказати као одступање i - тог мерења величине Q

$$\Delta Q \rightarrow v_Q; \Delta a \rightarrow v_{a_i}; \Delta b \rightarrow v_{b_i}; \Delta c \rightarrow v_{c_i}; \dots$$

односно

$$v_Q = \frac{\partial f}{\partial a} v_{a_i} + \frac{\partial f}{\partial b} v_{b_i} + \frac{\partial f}{\partial c} v_{c_i} + \dots$$

Непосредним мерењем познато је

$$\varepsilon_a = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n v_{a_i}^2}; \quad \varepsilon_b = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n v_{b_i}^2}; \quad \varepsilon_c = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n v_{c_i}^2} \dots$$

такође

$$\varepsilon_Q = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n v_{Q_i}^2}$$

па је

$$\varepsilon_Q^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial a} v_{a_i} + \frac{\partial f}{\partial b} v_{b_i} + \frac{\partial f}{\partial c} v_{c_i} + \dots \right)^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\left(\frac{\partial f}{\partial a} \right)^2 v_{a_i}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \right)^2 v_{b_i}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c} \right)^2 v_{c_i}^2 + \dots + 2 v_{a_i} v_{b_i} \frac{\partial f}{\partial a} \frac{\partial f}{\partial b} + \dots \right)$$

$$\varepsilon_Q^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial a} \right)^2 \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n v_{a_i}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \right)^2 \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n v_{b_i}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c} \right)^2 \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n v_{c_i}^2 + \dots$$

Добија се средња грешка посредног мерења величине

$$\varepsilon_Q = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a} \right)^2 \varepsilon_a^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \right)^2 \varepsilon_b^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c} \right)^2 \varepsilon_c^2 + \dots}$$

где се парцијални изводи траже у околини средњих вредности a, b, c, \dots

На основу одређених случајних и систематских (у оквиру њих грешке калибрације)

грешака може се одредити укупна грешка мерења ($f = \sqrt{f_{sl}^2 + f_{si}^2} = \sqrt{f_{sl}^2 + f_{sis}^2 + f_{cal}^2}$).

Пример: Одерити процентуалну релативну процењену средњу грешку посредног мерења запремине V ваљка одређених димензија r и H , уколико су након вишекратног мерења познате њихове процентуалне релативне процењене средње грешке ε_{pr} и ε_{pH} .

$$V = \pi r^2 H = f(r, H)$$

$$(r_1, r_2, \dots, r_n) \Rightarrow \varepsilon_{pr} = 0,1\%$$

$$(H_1, H_2, \dots, H_n) \Rightarrow \varepsilon_{pH} = 0,1\%$$

$$\varepsilon_V^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 \varepsilon_r^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial H} \right)^2 \varepsilon_H^2$$

$$\frac{\partial V}{\partial r} = 2 \frac{V}{r}$$

$$\frac{\partial V}{\partial H} = \frac{V}{H}$$

$$\varepsilon_V^2 = \left(2 \frac{V}{r} \right)^2 \varepsilon_r^2 + \left(\frac{V}{H} \right)^2 \varepsilon_H^2$$

$$\left(\frac{\varepsilon_V}{V} \right)^2 = 4 \left(\frac{\varepsilon_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_H}{H} \right)^2$$

$$\varepsilon_{pV}^2 = 4 \varepsilon_{pr}^2 + \varepsilon_{pH}^2 \Rightarrow \varepsilon_{pV} = 0,2236\%$$

2.3. Мерна несигурност

Мерна несигурност (uncertainty) $u(x_i)$ - једнака је стандардном одступању и карактерише интервал вредности у оквиру којег се очекује да буде мерена величина, са одређеном статичком сигурношћу. Статичка сигурност која одговара стандардној мерној несигурности зависи од расподеле која се приписује датом мерењу. На основу метода којима се одређује несигурност постоје два основна типа мерне несигурности: тип А и тип Б.

Мерна несигурност тип А (u_A) – одређује се методом статистичке обраде резултата, и постоји искључиво ако се ради о мерењу које је више пута поновљено. Односно, мерна несигурност тип А једнак је одговарајућој процењеној средњој грешци мерења $u = \varepsilon$. Мерна несигурност тип А средње вредности једнако је грешци средње вредности $u = E$.

Мерна несигурност тип Б (u_B) – одређује се свим осталим методама, изузев статистичке анализе серије поновљених мерења. То подразумева употребу података о мерној опреми (каталози произвођача), о утицају параметара окружења на мерење, о разним врстама сметњи.

Такође, дефинишу се и следећи термини:

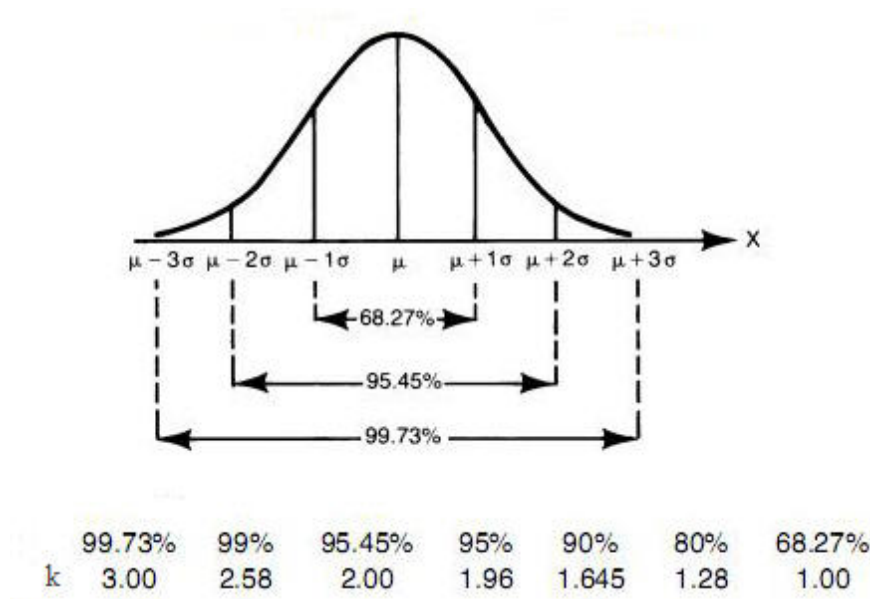
Комбинована мерна несигурност (u_c) – користи се када се резултат добија на основу већег броја прикупљених података, и представља резултанту више различитих несигурности. Начин одређивања комбиноване мерне несигурности зависи од тога да ли полазне величине имају одређени степен међузависности (корелисаности) што се изражава коефицијентом корелације.

Проширена мерна несигурност (U) – представља умножак мерне несигурности и коефицијента проширења који у зависности од расподеле има вредност од $k = \sqrt{3} \div 3$,
 $U = k \cdot u$.

Типичне функције расподеле при одређивању мерне несигурности:

- Симетрична равномерна (униформна, правоугаона) - када се располаже са мало информација о неком мерном инструменту ($P=57,7\%$ - статистичка сигурност унутар $\pm\sigma$)
- Симетрична троугаона - груписање мерних резултата око средње вредности, али нису задовољени услови централне граничне теореме ($P=65,0\%$ - статистичка сигурност унутар $\pm\sigma$)
- Гаусова - задовољени услови централне граничне теореме ($P=68,2\%$ - статистичка сигурност унутар $\pm\sigma$)

Гаусова расподела је у поређењу са претходне две, најсконцентрисанија око средње вредности.



Слика 6. Коефицијент проширења за Гаусову расподелу

У пракси Гаусова расподела се ретко користи ван интервала $\pm 3\sigma$ коме одговара статистичка сигурност од 99,73%. У техници се ова сигурност сматра толико високом, да се резултати изван тог интервала тумаче последицом неке грубе грешке, па се као такви одбацују. У неким разматрањима сматра се да је статистичка сигурност од 99% ($\pm 2,58\sigma$, $k=2,58$) довољно висока и да је оправдано очекивати да се сви мерни резултати нађу у одговарајућем интервалу. Такође, веома често коришћења статистичка сигурност, у каталозима произвођача мерне опреме, је од 95% ($\pm 1,96\sigma$, $k=1,96$).

3. Мерење притиска, температуре и брзине струјања

3.1. Теоријске основе мерења струјања нестишљивих и стишљивих флуида

У струјно-техничким мерењима неопходна су фундаментална знања из Механике флуида, Термодинамике, Електротехнике...

Под појмом флуид подразумевају се течности и гасови. Велики број процеса у природи и техници, не би могли да се одвијају без струјања флуида. Постоје два основна режима струјања: ламинарно и турбулентно. За разлику од ламинарног струјања које је редак случај у пракси, турбулентно струјање је најраспрострањенији тип струјања. Турбулентно струјање је нестационарно. Појам стационарности турбулентног струјања односи се само на његове просечне (временски осредњене) брзине ($c = \bar{c} + c'$ - тренутна брзина једнака збиру просечне и флуктационе брзине).

У оквиру предмета Техника мерења и сензори, пажња је усмерена на унутрашња струјања (где је важан утицај трења) у цевима, каналима, струјним машинама итд., при чему је основни задатак одређивање брзине (компоненти брзине), притиска, температуре и густине у некој тачки струјног простора. Такође, у струјној техници од значаја је и познавање вредности протока, влажности, момента, снаге, брзине обртања, степена корисности струјних машина...

Основна једначина која повезује величине које описују струјање флуида је Ојлерова једначина динамике невискозног флуида (једначина количине кретања) која гласи:

$$\frac{D\vec{c}}{Dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p$$
$$\frac{D\vec{c}}{Dt} = \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + (\vec{c} \cdot \nabla) \cdot \vec{c} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p$$

где се конвективни члан може написати у следећем облику:

$$(\vec{c} \cdot \nabla) \cdot \vec{c} = \frac{1}{2} \text{grad} c^2 - [\vec{c} \times \text{rot} \vec{c}]$$

односно Ојлерова једначина у Ламб Громековом облику:

$$\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + \frac{1}{2} \text{grad} c^2 - [\vec{c} \times \text{rot} \vec{c}] = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p .$$

Ојлерова једначина се може интегралити под одређеним условима. За случај да је:

- стационарно струјање: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$
- флуид баротрофан: $\rho = \rho(p)$ тј. $\Rightarrow \frac{1}{\rho} \text{grad} p = \text{grad} \int \frac{dp}{\rho}$
- масена сила \vec{F} конзервативна: $\vec{F} = \text{grad} U$

добива се:

$$\text{grad} \left(\int \frac{dp}{\rho} + \frac{c^2}{2} - U \right) = [\vec{c} \times \text{rot} \vec{c}].$$

Множењем леве и десне стране са $d\vec{l}$ - усмерени елемент струјнице:

$$\text{grad} \left(\int \frac{dp}{\rho} + \frac{c^2}{2} - U \right) \cdot d\vec{l} = [\vec{c} \times \text{rot} \vec{c}] \cdot d\vec{l}$$

и на основу колинеарности \vec{c} и $d\vec{l}$ добија се:

$$d \left(\int \frac{dp}{\rho} + \frac{c^2}{2} - U \right) = 0$$

односно Бернулијев интеграл Ојлерове једначине:

$$\int \frac{dp}{\rho} + \frac{c^2}{2} - U = \text{const}$$

„При стационарном струјању невискозног баротрофног флуида у пољу конзервативних масених сила збир кинетичке енергије флуида по јединици масе, потенцијала масених сила по јединици масе и функције притиска, тј. потенцијала запреминског дејства површинских сила се не мења, тј. има сталну вредност дуж струјнице.“ [МФ]

За случај нестисљивог струјања $\rho = \text{const}$ у пољу силе Земљине теже $U = -gz$ следи:

$$\frac{c^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = \text{const}$$

односно:

$$\frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + gz_2 \quad (+ Y_g \text{ - губици за случај вискозног флуида!}).$$

За случај када је $z_1 = z_2 = \text{const}$ добија се још једноставнији облик Бернулијеве једначине:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} = \text{const}$$

који повезује притисак и брзину у свакој тачки струјног поља.

Под притиском p у некој тачки флуида подразумева се величина чија вредност одговара површинској сили нормалној, у тој тачки, на површину.

Замислимо да се на неки начин брзина c_2 смањује и да тежи нули, односно да је тачка 2 зауставна тачка (100% рекуперација кинетичке енергије у енергију притиска). Тада је:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} \Rightarrow p_2 = p_1 + \rho \frac{c_1^2}{2}$$

$$\text{тј. } p_t = p + \rho \frac{c^2}{2} = p + p_{din}$$

где су:

$p = p_s$ - статички (струјни) притисак

$p_{din} = \rho \frac{c^2}{2}$ - динамички притисак

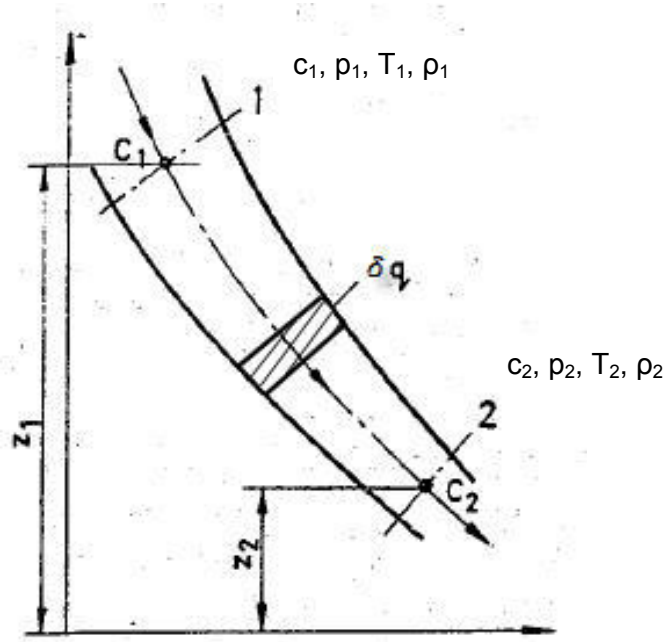
$p_t = p_0$ - тотални (зауставни, укупни) притисак. Притисак флуида када се он потпуно заустави без губитака (изентропско струјање – адијабатско и нема вискозности).

За случај стишљивог (компресибилног) струјања $\rho \neq const$, у пољу силе Земљине теже $U = -gz$, следи:

$$\frac{c^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} + gz = const$$

где је $p = p(\rho)$.

Овај случај можемо да решимо посматрајући проблем енергетски.



Слика 7. Отворен струјни процес [1]

Применом закона о одржању енергије:

$$\delta q = du + d(pv) + d\left(\frac{c^2}{2}\right) + d(gz) \text{ [J/kg]}$$

према коме се доведена количина топлоте троши на повећање унутрашње енергије, механички рад потискивања, промену кинетичке енергије и промену потенцијалне енергије, и увођењем израза за јединичну енталпију:

$$h = u + pv$$

добива се:

$$\delta q = dh + d\left(\frac{c^2}{2}\right) + d(gz).$$

Након интеграљења следи да је:

$$q_{12} = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

За случај адијабатског струјања ($q_{12} = 0$) и уз претпоставку $z_1 \cong z_2$ добија се

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_2 + \frac{c_2^2}{2} = h_t$$

где је са h_t означена тотална енталпија.

За идеалан гас важи $h = c_p T$, где је c_p [J/kgK] - специфични топлотни капацитет за $p = \text{const}$ (ваздух: $c_p = 1005$ [J/kgK], водоник $c_p = 14245$ [J/kgK], вода $c_p = 4182$ [J/kgK]), па је:

$$c_p T_1 + \frac{c_1^2}{2} = c_p T_2 + \frac{c_2^2}{2} = h_t$$

уопштено:

$$h_t = h + \frac{c^2}{2} \text{ и } c_p T_t = c_p T + \frac{c^2}{2}$$

односно:

$$T_t = T + \frac{c^2}{2c_p} = T + T_{din}$$

где је T_{din} - динамичка температура. За случај идеалног гаса и адијабатског струјања важе и следеће релације:

$$\frac{c_p}{c_v} = \kappa, \quad c_p - c_v = R \text{ и } c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R \text{ (где је } R \text{ - универзална гасна константа).}$$

Стога следи да је:

$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = h_1 - h_2 = c_p(T_1 - T_2) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_1 \left[1 - \frac{T_2}{T_1} \right] = \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_2 \left[\frac{T_1}{T_2} - 1 \right].$$

На основу закона промене стања код адијабатског струјања $\frac{p}{\rho^\kappa} = \text{const}$ (тј. $pv^\kappa = \text{const}$),

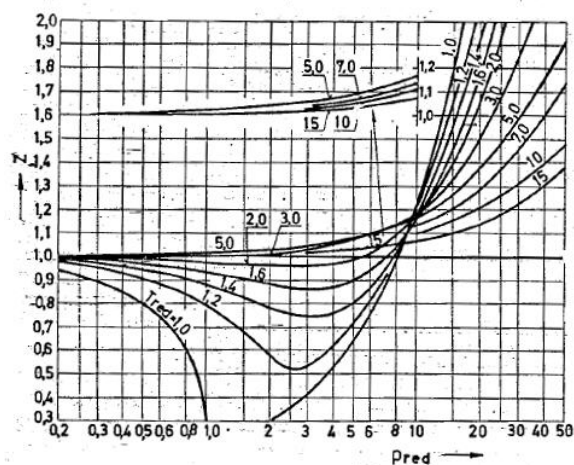
и једначине стања идеалног гаса $\frac{p}{\rho} = RT$, следи да је $\frac{p}{\rho^\kappa} = \frac{p}{\left(\frac{p}{RT}\right)^\kappa} = \text{const} \Rightarrow \frac{T^\kappa}{p^{\kappa-1}} = \text{const}$

тј.:

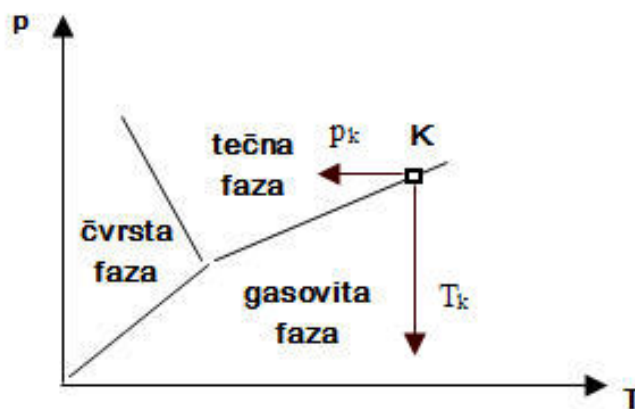
$$\frac{T_1^\kappa}{p_1^{\kappa-1}} = \frac{T_2^\kappa}{p_2^{\kappa-1}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

Напомена: Код виших вредности притисака и гасова мора се увести степен компресибилности z , тј. $\frac{p}{\rho} = zRT$, који се одређује за редуковани притисак и

температуру (у односу на критичан притисак и температуру) тј. $z = f(p_{\text{red}} = \frac{p}{p_k}, T_{\text{red}} = \frac{T}{T_k})$.



а)



б)

Слика 8. а) Степен компресибилности [1] и б) критична тачка

Следи:

$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] = \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_2 \left[\left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]$$

Уколико је: $c_2 = c$; $c_1 = 0$, тада је $h_1 = h_t$; $T_1 = T_t$; $p_1 = p_t$; $p_2 = p$; $T_2 = T$ и претходни израз постаје:

$$\frac{c^2}{2} = \frac{\kappa}{\kappa-1} RT \left[\left(\frac{p_t}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]$$

$$c = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} RT \left[\left(\frac{p_t}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p}{\rho} \left[\left(\frac{p_t}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]}.$$

У изразу за Махов број $M = \frac{c}{a}$, брзина звука је:

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{d(const \rho^\kappa)}{d\rho}} = \sqrt{const \cdot \kappa \rho^{\kappa-1}} = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\kappa RT}.$$

Стога, израз за Махов број може се записати као:

$$M = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{\kappa RT}} = \sqrt{\frac{2}{\kappa-1} \left[\left(\frac{p_t}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]} = \sqrt{\frac{2}{\kappa-1} \left[\frac{T_t}{T} - 1 \right]}$$

односно:

$$\frac{T_t}{T} = 1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \quad \text{и} \quad \frac{p_t}{p} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

Код критичног струјања $M = 1$ па је:

$$\frac{T_t}{T_{kr}} = \frac{\kappa+1}{2} \quad \text{и} \quad \frac{p_t}{p_k} = \left(\frac{\kappa+1}{2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}.$$

Ове једначине важе и за случај $M > 1$ али се обрасци морају мало модификовати због појаве ударног таласа.

Питање: Када се гасови при струјању могу сматрати нестишљивим?

Стишљивост је својство флуида да мења своју запремину под дејством нормалних површинских сила.

За случај некомп्रेसибилног струјања $\rho = const$, коефицијент притиска је:

$$\frac{p_t - p}{\rho \frac{c^2}{2}} = 1$$

и на основу динамичког притиска може се одредити брзина струјања нестишљивог флуида.

Посматрајмо израз за коефицијент код стишљивог струјања:

$$\frac{p_t - p}{p} = \frac{p_t}{p} - 1 = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} - 1.$$

На основу:

$$a = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} \Rightarrow a^2 = \kappa \frac{p}{\rho} \Rightarrow p = \rho \frac{a^2}{\kappa} \cdot \frac{c^2}{2} \cdot \frac{2}{c^2} = \rho \frac{c^2}{2} \cdot \frac{2}{\kappa M^2}$$

добива се да је:

$$\frac{p_t - p}{\rho \frac{c^2}{2}} = \left[\left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} - 1 \right] \cdot \frac{2}{\kappa M^2}.$$

Развијањем бинома у Тејлоров ред следи:

$$\frac{p_t - p}{\rho \frac{c^2}{2}} = 1 + \frac{M^2}{2 \cdot 2!} + \underbrace{\frac{2 - \kappa}{2^2 \cdot 3!} M^4 + \dots}_{< 0,01}$$

За коју вредност Маховог броја је вредност десне стране израза од другог члана мања од 0,01?

При струјању гаса са $M \leq 0,2$ може се сматрати да је струјање нестишљиво при чему

се прави грешка од 1% при рачунању кофицијента $(p_t - p) / \rho \frac{c^2}{2}$.

$$\frac{p_t - p}{\rho \frac{c^2}{2}} = 1 + \frac{0,04}{4} + \frac{2 - 1,4}{2^2 \cdot 3!} 0,0016 + \dots$$

3.2. Мерење статичког (струјног) притиска у флуиду

Апсолутни притисак једнак је збиру атмосферског (околног) и релативног притиска:

$$p = p_a + p^{rel}; \quad p^{rel} \rightarrow p^m, p^v$$

Атмосферски p_a (околни, барометарски p_b) притисак је у функцији од временских услова и надморске висине.

Релативни притисак: натпритисак (када је апсолутни притисак већи од атмосферског притиска) и потпритисак (апсолутни притисак мањи од атмосферског притиска).

Мерење притиска на зиду цеви

Ојлерова једначина:

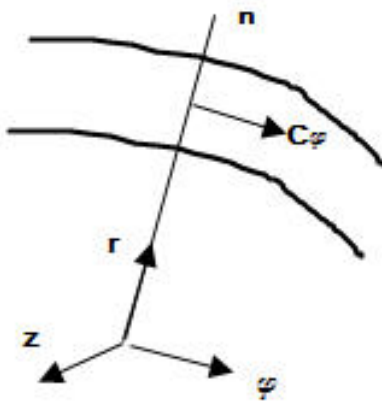
$$\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + \frac{1}{2} \text{grad} c^2 - [\vec{c} \times \text{rot} \vec{c}] = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p$$

може се написати у цилиндричном коорд. систему r, φ, z ($\vec{r}_0, \vec{\varphi}_0, \vec{k}_0$) у правцу осе r :

$$\rho \left(\frac{\partial c_r}{\partial t} + c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} + \frac{c_\varphi}{r} \frac{\partial c_r}{\partial \varphi} + c_z \frac{\partial c_r}{\partial z} - \frac{c_\varphi^2}{r} \right) = F_r - \frac{\partial p}{\partial r}.$$

За $\frac{\partial}{\partial t} = 0$, $\rho = \text{const}$, $\vec{F} = 0$, $c_\varphi = c$ ($c_r \approx 0$ и $c_z \approx 0$) и ако се усвоји $r \equiv n$, за нпр.

закривљени струјни простор – канал,



може се одредити промена притиска у правцу нормалном на струјницу:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho \frac{c^2}{r}.$$

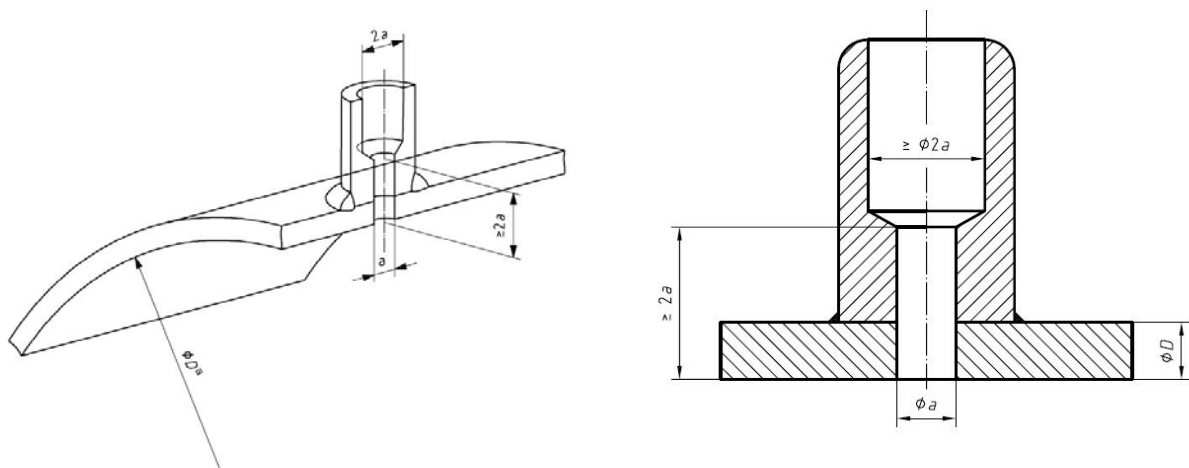
Код праволинијских струјница $r \rightarrow \infty$ и следи да је:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \Rightarrow p = \text{const},$$

Закључак: У општем случају закривљеног струјног тока постоји зависност између расподеле брзине дуж дефинисане нормале (попречно на ток) и струјног притиска. Код праволинијског струјања ($r \rightarrow \infty$) распоред притиска не зависи од расподеле брзинског поља тј. притисак је константан дуж нормале (међутим, због утицаја вискозности додатно се тражи да се брзине изједначе тј. да се развије турбулентни профил брзине).

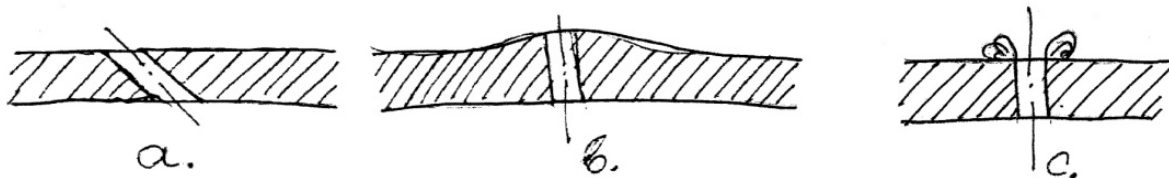
Ова чињеница нам омогућује да меримо притисак у било којој тачки дуж нормале.

У том случају најлакше је мерити притисак на зиду цеви, тако што се једноставно на зиду цеви направи мали отвор (препоруке: 1,5 mm за ваздух; 3÷5 mm за воду).

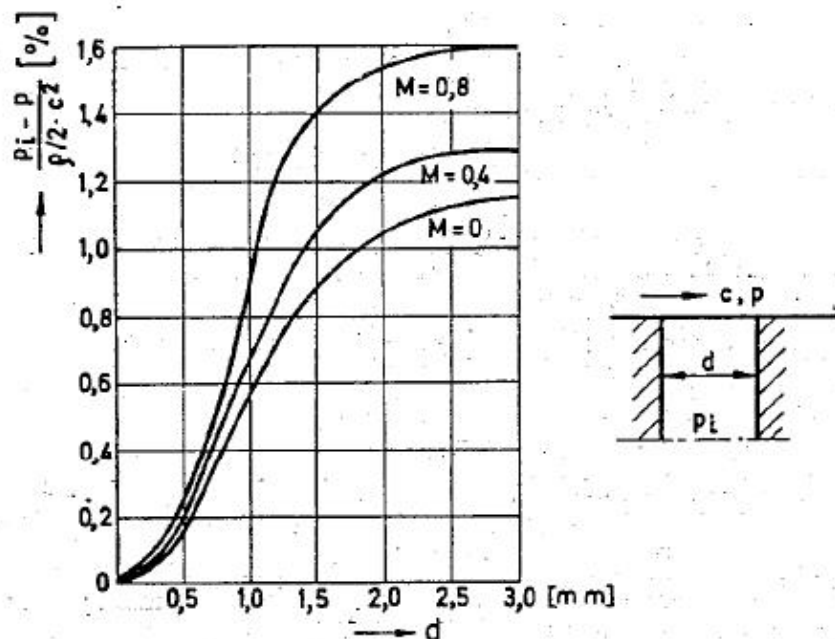


Слика 9. Геометрија отвора за мерење статичког притиска на зиду цеви [ISO...].

Међутим, треба водити рачуна како се отвор прави, јер услед тога настају и грешке мерења (грешке при мерењу статичког притиска због облика рупице) нпр. услед неправилно изведеног отвора као и услед несолидне израде.



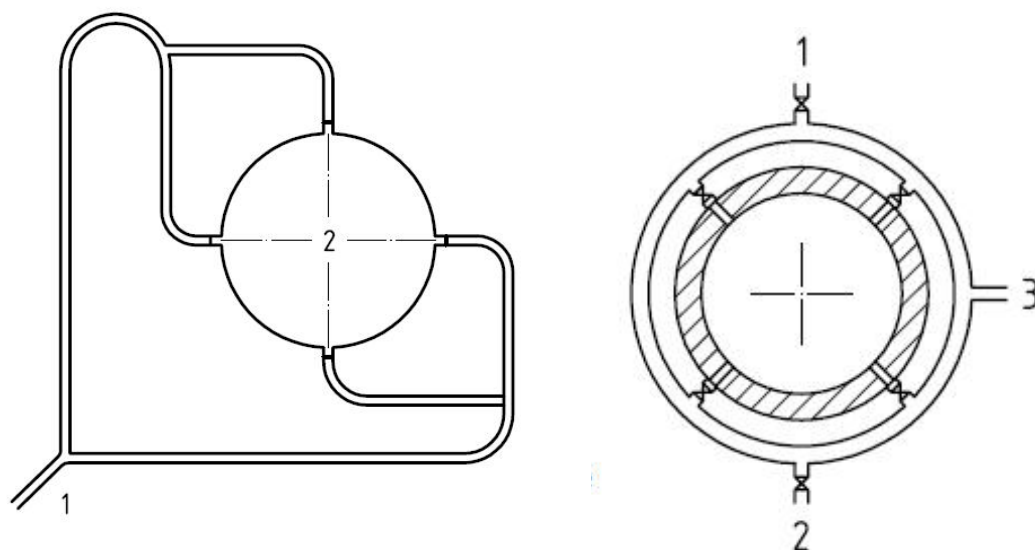
Рејли (Rayle) је извео систематска мерења са различитим облицима отвора и утврдио да Re број не утиче на грешку, већ само облик, величина отвора и степен компресибилности струје тј. Махов број. За рупице чија се оса поклапа са нормалом на осу цеви Рејли је дошао до следећих резултата.



Слика 10. Грешка при мерењу струјног притиска у зависности од пречника рупице и M броја [1]

Битно је да оса рупице буде управна на осу цеви и да је руб ивице рупице потпуно чист и гладак.

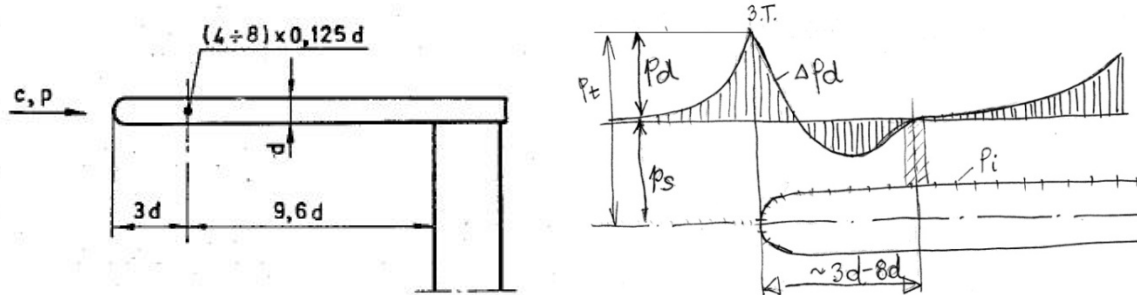
Према стандардима струјни притисак у одређеном мерном пресеку, одређује се као осредњена вредност притиска измереног помоћу 4 отвора избушена на зиду цеви (под углом од по 90°) при чему се употребљава огрлица од црева.



Слика 11. Положај рупица за мерење статичког притиска у мерном пресеку [ISO...]

Мерење притиска у струјном пољу

Уколико желимо да меримо притисак у струји флуида тада се користе сонде. На слици 12. приказана је стандардна сонда за мерење статичког притиска.



Слика 12. Прантлова сонда за мерење статичког притиска [1]

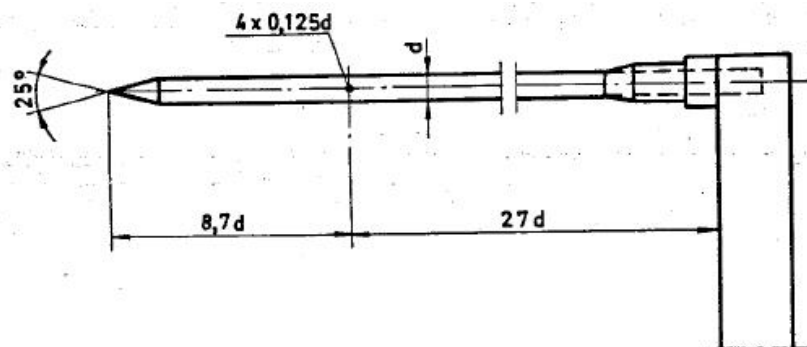
Одстојање рупица од чела носа има тачно одређену вредност јер рупице морају бити на месту где се поништавају утицаји врха носа сонде и држача сонде ($3d \div 8d$).

Сонда за мерење притиска мора имати такве димензије да:

- не ремети струјање (најмањих могућих димензија) $d/D < 0,02$
- дужина главе сонде мора да се поклапа са струјницом, при чему угао мора бити $< 10^\circ$ да би притисак мерили са грешком мањом од 2%.

Сонда мора да буде направљена према упутствима, у супротном треба да се калибрише (еталонира).

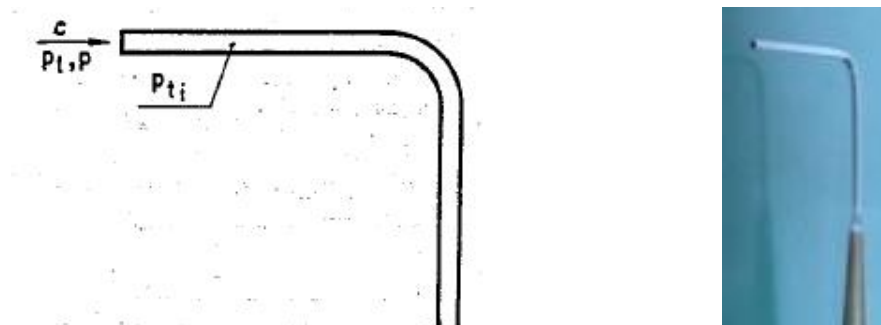
Прантловом сондом статички притисак мери се прилично тачно до $M=0,8$. Међутим, уколико се мери притисак у струјању при $0,8 < M < 1$ и више, долази до локалних компресибилних удара на сонду тако да наступају веће грешке које могу да износе и до 6%. Зато се статички притисак мери специјалним сондама тзв. надзвучном сондом.



Слика 13. Надзвучна сонда [1]

3.3. Мерење тоталног притиска

Тотални (зауставни, укупни) притисак мери се помоћу тзв. Пито (Pitot) сонде. Грешка мерења је мала и износи 0,2% до $M=1$, јер се заустављање струје у цевчици изводи веома брзо тако да долази до потпуне изентропске компресије без губитака. Унутрашњи пречник отвора сонде на носу сонде треба да задовољи захтев $d_u/d=0,6$. Помоћу Пито сонде се најједноставније и најтачније мери тотални притисак (употреба код авиона, формула у аутоиндустрији, итд.).



Слика 14. Пито сонда [1]

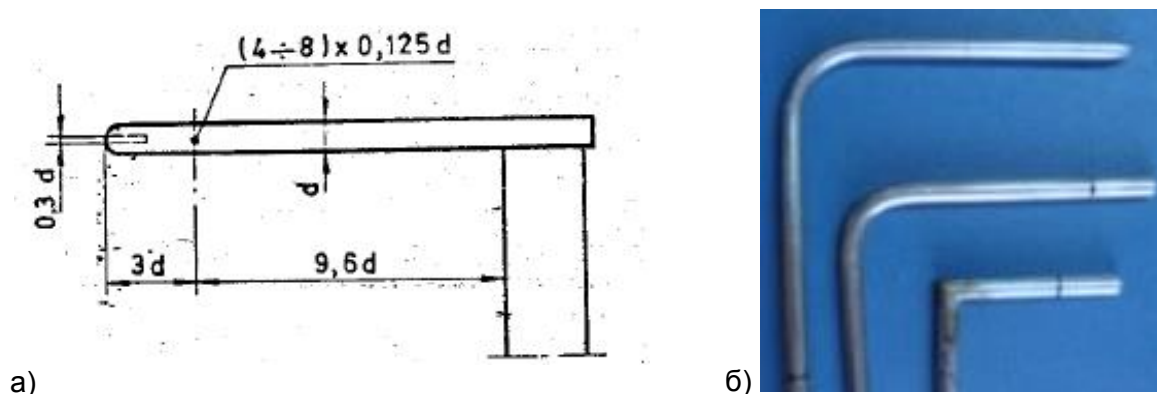
За мерење тоталног притиска може се користити и цилиндрична сонда са једном рупицом (обавезна калибрација).

При струјању за $M>1$ ствара се ударни талас, где је веза између правог и измереног тоталног притисака дата преко израза:

$$\frac{P_t}{P_{ti}} = \left(\frac{2}{x+1} M^2 - \frac{x-1}{x+1} \right)^{\frac{1}{x-1}} \left[\frac{(x-1)M^2 + 2}{(x+1)M^2} \right]^{\frac{x}{x-1}}$$

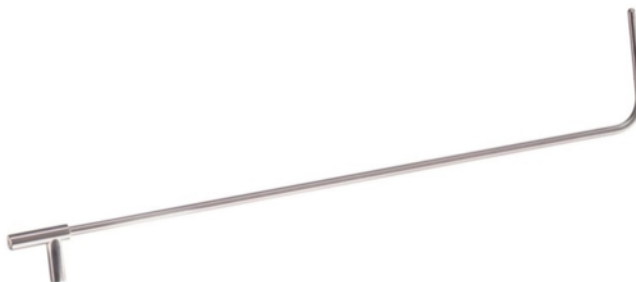
3.4. Комбиноване сонде

Зауставни и статички притисак могу се мерити истом сондом тзв. комбинованом сондом (Пито-статичка сонда). Изглед Пито-Прантлове сонде дат је на слици 15.а, док је на слици 15.б дат изглед неколико Пито-статичких сонди.



Слика 15. а) Пито-Прантлова сонда [1] б) Пито-статичке сонде

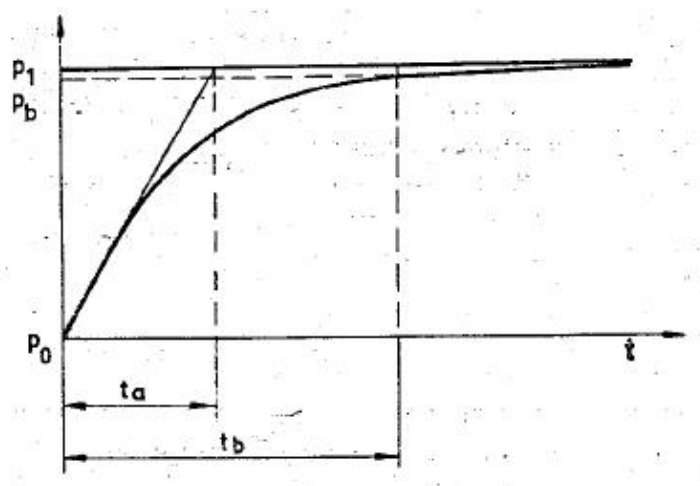
Помоћу ове сонде, која се користи за квази-једнодимензијска струјања, могуће је код нестишљивог струјања на основу измереног динамичког притиска одредити брзину струјања.



Веза сонда – манометар

Веза између рупица на сонди и манометара је врло често остварена помоћу капиларних цевчица д 0,5 mm. Струјање флуида кроз такву цевчицу је пригушено, тако да треба дуже чекати да се успостави стационарно струјање.

Уводи се појам времена успостављања мерног система као и временска константа инструмента. Временска константа t_a дефинисана је као време, које би протекло, кад би се промена притиска од p_0 до p_1 обавила пропорционално са временом.



Слика 16. Време успостављања мерног система и временска конст. инструмента [1]

3.5. Мерила (инструменти за мерење) притиска

Јединица за притисак је Pa .

SI-систем:

$$1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ mbar} = 100 \text{ Pa} = 1 \text{ hPa}$$

Често у употреби:

$$1 \text{ mmVS} = 9,81 \text{ Pa} \sim 10 \text{ Pa}$$

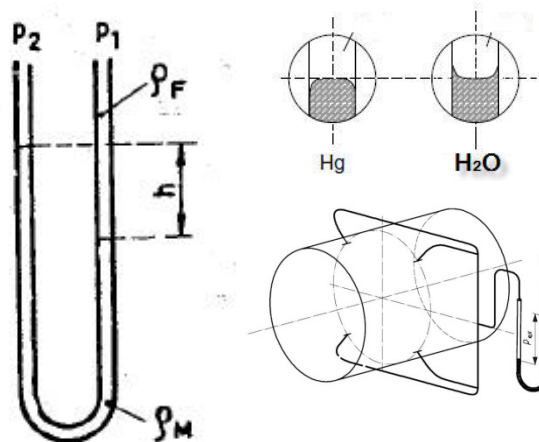
$$10 \text{ mVS} = 0,981 \cdot 10 \text{ Pa} \sim 1 \text{ bar}$$

$$1 \text{ mmHg} = 133,3 \text{ Pa}$$

3.5.1. Механички мерила притиска - манометри

а) U-цев

Најједноставнији, најстарији, најпоузданији инструмент који се и данас користи у лабораторијама. Манометарска течност не сме да се меша са флуидом, да се раствара...



За раван истог притиска:

$$p_1 + \rho_F g x = \rho_F g (x - h) + \rho_M g h + p_2$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = (\rho_M - \rho_F) g h = (\rho_M - \rho_F) g (z_L - z_D)$$

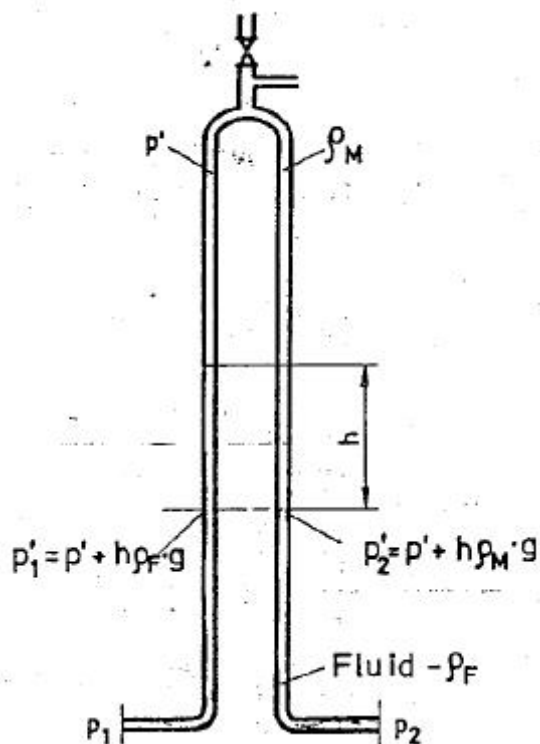
$$\rho_M > \rho_F$$

$$h = \Delta p / (\rho_M - \rho_F) g$$

Флуид	Манометарски флуид
Ваздух	Вода, Алкохол, Жива
Вода	Жива

б) Обрнута U-цев

Користи се за мање разлике притисака, употребљава се при струјању течности.



За раван истог притиска:

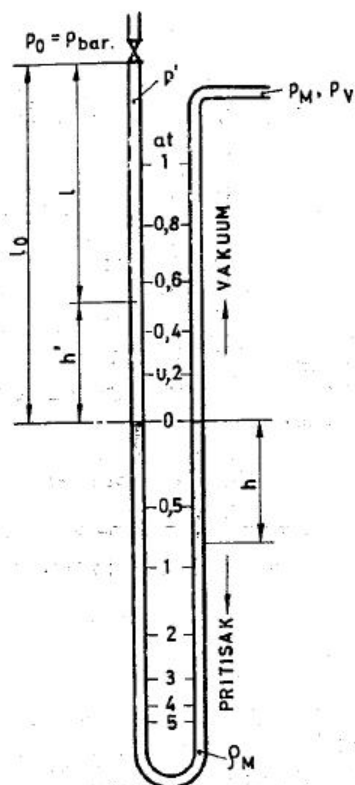
$$p_1 - \rho_F g x = p_2 - \rho_F g (x - h) - \rho_M g h$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = (\rho_F - \rho_M) g h \cong \rho_F g h$$

$$\rho_M < \rho_F$$

$$h = \Delta p / (\rho_F - \rho_M) g$$

с) U-цев са једним затвореним краком



$$\frac{p}{\rho} = RT, T = \text{const}$$

$$\frac{p}{\rho} = pv = \text{const}$$

$$pV = \text{const}$$

$$p \cdot \frac{d^2 \pi}{4} \cdot l = \text{const}$$

$$p \cdot l = \text{const}$$

$$p_b \cdot l_0 = p' \cdot l; l = l_0 \pm h$$

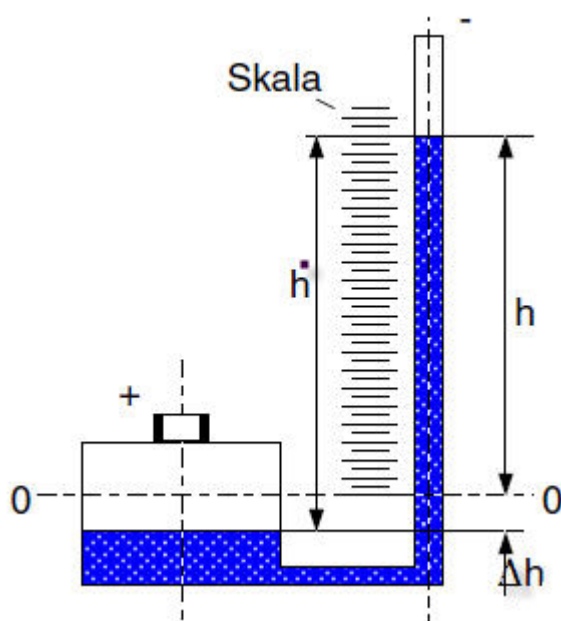
$$p' = p_b \cdot \frac{l_0}{l} = p_b \cdot \frac{l_0}{l_0 \pm h}$$

$$p > p_b \Rightarrow p = p' + 2\rho_M gh = p_b \cdot \frac{l_0}{l_0 - h} + 2\rho_M gh$$

$$p < p_b \Rightarrow p = p' - 2\rho_M gh = p_b \cdot \frac{l_0}{l_0 + h} - 2\rho_M gh$$

д) Манометар са посудом - Прантлов манометар

Микроманометар који се употребљава код струјања гасова.



$$p_1 = p_2 + \rho_M gh' = p_2 + \rho_M g(h + \Delta h)$$

$$V = A_1 \Delta h = A_2 h$$

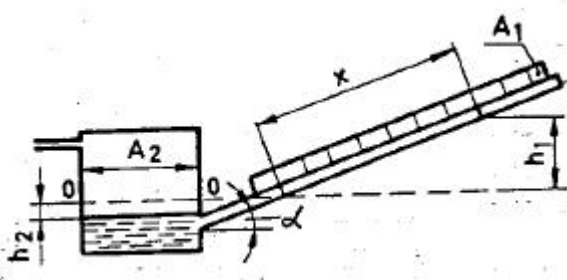
$$\Delta h = \frac{A_2}{A_1} h$$

$$h' = h + \Delta h = h(1 + \frac{A_2}{A_1}) = h \cdot f_{kor}$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = h(1 + \frac{A_2}{A_1}) \rho_M g$$

$$d_2 = 4 \div 8 \text{ mm}; D_1 = 150 \text{ mm} \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} \approx 0$$

е) Коси манометар



$$p_1 = p_2 + \rho_M g h' = p_2 + \rho_M g (h + \Delta h)$$

$$V = A_1 \Delta h = A_2 x$$

$$\Delta h = \frac{A_2}{A_1} x; d_2 = 3 \div 4 \text{ mm}$$

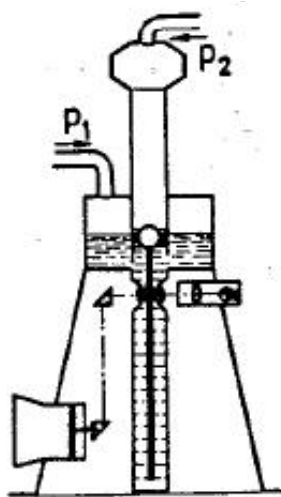
$$h = x \sin \alpha$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho_M g x (\sin \alpha + \frac{A_2}{A_1}) = \rho_M g x k$$

$$x = \frac{\Delta p}{\rho_M g k}$$

ф) Бецов микроманометар

Мерни опсег до 400 mmVS, тачност читавања 0,1 mmVS.



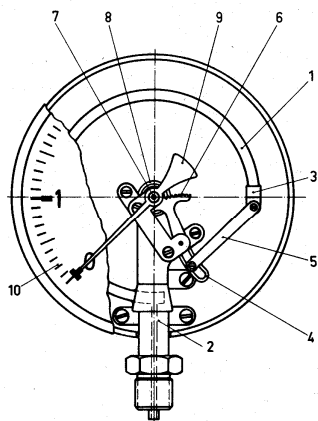
$$p_1 = p_2 + \rho_M g h' = p_2 + \rho_M g (h + \Delta h)$$

$$V = A_1 \Delta h = A_2 h$$

$$\Delta h = \frac{A_2}{A_1} h$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = h (1 + \frac{A_2}{A_1}) \rho_M g$$

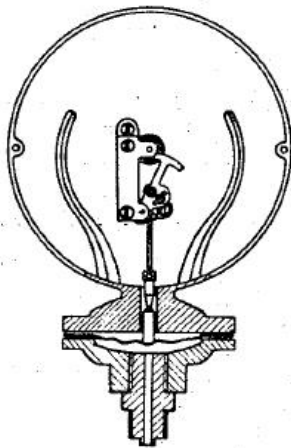
г) Манометар са Бурдоновом (Bourdon) опругом



Опруга је кружно (најчешће) савијена цев. Често се употребљава за визуелну контролу притиска, мери се релативни притисак.

Постоје одређене класе тачности манометара, према процентуалној грешци од целокупне скале мерења.

h) Манометри са мембранском опругом



Постоје и разне друге конструкције механичких манометара: Прстенаста вага итд.

Код U-цеви могу се применити и електричне методе за мерење висине стуба течности у U-цеви, које користе следеће мераче нивоа: капацитивне, индуктивне, отпорне, итд.

3.5.2. Електрична мерила притиска – давачи (сензори) притиска

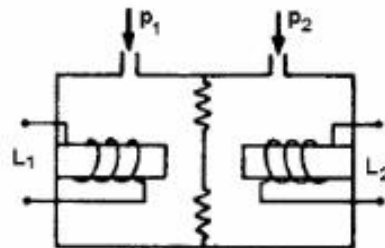
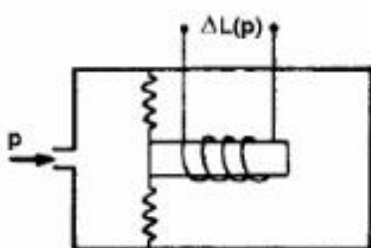
Пре употребе морају се калибрисати (еталонирати). Више о овим типовима мерила притиска тј. давача притиска биће у оквиру дела Сензори.



Електрична мерила притиска

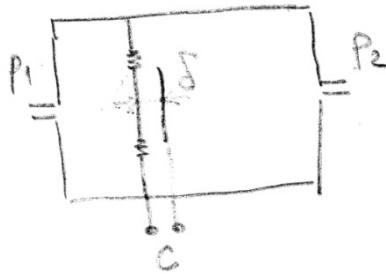
Укратко, постоје електрична мерила притиска са следећим најчешће коришћеним давачима (сензорима) притиска:

а) Електромагнетни сензор (индуктивни)



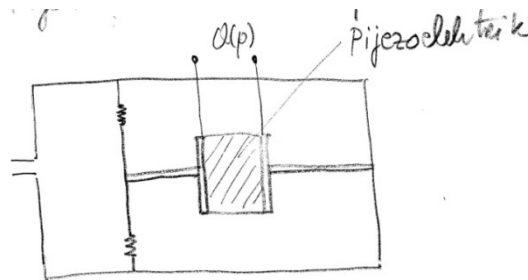
Индуктивни: У кућишту се налази мембрана са фотоелектричним језгром и калемом (намотај) - под дејством притиска мембрана се помера тј. индуктивност се мења кретањем језгра унутар калема. Код диференцијалног, у кућишту се налази мембрана са два калема (намотаја) - под дејством притиска мембрана се помера тј. промена индуктивности једног калема у односу на други се региструје.

b) Капацитивни сензор



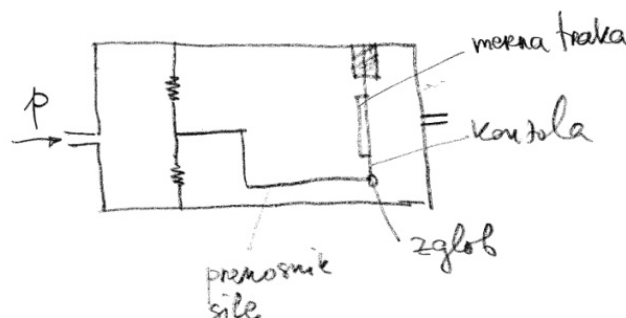
Електрични кондензатор са два проводника на растојању δ , између диелектрик. Промена растојања, услед притиска, изазива промену капацитивности.

c) Пијезоелектрични сензор



Користи се својство кристала, очитава се разлика потенцијала услед дејства притиска на кристал.

d) Тензометријски давачи (мерне траке)



Еталонирање мерила притиска се најчешће обавља уз помоћ клипних калибратора.

4. Мерење интензитета и правца брзине струјања

Брзина струјања флуида може се мерити помоћу следећих поступака:

- мерењем притисака (класичне сонде),
- механичким путем преко обртања лопатица (хидрометријска крила, турбински мерачи, анемометри са крилцима...),
- помоћу мерења температура (загрејана жица - топло влакно, загрејани филм),
- оптичким методама (ЛДА, ПИВ).

4.1. Мерење брзине помоћу класичних сонди

Брзина нестишљивог струјања може се одредити индиректно мерењем разлике тоталног и статичког притисака тј. мерењем динамичког притиска.

Да би одредили брзину стишљивог струјања неопходно је одредити Махов број и брзину звука, односно брзина се одређује индиректно мерењем тоталног, статичког притисака и струјне (статичке) температуре.

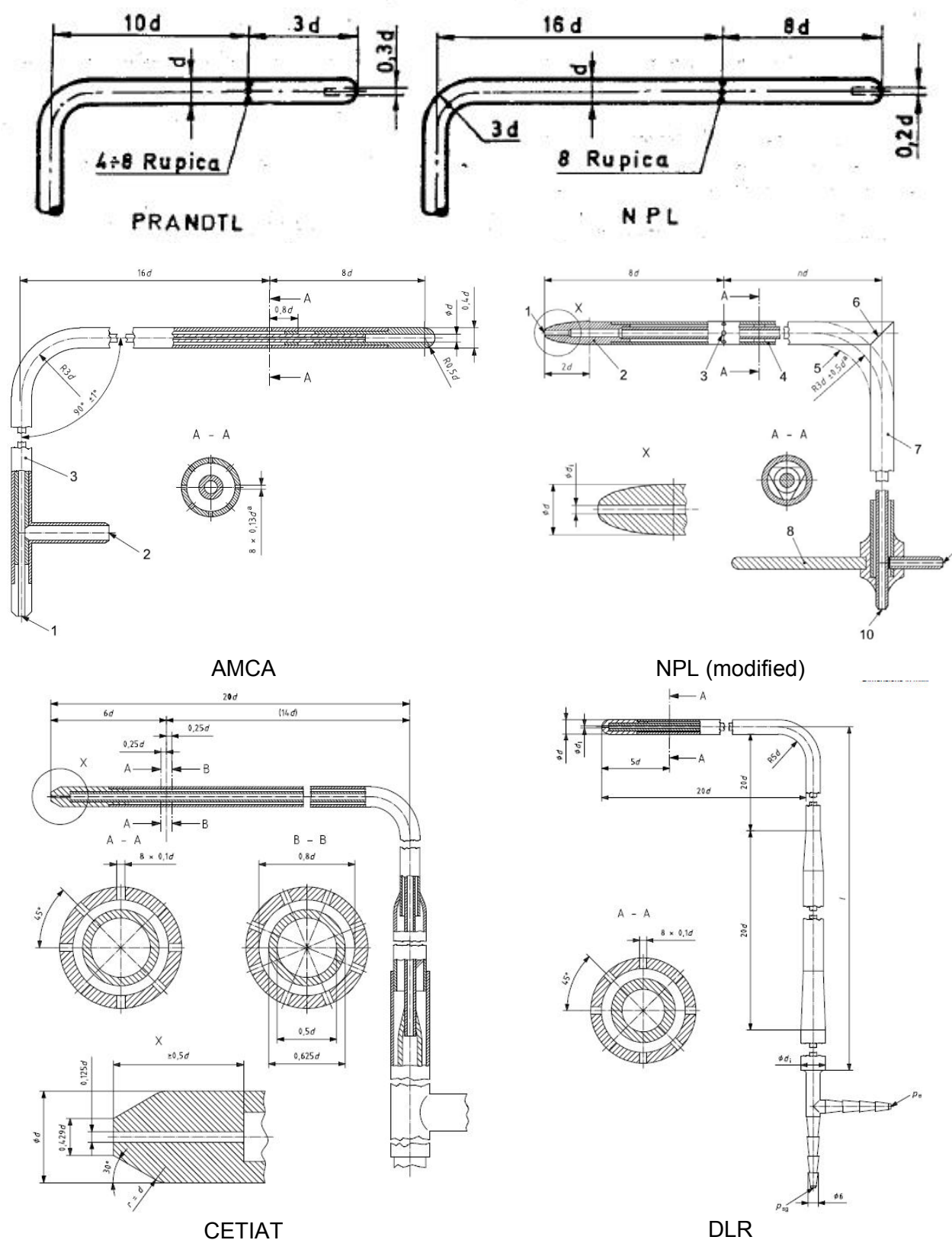
Одређивање брзине струјања мерењем притисака подразумева употребу класичних сонди (о неким је већ било речи).

Једнодимензијско струјање

Уколико је правац струјања паралелан са осом цеви, тј. постоји једнодимензијско струјање, за одређивање брзине струјања користе се следеће комбиноване сонде (Пито-статичке сонде) за мерење тоталног и статичког притисака:

- Пито-Прантлова сонда,
- NPL тип сонде,
- AMCA (Air Movement and Control Association) тип сонде,
- NPL (modified National Physical Laboratory) модификовани тип сонде;
- CETIAT (Centre Technique des Industries Aérauliques et Thermiques) тип сонде;
- DLR (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt) тип сонде.

а може се употребити и комбинација Пито сонде (за мерење тоталног притиска) и рупице на зиду цеви која служи за мерење статичког притиска.



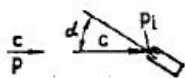
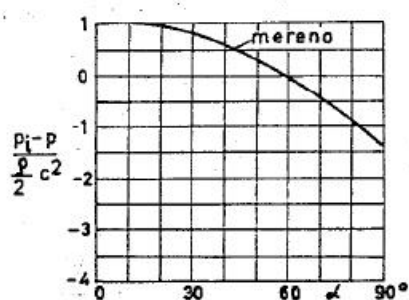
Слика 17. Пито-Прантлова, NPL, AMCA, CETIAT и DLR сонда [1], [ISO]

Предност NPL сонде у односу на Пито-Прантлову сонду је та што је мање осетљива: за мерења у близини зида, на нападни угао и у неједноликој струји (тј. у пољима са већим градијентима промене брзине). Мана NPL сонда је њена гломазност.

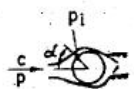
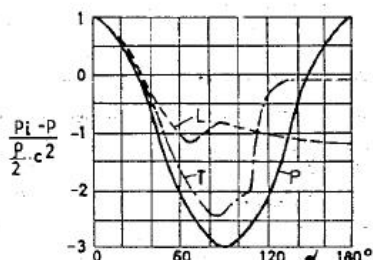
За одређивање правца струјања најмеродавнија је осетљивост сонде на нападни угао.

Осетљивост сонде на нападни угао дефинише се коефицијентом:

$$k = \frac{p_i - p}{\rho \frac{c^2}{2}}$$

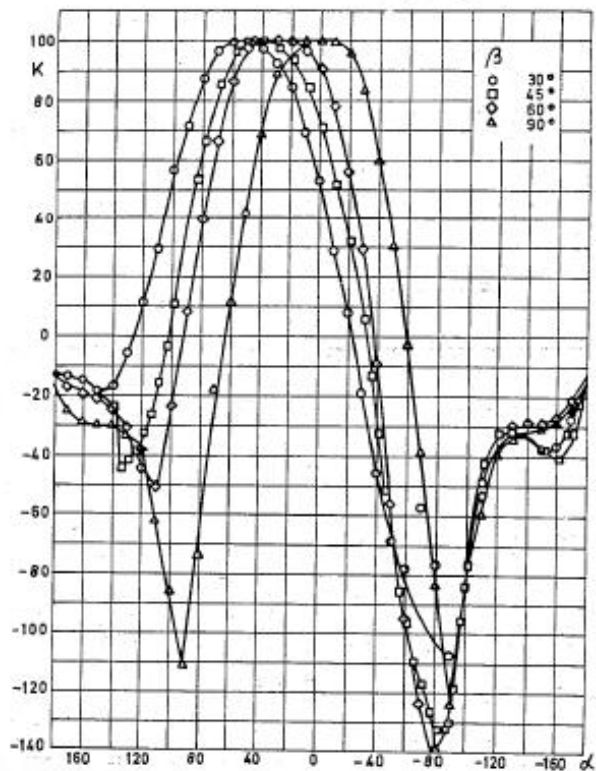
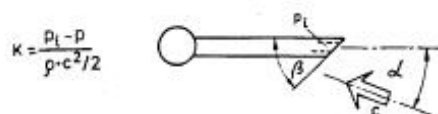


а)



б)

L - laminarno
T - turbulentno
P - potencijalno



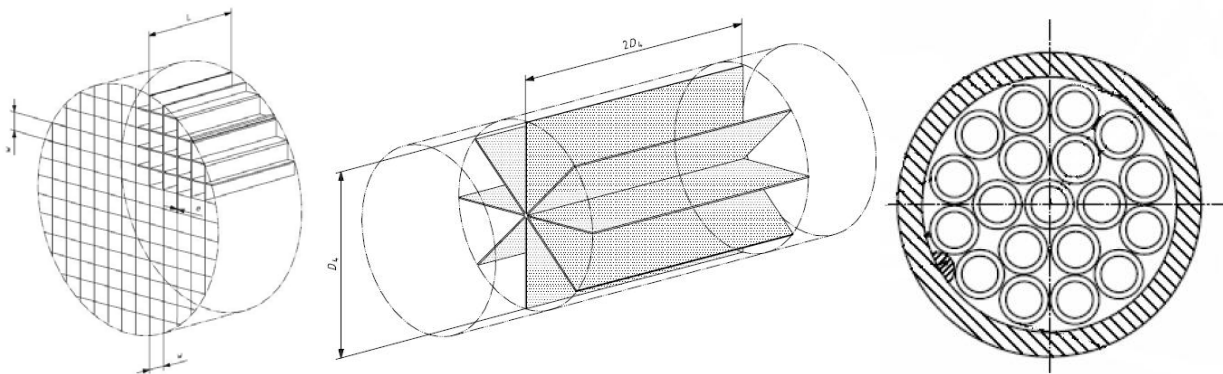
ц)

Слика 18. Осетљивост сонде [1]

Када је $k = 0$ сонда директно мери струјни притисак, док за $k = 1$ мери тотални притисак у рупици. На слици 18.а. приказани су резултати закретања Пито сонде (због благе криве грешке су велике), док су на слици 18.ц. приказани резултати закретања сонде са засеченим врхом сонде.

Да би се обезбедило струјање флуида које је паралелно са осом цеви (једнодимензијско струјање), а самим тим и употреба класичних Пито-статичких сонди, неопходно је, према стандардима, обезбедити довољну дужину праве деонице цеви испред и иза мерног пресека у који се уноси сонда. Те дужине зависе од локалног отпора који је уграђен на почетку и на крају праве деонице цеви, и најчешће износе око $20D$ испред и $5D$ иза мерног пресека (где је D - пречник цеви).

Уколико у цеви не постоји довољна дужина правих деоница цеви и правац струјања није паралелан са осом цеви, неопходна је уградња исправљача струјања. Постоји неколико типова стандардних исправљача, од којих су три типа приказана на доњој слици.



Слика 19. Исправљачи струје [ISO...]

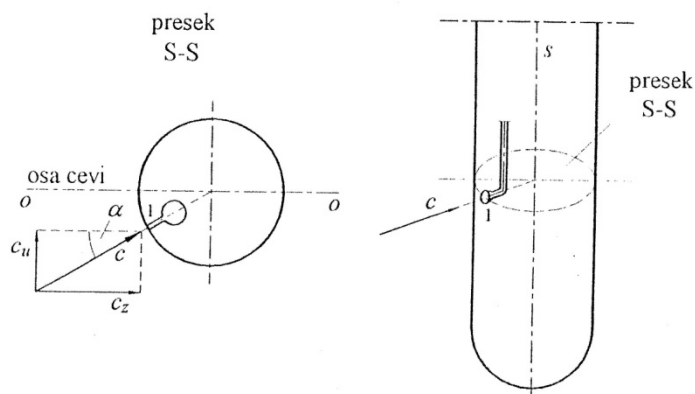
Гломазност наведених сонди и ограничења при уградњи, условили су развој модификованих сонди за одређивање правца и интензитета брзине струјања. Ове сонде морају се калибрисати (еталонирати) помоћу еталонске Пито-сонде у аеротунелима.

Дводимензијско (раванско) струјање

1. Цилиндричне сонде - са једном, две и три рупице.

Најједноставније сонде, једноставно се убацују у цев или канал. Помоћу цилиндричних сонди одређује се интензитет и правац брзине струјања. Морају се калибрисати (еталонирати) помоћу Пито сонде у аеротунелу.

- Цилиндрична сонда са једном рупицом [3]



- Одеђивање правца струјања:

реперни правац φ_0 ($\varphi_0 = 0$)

$$\varphi_1 \rightarrow p_1$$

$$\varphi_2 \rightarrow p_2 = p_1$$

$$\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$$

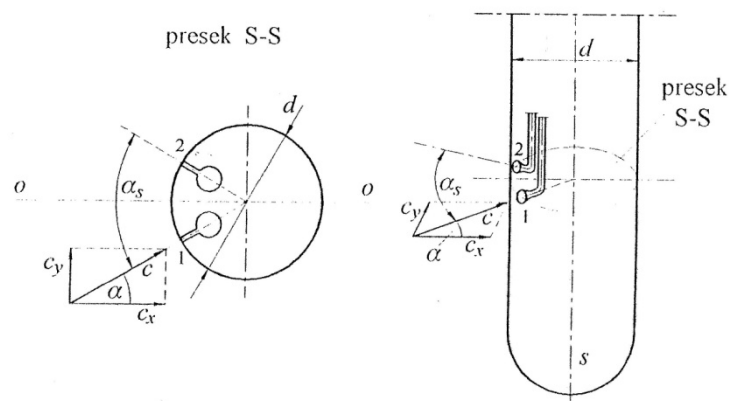
$$\alpha = |\varphi - \varphi_0| = \left| \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} - \varphi_0 \right|$$

$$\varphi \rightarrow p_t$$

$$\varphi \pm \alpha_s \rightarrow p$$

$$\alpha_s = 39 \div 41; \alpha_s = f(\text{Re}_s); \text{Re}_s = \frac{cd_s}{\nu}$$

- Цилиндрична сонда са две рупице [3]



- Одеђивање правца струјања:

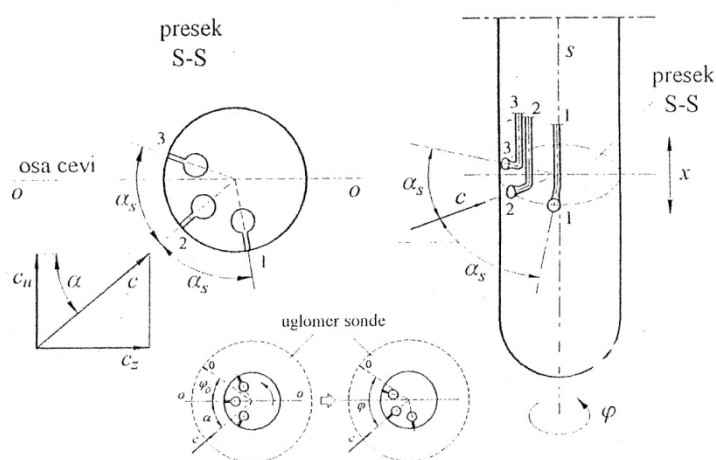
реперни правац φ_0 ($\varphi_0 = 0$)

$$\varphi \rightarrow p_2 = p_1$$

$$\alpha = \left| \varphi - \varphi_0 - \frac{\alpha_s}{2} \right|$$

$$\varphi - \frac{\alpha_s}{2} \rightarrow p_t = p_1; p = p_2$$

- Цилиндрична сонда са три рупице [3]



- Одеђивање правца струјања:

реперни правац φ_0 ($\varphi_0 = 0$)

$$\varphi \rightarrow p_1 = p_3$$

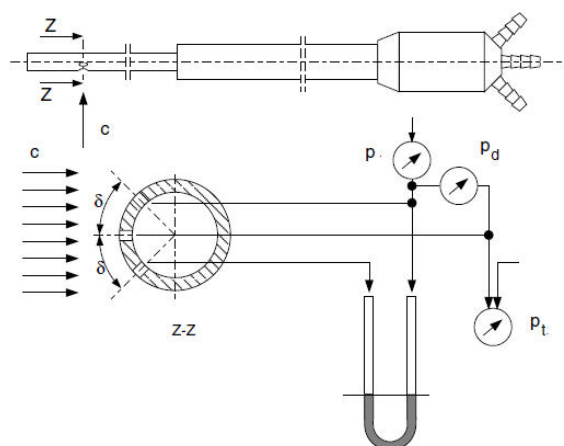
$$\alpha = |\varphi - \varphi_0|$$

$$\varphi \rightarrow p_t = p_2; p = p_1$$

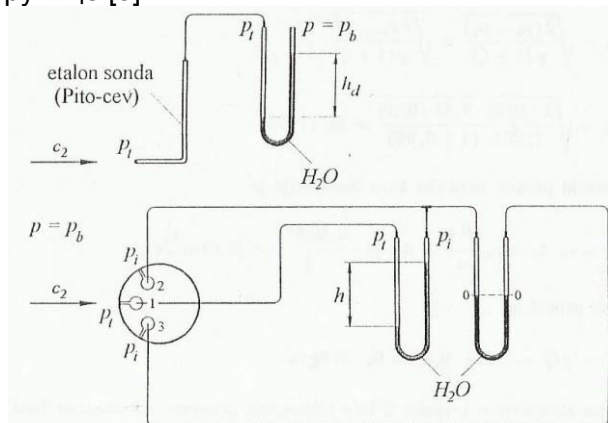
$$M \leq 0,55$$

$$k = \frac{p_i - p}{\rho \frac{c^2}{2}}$$

Повезивање цилиндрична сонда са три рупице са мерилима притиска [4]

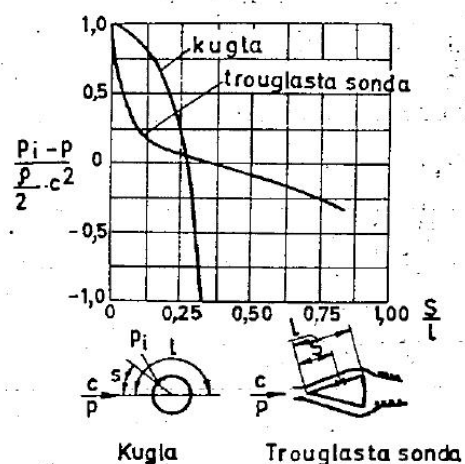
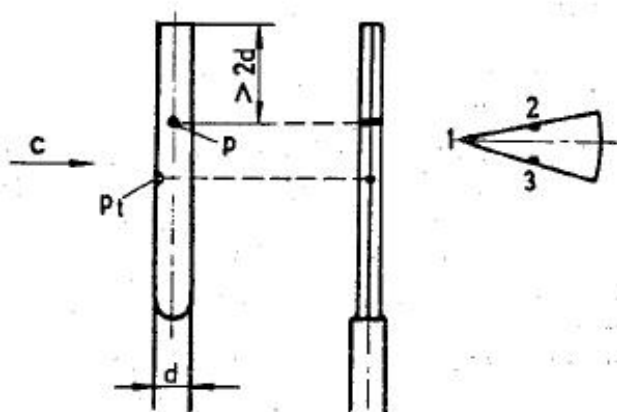


Калибрација цилиндричне сонда са три рупице [3]



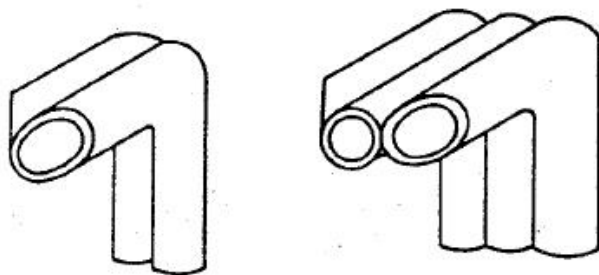
2. Троугласта сонда

Мање је осетљива на Re и M број од цилиндричне сонде.



3. Кобра сонда

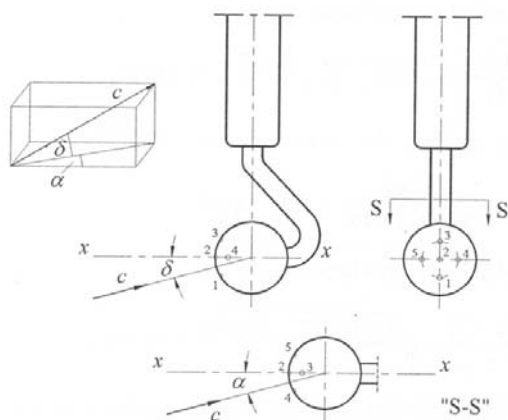
Конструктивно посматрано може бити са две цевчице када се користи за одређивање правца струјања (угловна сонда) или са три цевчице (одређивање правца и тоталног притиска).



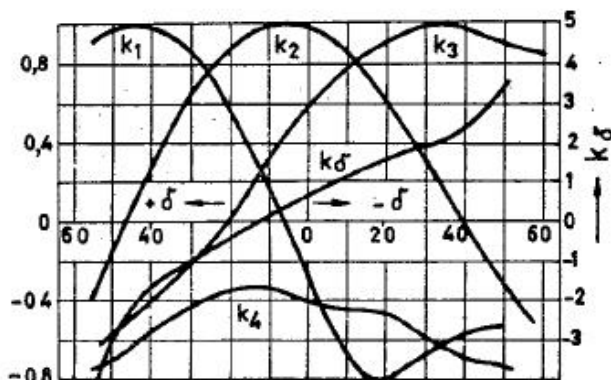
За цевчице са $d=0,5 \text{ mm}$ и са углом носа од $\beta=60^\circ$, добијена је тачност од $\pm 0,2\%$ при мерењу правца струјања.

Тродимензијско (просторно) струјање

1. Кугласта сонда.



Осетљива је на: утицај граничног слоја, М број и близину зида.



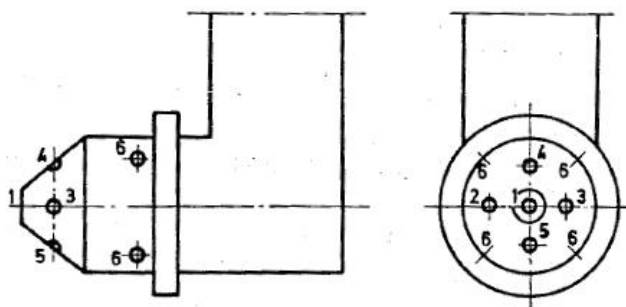
$$p_4 = p_5 \rightarrow \alpha$$

$$k_i = \frac{p_i - p}{\rho \frac{c^2}{2}}; k_\delta = \frac{p_3 - p_4}{p_2 - p_4} = \frac{k_3 - k_4}{k_2 - k_4} \rightarrow \delta$$

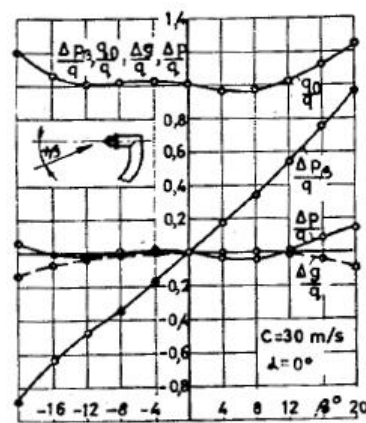
$$\rho \frac{c^2}{2} = \frac{p_1 - p_2}{k_1 - k_2} = \frac{p_2 - p_3}{k_2 - k_3} = \dots;$$

$$p = p_1 - k_1 \rho \frac{c^2}{2} = p_2 - k_2 \rho \frac{c^2}{2} = \dots$$

2. Шестоканална Конрад сонда.



Иза четири рупица означене са 6, а које служе за мерење струјног притиска, налази се прстен чијим се постављањем смањује димензија главе сонде (тј. растојање између врха сонде 1 и рупице 6).



$$p_2 = p_3 \rightarrow \alpha$$

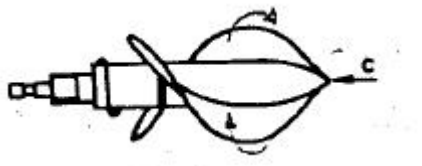
$$k_q = \frac{\rho \frac{c^2}{2}}{p_1 - p_6}; k_\delta = \frac{p_5 - p_4}{p_1 - p_6}; k_\alpha = \frac{p_3 - p_2}{p_1 - p_6} = 0$$

$$k_s = \frac{p - p_6}{p_1 - p_6}; k_t = \frac{p_t - p_1}{p_1 - p_6};$$

4.2. Мерење брзине помоћу мерила са обртним лопатицама

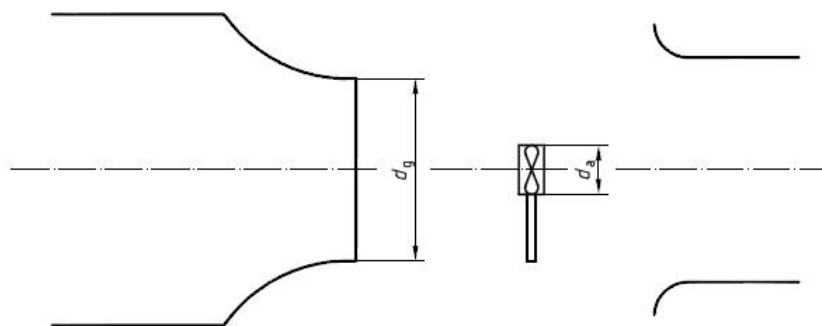
1. Хидрометријско крило

За мерење брзине воде у рекама, каналима и турбинским цевоводима. Мерило најчешће има 2-3 завојне лопатице. Циљ је наћи зависност брзине струјања од броја обртаја хидрометријског крила $c = f(n)$. Неопходна је калибрација (еталонирање).



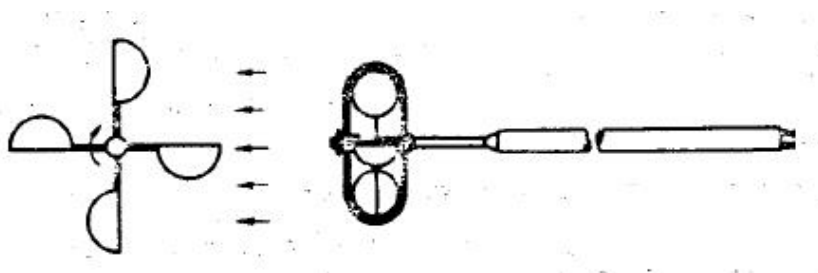
2. Анеометри са крилцима

За мерење брзине ваздуха у каналима. Неопходна је калибрација (еталонирање) у аеротунелима помоћу еталонске Пито сонде.



Пречник излазне млазнице аеротунела мора бити најмање 1,5 пута већи од пречника главе анеометра.

У отвореној струји ваздуха, нарочито у метрологији, користе се анеометри са кашикама.



4.3. Мерење брзине помоћу загрејане жице

Сонде које мере брзину на основу показивања притиска нису погодне за мерење нестационарних поља брзина, због временског кашњења, пригушења у цевчицама као и због саме везе манометар-сонда. Поред тога појављују се и тзв. резонантне појаве у цевима.

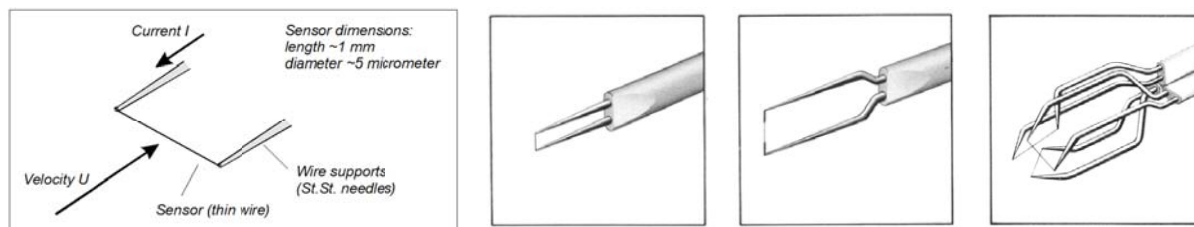
Искуство показује да су сонде за мерење брзине преко притиска, применљиве само до учестаности од неколико Hz.

Савремена струјна техника у области механике флуида, турбомашина итд., захтева поуздане и тачне методе мерења брзина струјања у нестационарној области. Ово се нарочито односи на истраживања у турбулентној области.

За сва нестационарна, а такође и стационарна, струјања може да се користи анемометар са загрејаном (врелом) жицом (Hot wire), који мери струјања фреквенције и до неколико kHz. Постоје сонде са три и више усијаних жица за мерење просторног поља брзина.

Анемометри са загрејаном жицом раде на принципу везе између одведене количине топлоте са загрејане жице (која се загрева електричном енергијом) и брзине струјања флуида.

Сонда анемометра састоји се од танке жице (материјал: волфрам, платина или нека друга легура, дебљине $5\div 30\text{ }\mu\text{m}$), која је тврдо лемљена између 2 стубића на растојању од $4\div 0,2\text{ mm}$ и дужине од $0,2\div 25\text{ mm}$. Због малих димензија сонде мерење брзине се изводи практично у тачки.



Слика 20. Изглед главе сонде анемометра са загрејаном жицом [15].

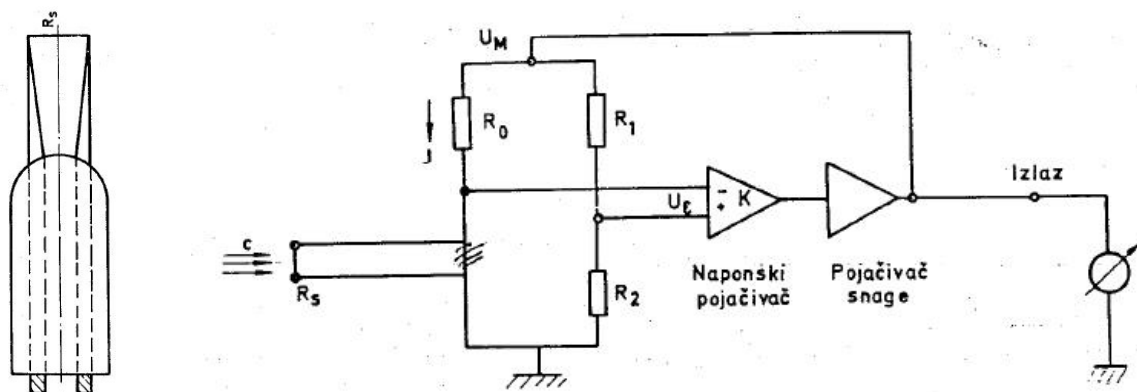
Односно анемометар ради на принципу промене одведене топлоте са отпорника (R_s) са променом брзине струјања (видети Сliku 20.).

Постоје два основна типа анемометара са загрејаном жицом:

а) анемометри са константном струјом (ССА - Constant Current Anemometry), код којих кроз сонду пролази константна једносмерна струја. У зависности од брзине струјања долази до различитог одвођења топлоте са загрејане жице, односно промене температуре сонде. Променом температуре жице мења се и њен електрични отпор. Податак о брзини добија се на основу мерења електричног отпора на сонди. Ова веза је нелинеарна.

$$U = RI; \quad I = \text{const}; \quad R = f(t); \quad t = f(c) \Rightarrow U = f(c)$$

б) анемометри са константним температуром (СТА - Constant Temperature Anemometry), који се најчешће користи. Раде на принципу одржавања сталне вредности електричног отпора сонде, односно температуре загрејане жице. Блок шема овог анемометра дата је на слици 21.



Слика 21. Изглед главе сонде анемометра са загрејаном жицом [15]

R_0 , R_1 и R_2 су фиксни отпорници велике стабилности. Када је мост у равнотежи, тада је $R_s \cdot R_1 = R_0 \cdot R_2$. Значи да кроз сонду тече одговарајућа електрична струја која врши загревање жице на жељену температуру. Свака промена брзине флуида мења количину одведене топлоте, па се мења и температура и отпорност жице. Ово изазива дебаланс моста, што проузрокује повећање напона грешке U_e , који се појачава у напонском појачивачу и појачивачу снаге, чиме се мења напон напајања моста U_M . Промена овог напона изазива такву промену електричне струје кроз сонду, да доводи мост поново у равнотежу, односно загрејану жицу на радну температуру. Значи постоји узајамна веза између вредности струје кроз сонду и брзине струјања флуида, па се као

податак о брзини узима напон напајања моста U_M (напон је пропорционалан струји због константне отпорности).

Веза између излазног напона из анемометра и брзине флуида није линеарна већ има облик:

$$U_M^2 = A + Bc^n.$$

где су: U_M - напон напајања моста; c - нормална компонента брзине на загрејану жицу; A , B – константе; n - експонент ($n \sim 0,5$).

Анемометри са загрејаном жицом типа СТА користе се за мерење брзине ваздуха од веома малих вредности до суперсоничних брзина. То је техника погодна за проучавање финих структура у турбулентним токовима.

Проблеми који се јављају при раду са овом врстом анемометара везани су за жицу, која се лако кида, може да прегори и на њу се лепе нечистоће из флуида.

Могуће је и мерење нападног угла брзине струјања помоћу анемометра са загрејаном жицом.

Постоје и анемометри са загрејаним (врелим) филмом (hot-film) где је танак метални слој нанет на кварцну или керамичку подлогу.

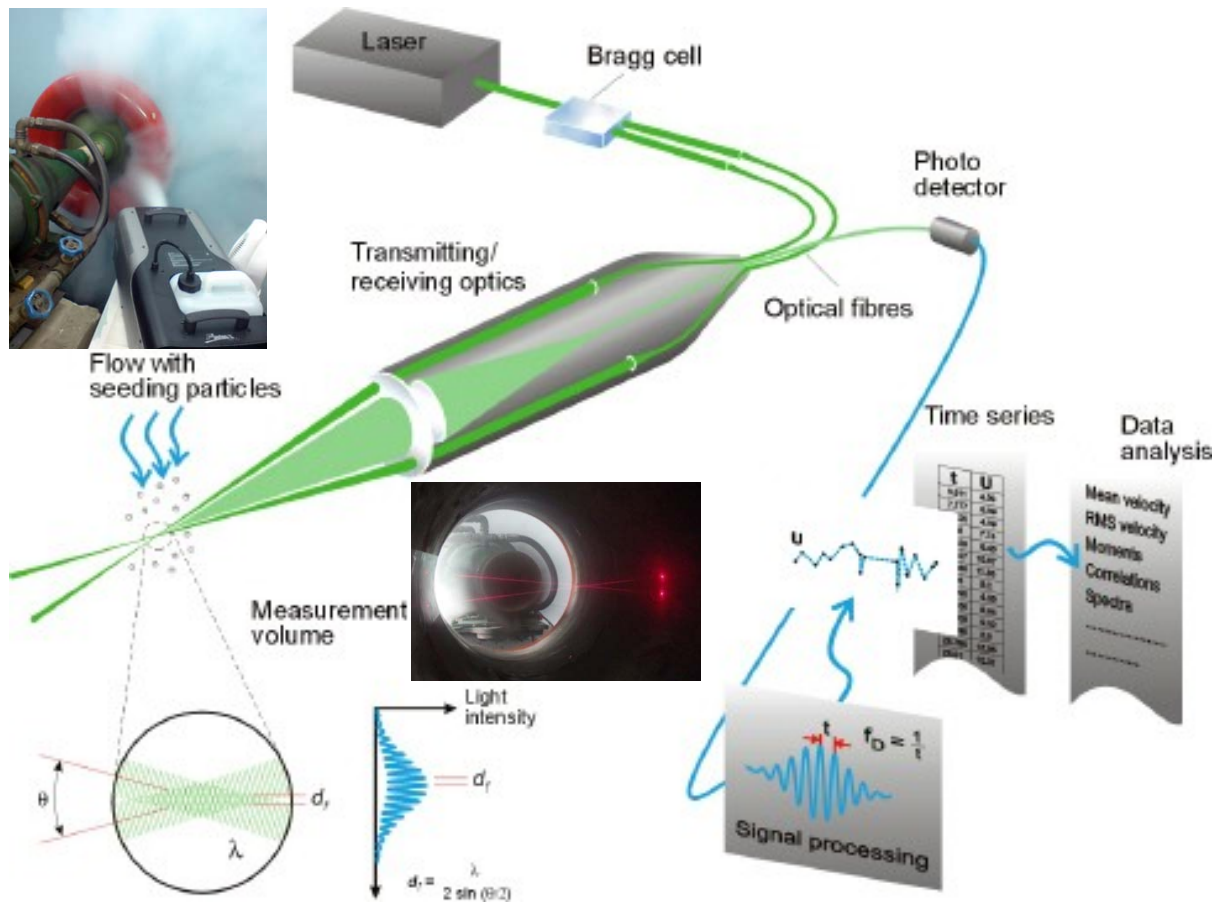
4.4. Мерење оптичким методама (ЛДА, ПИВ)

1. Ласер Доплер анемометрија - ЛДА

Ласер Доплер анемометрија - ЛДА (Laser Doppler Anemometry - LDA) представља једну од оптичких техника мерења, која се користи за одређивање тренутне брзине честица у одређеној тачки струјног тока.

Ова техника користи се за све врсте течности и гасова, уз услов да уређај има оптички приступ мерној тачки и да је обезбеђено присуство честица унутар струјног тока (помоћу гасног распршивача). У питању је неинвазивна мерна техника, са високом просторном и временском резолуцијом и могућношћу мерења повратног струјања.

Мерење се изводи у пресечној тачки два ласерска зрака. Компонента брзине, која се мери, налази се у равни са упадним ласерским зрацима и вертикална је на симетралу угла између њих.



Слика 22. Принцип рада ЛДА [15]

Двокомпонентни ЛДА систем има два пара упадних ласерских зрака, који се налазе у равнима нормалним једна на другу, што му омогућава истовремено мерење две управне компоненте брзине. Постоје и трокомпонентни ЛДА системи, за мерење све три компоненте брзине.

Честице, које пролазе кроз мерну запремину, расипају светлост, коју региструје фотодетектор, постављен у сонди која емитује ласерске зраке, и претвара их у електрични сигнал. Овај сигнал иде у процесор који га обрађује и шаље рачунару, где се уз помоћ одговарајућег софтвера добијају потребни подаци о брзини честице. Фреквенца расејане светлости помера се за износ пропорционалан брзини честице.

Резултат мерења се сматра добрим ако је валидација очитане вредности изнад одређеног процента који је дефинисан софтвером, и ако је фреквенција очитавања

изнад одређене вредности. Уколико то није случај, коригује се концентрација честица у флуиду и мерења се понове.

Велики број читавања и изузетно мала мерна запремина, поред отежаних услова рада (присуство честица унутар струјног тока и ласерско зрачење), чине ЛДА систем веома погодним за мерења у областима турбулентних струјања. ЛДА систем представља једну од најбржих и најпрецизнијих метода за мерење брзине струјања (није потребна калибрација).

2. ПИВ анемометрија [5]

Анемометрија снимањем честица - ПИВ (Particle Image Velocimetry - PIV) мерна техника је анемометрија заснована на мерењу брзине микронских честица просејаних у флуидној струји, мерећи њихов померај у познатом временском интервалу.

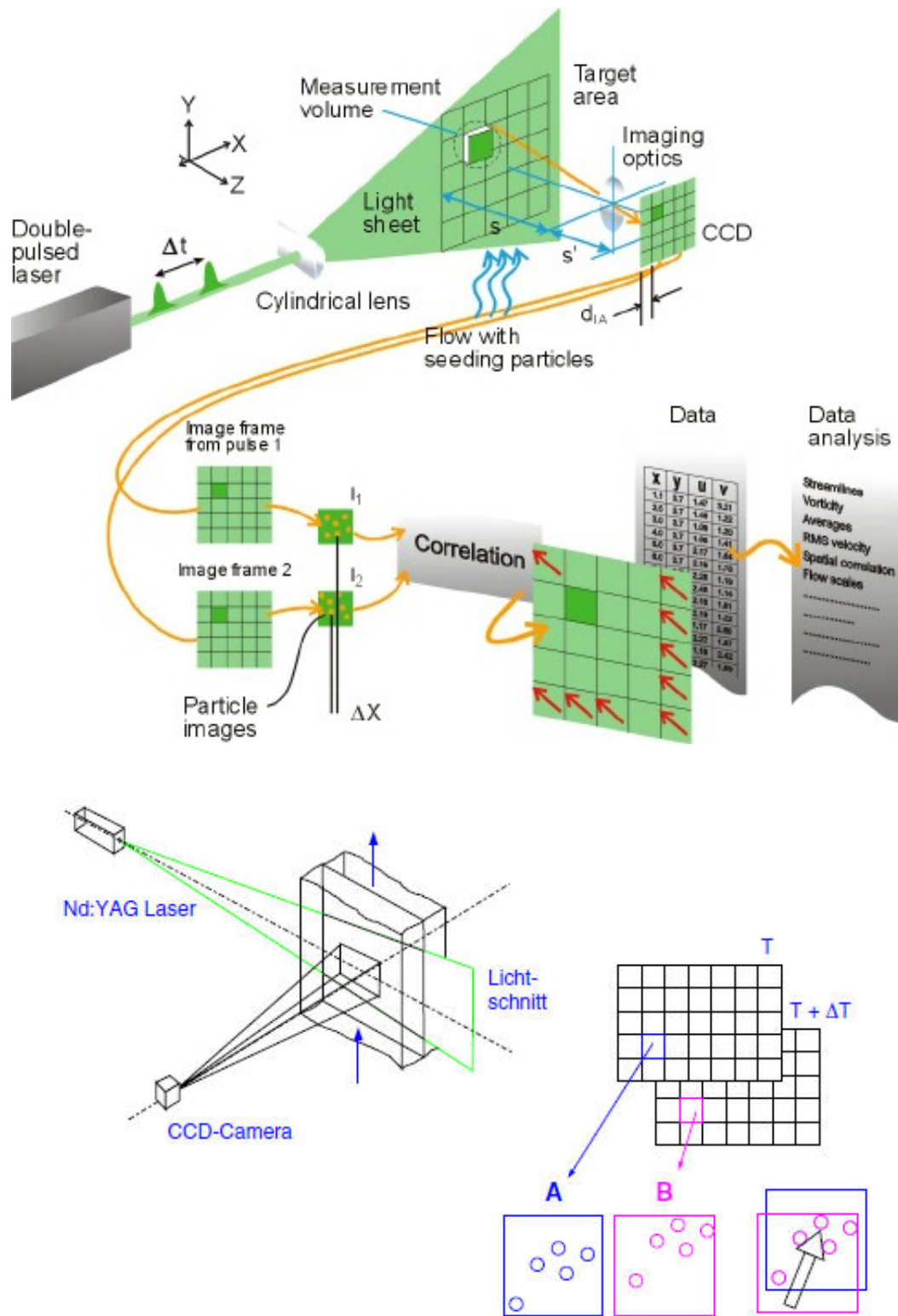
Ова техника обезбеђује мерење тренутних вектора брзине у одговарајућим равнима флуидног тока и уколико је у стерео конфигурацији, обезбеђује мерење просторних вектора брзине у једној равни.

Техника је неинванзивна, изузев уношења маркера, односно просејавања флуида. Применљива је и за течности и за гасове, у распону од пар mm/s до суперсоничних брзина. При малим брзинама могу се користити постојеће “нечистоће” у флуидном току, тако да је неинванзивност методе потпуна.

На инсталацији је неопходно обезбедити одговарајући оптички приступ у најмање две равни и то за: ласер и камеру.

Метода дигиталног ПИВ-а, која је данас у употреби, се заснива на пулсирајућем ласеру, (који врши осветљавање флуидног тока) и дигиталним камерама (које снимају положаје маркера у веома кратким временским интервалима). Све је ово пропраћено и одговарајућим рачунарским конфигурацијама.

Импулсним ласером јаког интензитета, који има велику излазну снагу и могућност формирања ласерског листа од снопа помоћу пропратне оптике, осветљава се раван струјања, два пута сукцесивно, са тачно дефинисаним временским размаком (Δt), који се бира зависно од мерене брзине.



Слика 23. Принцип рада ПИВ [15] [4]

Слике се, синхронизовано са импулсима ласера, узоркују камерама са CCD (charged-coupled device) сензором. Потом следи дигитална обрада слика како би се добило дводимензионо поље брзина. **Детаљан опис ЛДА и ПИВ система дат је у:** Илић Д., Чантрак Ђ. (2017): Практикум за лабораторијске вежбе из мерења при струјању флуида, Машински факултет Универзитета у Београду.