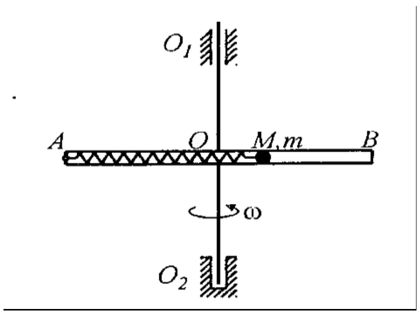
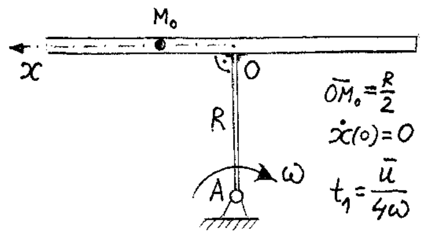
Mehanika 3 *prof Zoran Stokić*

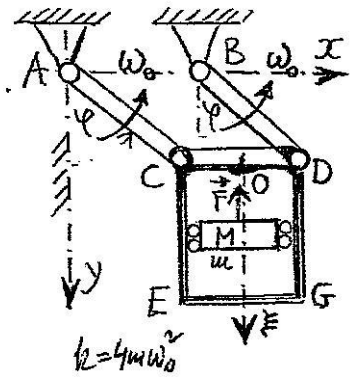
(8) Kolokvijum 6 (relativno kretanje tačke)



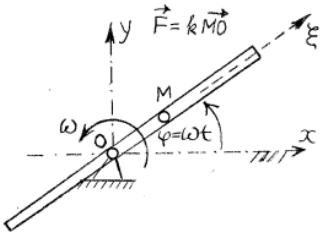
8.1. Cev AB, dužine 2R, obrće se u horizontalnoj ravni oko vertikalne ose, koja prolazi kroz njeno središte O, konstantnom ugaonom brzinom ω. Unutar glatke cevi AB može da se kreće kuglica M mase m, čije kretanje ograničava opruga krutosti c. Opruga je jednim krajem vezana za kuglicu, a drugim krajem za tačku A cevi. U početnom trenutku $t_o=0$, kuglica M je bila u središtu cevi i tada joj je bila saopštena početa brzina (u odnosu na cev) $V_o=R\omega_o\sqrt{3}$; u tom trenutku opruga je bila nenapregnuta. Odrediti: 1) konačne jednačine kretanja u odnosu na koordinatni sistem vezan za cev, 2) reakciju veze u proizvoljnom položaju kuglice M. Uzeti da je krutost opruge $c= 3m\omega_o^2$.



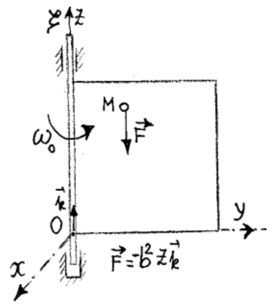
8.2. Ugaonik u obliku slova T (AO=R) obrće se u horizontalnoj ravni oko vertikalne ose Az konstantnom ugaonom brzinom ω. Unutar cevi izdubljen je žljeb unutar koga može da se kreće kuglica M, mase m. Unutar cevi na tačku M dejstvuje privlačna sila $F=10m\omega^2\overline{OM}$ (centar privlačenja je u O). Ako je u početnom trenutku $t_o=0$, tačka M bila u položaju M_o ($OM_o={}^R/_2$) bez relativne brzine, odrediti: a) konačnu jednačinu relativnog kretanja kuglice M (tj. u odnosu na pokretnu koordinatnu osu Ox koja je vezana za žljeb, b) reakciju veze u trenutku $t_1=\frac{\pi}{4\omega}$.



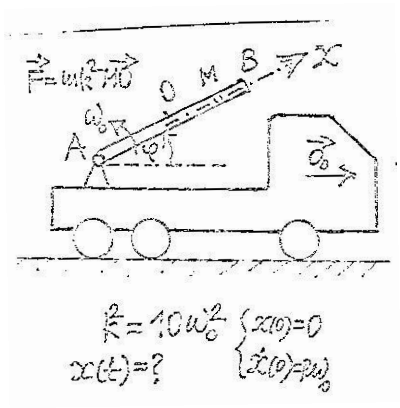
8.3. Krivaje AC i BD (AC=BD=R) obrću se konstantnim ugaonim brzinama ω_o i dovode u kretanje kućište CDEG. Veze u tačkama A, B, C i D su zglobne. Unutar kućišta može da se kreće tačka M, mase m, pod dejstvom privlačne sile (sa centrom u 0) $\vec{F}=k\,\vec{MO}$, $k=4m\omega_o^2$. Osa 0ξ je vezana za kućište. Silu zemljine teže zanemariti. Osa *Ay* inercijalnog sistema *Axy* je vertikalna. U početnom trenutku $t_o=0$ tačka M je bila u miru (u odnosu na kućište) u položaju 0 ($\xi_o=0$), $\varphi(0)=0$. Odrediti: 1) konačnu jednačinu relativnog kretanja tačke M, $\xi(t)$=? 2) reakciju veze.



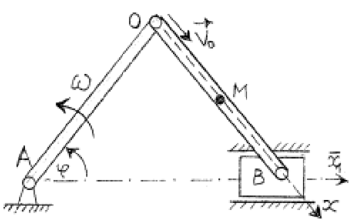
8.4. Cev se obrće oko horizontalne ose Oz konstantnom ugaonom brzinom ω. Kroz glatku cev se kreće tačka M, mase m. Unutar cevi na tačku M dejstvuje i privlačna sila (sa centrom u 0) $\vec{F}=k\,\vec{MO}$, $k=10m\omega^2$. U početnom trenutku $t_o=0$, kada je cev bila na 0x osi, tačka M se nalazila u koordinatnom početku sa zanemarljivo malom početnom brzinom. Odrediti konačne jednačine: 1) relativnog kretanja tačke M $\xi(t)$=?, 2) apsolutnog kretanja. Osa 0y je vertikalna.



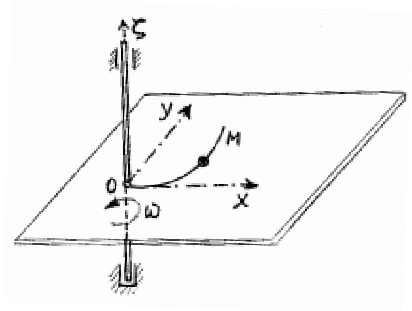
8.5. Materijalna tačka M, mase m, može da se kreće bez trenja po ravni y0z. Ravan y0z obrće se oko ose nepomične ose oζ (osa oζ je usmerena vertikalno naviše i poklapa se sa osom oz) konstantnom ugaonom brzinom ω_o. Na tačku deluje i sila $\vec{F} = -b^2 z \vec{k}$. U početnom trenutku $t_o=0$, tačka M je bila u miru (u odnosu na ravan y0z) u položaju $M_o(y_o=5, z_o=0)$. Odrediti konačne jednačine kretanja tačke M u odnosu na pokretni koordinatni sistem y0z.



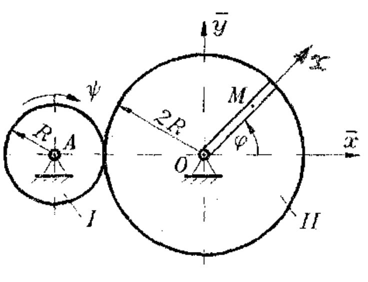
8.6. Vozilo se kreće konstantnim ubrzanjem $a_o=g$ po horizontalnom putu. Za platformu vozila zglobom A vezana je cev AB unutar koje se kreće tačka M, mase m; cev rotira oko horizontalne ose Aξ konstantnom ugaonom brzinom ω_o. Unutar cevi na tačku M dejstvuje i privlačna sila čiji je intenzitet $F=mk^2M0$ (centar privlačenja je u središtu cevi 0; za cev je vezana pokretna osa 0x). Ako je u početnom trenutku $t_o=0$, tačka M bila u 0 (tj. u koordinatnom početku ose 0x) i ako joj je tada saopštena relativna početna brzina $V_o=R\omega_o$ i ako je $\varphi(0)=0$, odrediti konačnu jednačinu kretanja tačke M u odnosu na pokretnu osu 0x, x(t)=? ako je $k^2=10\omega_o^2$.



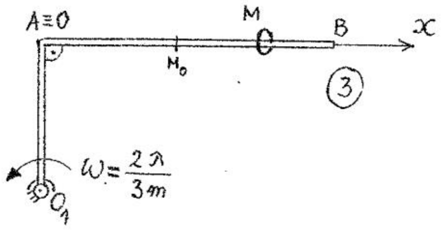
8.7. Krivaja A0, koja se obrće konstantnom ugaonom brzinom ω, dovodi u kretanje polugu 0B. Veze u tačkama A, 0 i B su zglobne, A0=0B=R, a klizač se kreće po nepomičnoj osi AB. Po idealno glatkom kanalu unutar poluge 0B može da se kreće materijalna tačka M, mase m. Ako je u početnom trenutku $t_o=0$, tačka M bila u 0 (tj. u koordinatnom početku relativne koordinatne ose 0x) i ako joj je tada saopštena relativna početna brzina $V_o=R\omega$ i ako je $\varphi(0)=0$, odrediti konačnu jednačinu relativnog kretanja tačke M. Sistem je u horizontalnoj ravni.



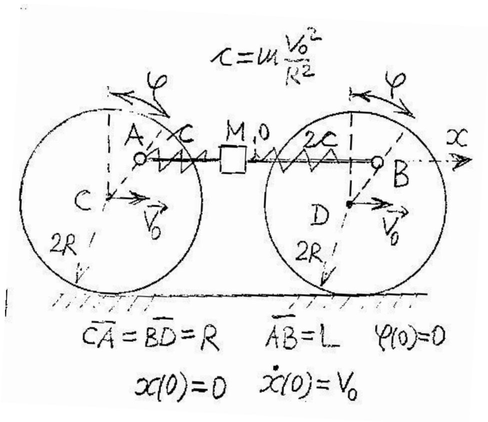
8.8. Glatka žica, savijena u obliku parabole $y=(^1/_2)x^2$, obrće se konstantnom ugaonom brzinom ω oko nepomične vertikalne ose Oζ, u smeru naznačenom na skici. Duž žice može da se kreće materijalni prsten M mase m (zanemarljivih dimenzija). Ako je u početnom trenutku $t_0=0$ prsten M bio u koordinatnom početku i imao brzinu zanemarljivog intenziteta, odrediti reakciju veze u položaju M(2,2).



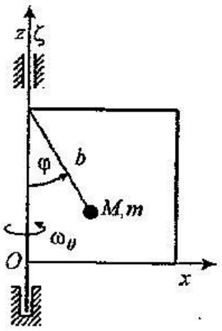
8.9. Zupčanik I poluprečnika R obrće se oko ose Az po zakonu $\psi=4t$ i dovodi u obrtanje zupčanik II poluprečnika 2R oko ose 0z. U $t_o=0$ ugao $\varphi(0)=0$. Po glatkom kanalu urezanom u zupčanik II može da se kreće tačka M mase m. Odrediti konačnu jednačinu relativnog kretanja u odnosu na pokretnu osu 0x (koja je vezana za kanal). Nepomična osa 0ŷ je vertikalna. Uzeti da je ubrzanje teže g ≈ 10 (m/s^2). U $t_o=0$ tačka M je bila u koordinatnom početku i imala početnu relativnu brzinu $V_x(0)=\frac{5}{2}(\frac{m}{s})$.



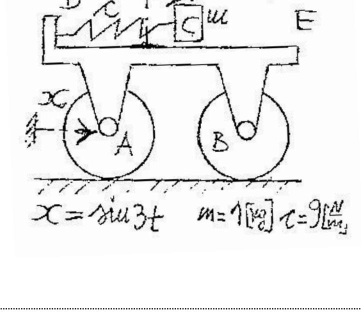
8.10. Ram 0_1AB ($0_1A=b$) obrće se u horizontalnoj ravni oko vertikalne ose 0_1z konstantnom ugaonom brzinom $\omega=(2\lambda/3m)$. Po delu rama AB može da se kreće prsten M (tačka), mase m. U početnom trenutku $t_o=0$, prsten M je bio u relativnom miru (u odnosu na cev) u položaju M_o ($AM_o=b$). Pri kretanju prstena unutar cevi stalno se javlja otporna sila $F=\lambda V$, koja je preko konstante λ srazmerna apsolutnoj brzini kuglice ($\lambda > 0$). Zadate veličine su date u Međunarodnom sistemu jedinica. Odrediti: a) konačne jednačine realativnog kretanja prstena u odnosu na neinercijalni koordinatni sistem 0x, b) horizontalnu komponentu reakcije veze u proizvoljnom položaju prstena.



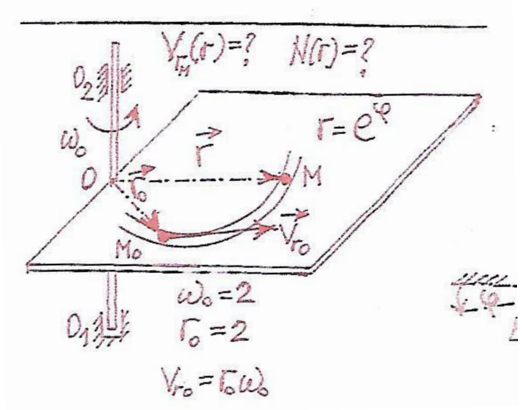
8.11. Točkovi poluprečnika 2R kotrljaju se bez klizanja po horizontalnoj podlozi tako da su im brzine središta konstantne (V_o=const). Zglobno u tačkama A i B (CA=BD=R) vezana je za točkove spojna poluga dužine AB=L, a za polugu je vezana koordinatna osa 0x (A0=0B). Po poluzi može da se kreće klizač M mase m. Leva opruga je krutosti c, a desna opruga je krutosti 2c. U početnom trenutku $t_o=0$, $\varphi(0)=0$, klizač M se nalazio u središtu poluge i tada mu je saopštena početna brzina V_o u odnosu na polugu; opruge su tada bile nenapregnute. Veze su idealne. Odrediti konačnu jednačinu kretanja klizača u odnosu na pokretnu 0x osu. Neka je $c=mV_o^2/R^2$.



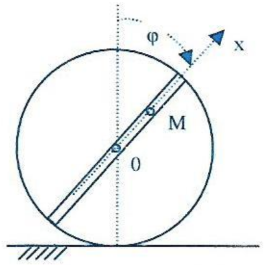
8.12. U vertikalnoj ravni koja se obrće konstantnom ugaonom brzinom ω_o nalazi se (matematičko) klatno mase m i dužine b. U početnom trenutku $t_o=0$ klatno je bilo na osi 0ζ (nepokretna osa 0ζ je usmerena vertikalno naviše i poklapa se sa osom 0z) i tada mu je bila saopštena relativna početna brzina $V_o^2=2gb$, početna brzina je bila u pravcu i smeru 0x ose, a $0M_0 = \frac{b}{4}$. Kada je $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ klatno se trenutno prekida i tačka M započinje sa svojim slobodnim kretanjem po pokretnoj glatkoj ravni 0xz. Odrediti konačne jednačine relativnog kretanja tačke M.



8.13. Teret C mase m, m=1 (Kg), koji je oprugom krutosti c, c=9 (N/m), vezan za tačku D (kućišta) kreće se po idelano glatkom kućištu. Opruga je nenapregnuta kada je $\xi=0$ (koordinatna osa 0ξ je vezana za kućište). Diskovi poluprečnika R kotrljaju se bez klizanja po horizontalnoj podlozi. Kućište DE je zglobovima vezano za centre diskova A i B. Centri diskova kreću se po zakonu x=sin(3t). U početnom trenutku $t_0=0$, sistem je bio u miru, $\xi(0)=0$. Mase diskova i kućišta zanemariti. Odrediti: 1) diferencijalnu jednačinu relativnog kretanja tereta C, 2) konačnu jednačinu relativnog kretanja tereta C: $\xi(t)$=?

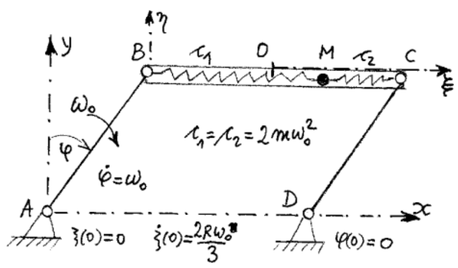


8.14. Ploča leži u horizontalnoj ravni i obrće se konstantnom ugaonom brzinom ω_o ($\omega_o=2$) oko ose koja prolazi kroz tačku O, a upravna je na ravan ploče. Tačka M, mase m (m=1), može bez trenja da se kreće po kanalu koji je urezan u ploču, kanal je oblika logaritamske spirale $r=e^{\varphi}$. U početnom trenutku $t_o=0$, tačka M je bila u položaju M_o ($r_o=2$) i tada joj je bila saopštena početna brzina u odnosu na ploču $V_{ro}=r_o\omega_o$. Odrediti (u proizvoljnom položaju u funkciji radijus vektora r): 1) relativnu brzinu tačke M, tj. $V_r=V_r(r)=?$; 2) reakciju veze, tj. $N=N(r)=?$ Zadate veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema.

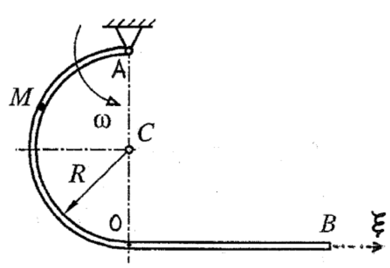


$$\omega=\frac{V_o}{R}$$

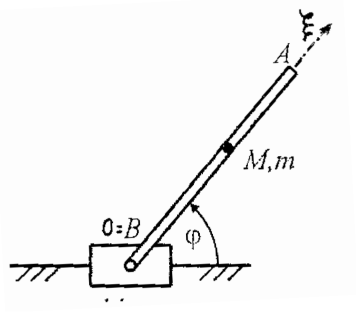
8.15. Disk poluprečnika r kotrlja se bez klizanja u vertikalnoj ravni po horizontalnoj podlozi. U disku je duž dijametra izdubljen kanal po kome može da se kreće materijalna tačka M, mase m. U početnom trenutku $t_o=0$, kada je kanal bio u pravcu vertikale, tački M (koja se nalazila u središtu diska) saopštena je početna brzina V_o (u odnosu na disk). Odrediti konačne jednačine kretanja tačke M, tj. ξ (t)=? (u odnosu na disk, 0ξ osu), ako se on (disk) kotrlja konstantnom ugaonom brzinom čiji je intenzitet $^{V_o}/_{r}$, i ako je $\varphi(0)=0$.



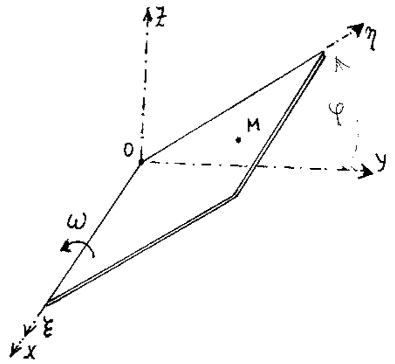
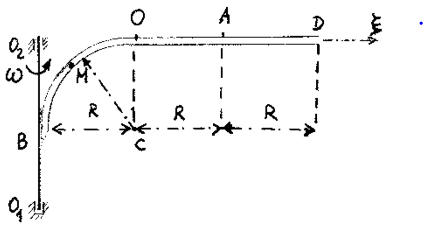
8.16. Krivaja AB (AB=CD=2R) obrće se konstantnom ugaonom brzinom ω_o i dovodi u kretanje cev BC (BC=2R, BO=OC=R). Veze u tačkama A, B, C i D su zglobne. Unutar glatke cevi BC može da se kreće tačka M mase m, vezana za dve opruge BM i MC, krutosti $c_1=c_2=2m\omega_o^2$. U $t_o=0$ tačka M je u koordinatnom početku relativne koordinatne ose 0ξ s relativnom brzinom $(^2/_3)R\omega_o$ (opruge su tada bile nenapregnute); odrediti konačne jednačine relativnog kretanja tačke M, tj. ξ (t)=? Sistem je u vertikalnoj ravni, $\varphi(0)=0$.



8.17. Glatka cev, koja je na delu A0 savijena u polukrug, svojim pravolinijskim delom 0B obrće se oko vertikalne nepomične ose *Az* konstantnom ugaonom brzinom ω. Kroz cev može da se kreće tačka M mase m, koja se u početnom trenutku nalazila u položaju A i imala početnu brzinu $V_o=12R\omega$. Odrediti konačnu jednačinu relativnog kretanja tačke M na delu 0B. Cev A0B je glatka i nalazi se u horizontalnoj ravni.



8.18. Cev AB, AB=2b, kreće se u vertikalnoj ravni. Krajem B cev je vezana za klizač koji se kreće duž pravolinijske horizontalne vođice konstantnom brzinom V_o. Zakon promene ugla je $\varphi=\omega t$. Kroz cev AB može da se kreće kuglica M mase m. Odrediti konačne jednačine kretanja kuglice M u odnosu na koordinatni sistem koji je vezan za cev kao i maksimalni pritisak kuglice na zid cevi. U početnom trenutku $t_o=0$, kuglica M je bila u položaju B, sa početnom relativnom brzinom $V_o=\frac{g}{2\omega}$.

	8.19. Ravan $0\xi\eta$ rotira konstantnom ugaonom brzinom ω_o oko horizontalne nepomične 0x ose (osa 0ξ poklapa se sa nepomičnom osom 0x). Po idealno glatkoj ravni $0\xi\eta$ može da se kreće materijalna tačka M mase m. U početnom trenutku $t_o=0$ tačka je bila u položaju $M_o(\xi_o=3R,\ \eta_o=4R)$ sa početnom relativnom brzinom $V_o=0$. Ravan $0\xi\eta$ je tada bila horizontalna, tj. poklapala se sa nepomičnom ravni 0xy. Odrediti: konačne jednačine relativnog kretanja tačke M i intenzitet reakcije veze u funkciji vremena. Veza je zadržavajuća.
	8.20. Glatka cev B0AD, koja je na delu B0 savijena u četvrtinu kruga, a na delu 0AD je pravolinijska, 0A=AD=R, obrće se oko vertikalne nepomične ose $0_1 0_2$ konstantnom ugaonom brzinom $\omega^2=g/R$. Kroz glatku cev može da se kreće tačka M mase m, koja se u početnom trenutku nalazila u položaju B i imala početnu brzinu $V_o=\sqrt{3gR}$. Odrediti ukupnu reakciju veze u položaju D.