

Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Osnovne akademske studije

Termodinamika B

Prenošenje toplote - zračenje

Prof. dr Miloš Banjac

Katedra za termomehaniku

Sadržaj predavanja

1. Osnovni pojmovi

- 1.1 Elektromagnetni spektar zračenja
- 1.2 Egzitancija (intenzitet zračenja)
- 1.3 Iradijacija (ozračenost)
- 1.4 Iradijacija, refelektovana, aporbovana i propuštena energija zračenja, efektivno toplotno zračenje (toplotni sjaj)

2. Zakoni zračenja crnog tela

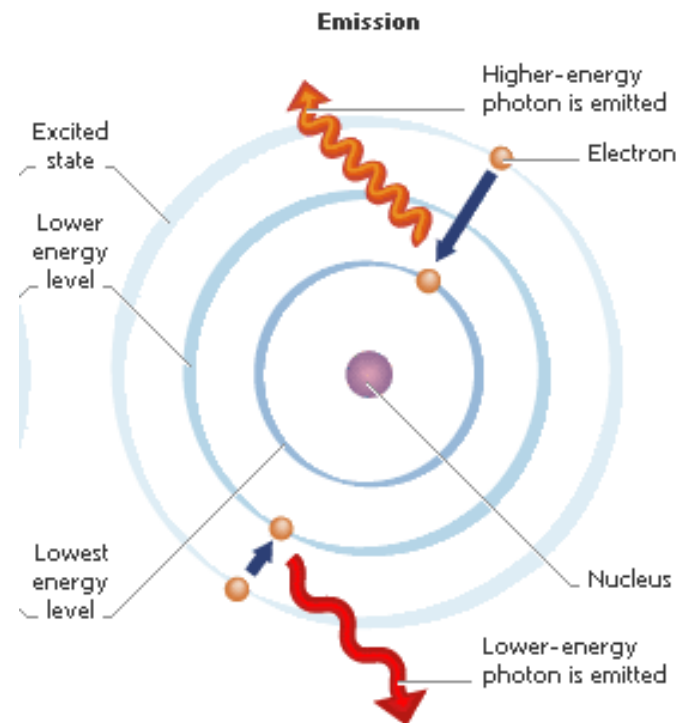
- 2.1 Planck-ov zakon zračenja
- 1.2 Wien-ov zakon pomeranja
- 1.3 Stefan – Boltzmann-ov zakon
- 1.4 Emisivnost
- 1.4. Kirchhoff-ov zakon

3. Razmena energije zračenjem između sivih površi čvrstih tela (razdvojenih prozračnom sredinom)

1. Osnovni pojmovi i definicije

1.1 Elektromagnetni spektar zračenja

- Elektromagnetni talasi se nastaju pri energetskim dejstvima i promenom **energetskih nivoa naelektrisanih čestica** (elektroni, joni) unutar tela.
- Energija zračenja koja se prenosi sa elektromagnetnim talasima karakteriše se **talasnom dužinom λ** i **frekvencijom $\nu = c / \lambda$** .
- Energija zračenja, koja se transportuje elektromagnetnim talasima, ima dvojnu prirodu - **talasnu i korpuskularnu**.



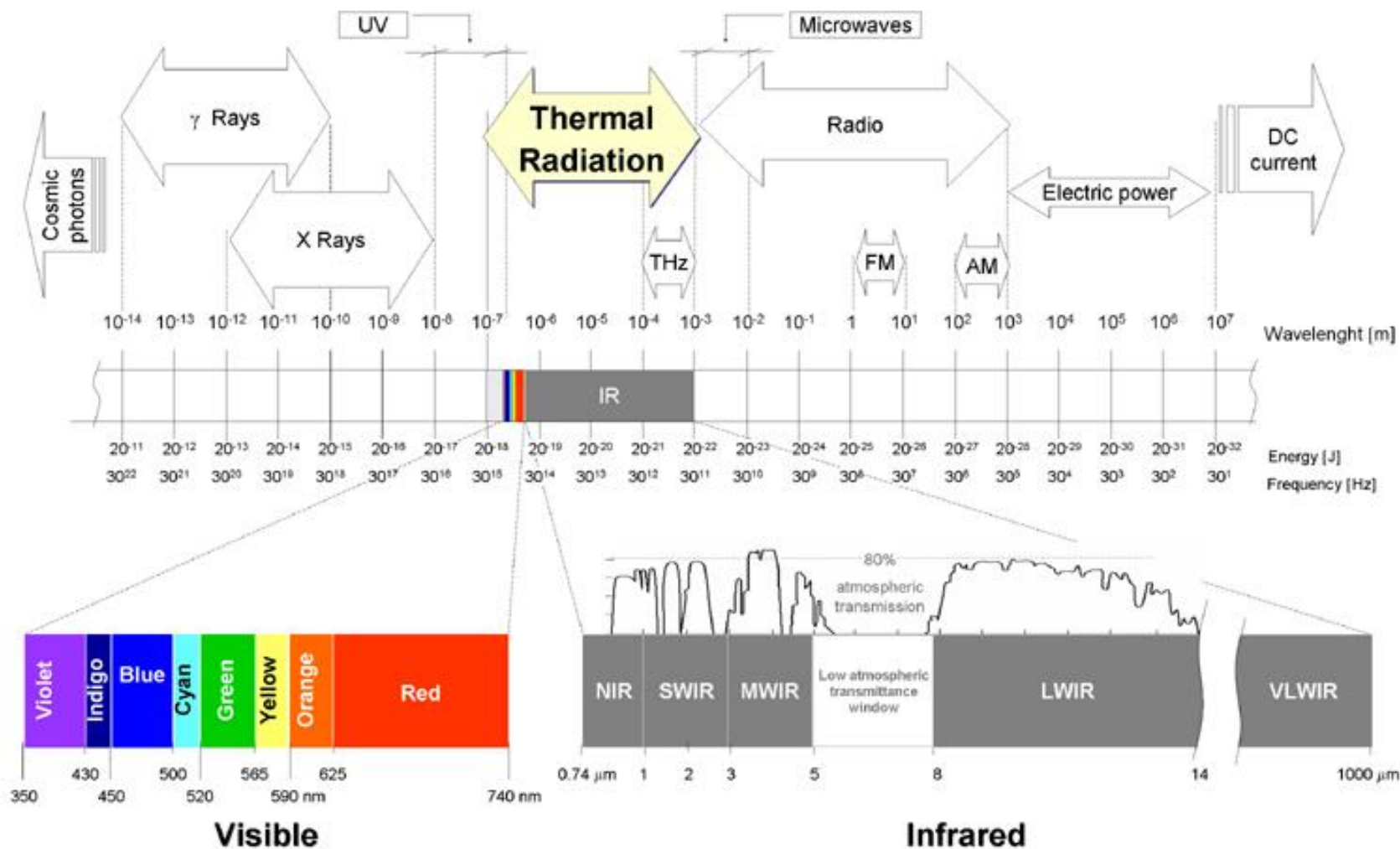
1. Osnovni pojmovi i definicije

1.1 Elektromagnetni spektar zračenja

- **Korpuskularnost** se ogleda u tome da telo emituje energiju zračenja ne kontinualno već u individualnim **diskretnim porcijama**, koje se nazivaju **kvantima ili fotonima**.
- **Foton je u suštini čestica materije**, koja ima energiju, količinu kretanja i elektromagnetnu masu. Planck (1900) je ustanovio, da je energija koju nosi jedan kvant (foton) **proporcionalna frekvenciji talasa**, tj. $e = h \nu$, pri čemu je $h = 6,625 \times 10^{-34}$, tzv. Planck-ova konstanta.
- **S obzirom na talasnu dužinu**, elektromagnetna zračenja se međusobno bitno razlikuju po svojstvima i nazivaju se **različitim imenima**, bez obzira na njihovu istu fizičku suštinu.
- Veličina talasne dužine opredeljuje globalne karakteristike zračenja.
- **Korpuskularne osobine zračenja su izrazitije pri manjim talasnim dužinama**, dok sa druge strane **radio talasi imaju naglašeniju talasnu prirodu** u odnosu na korpuskularnu.

1. Osnovni pojmovi i definicije

1.1 Elektromagnetni spektar zračenja



1. Osnovni pojmovi i definicije

1.1 Elektromagnetni spektar zračenja

- **Termičko zračenje** se dešava pri svim talasnim dužinama od 0 do ∞ . Obzirom na razmenu toplote najbitnije je zračenje u području talasnih dužina **0,4 do 1000 μm** , koje obuhvata svetlosno i infracrveno zračenje.
- Zračenje samo na jednoj talasnoj dužini (odnosno frekvenciji) naziva se **monohromatskim zračenjem**, a zračenje u određenim pojasevima talasnih dužina - **selektivnim zračenjem**.
- Energija zračenja Q [J]
- Protok energije zračenja $\Phi = \frac{\delta Q}{dt}$ [W]

1. Osnovni pojmovi

1.2 Egzitancija (intenzitet zračenja)

EGZITANCIJA, M (raniji naziv „Intenzitet zračenja – I ”)

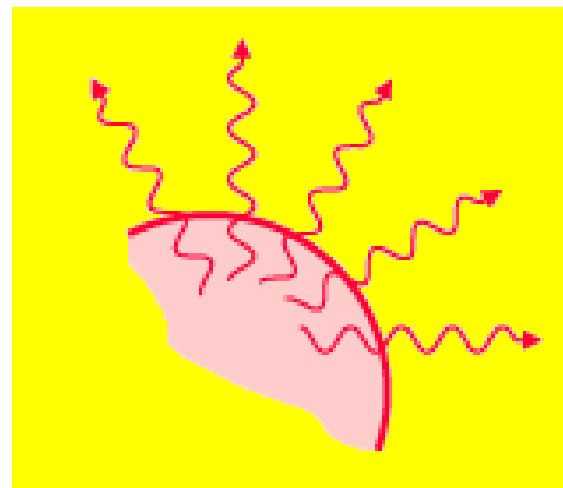
Protok energije zračenja koga emituje elementarna zračeća površ sveden na jedinicu te površi

integralna (totalna)

$$M = \frac{\delta^2 Q}{dt dA} = \frac{\delta \Phi}{dA} \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

monohromatska

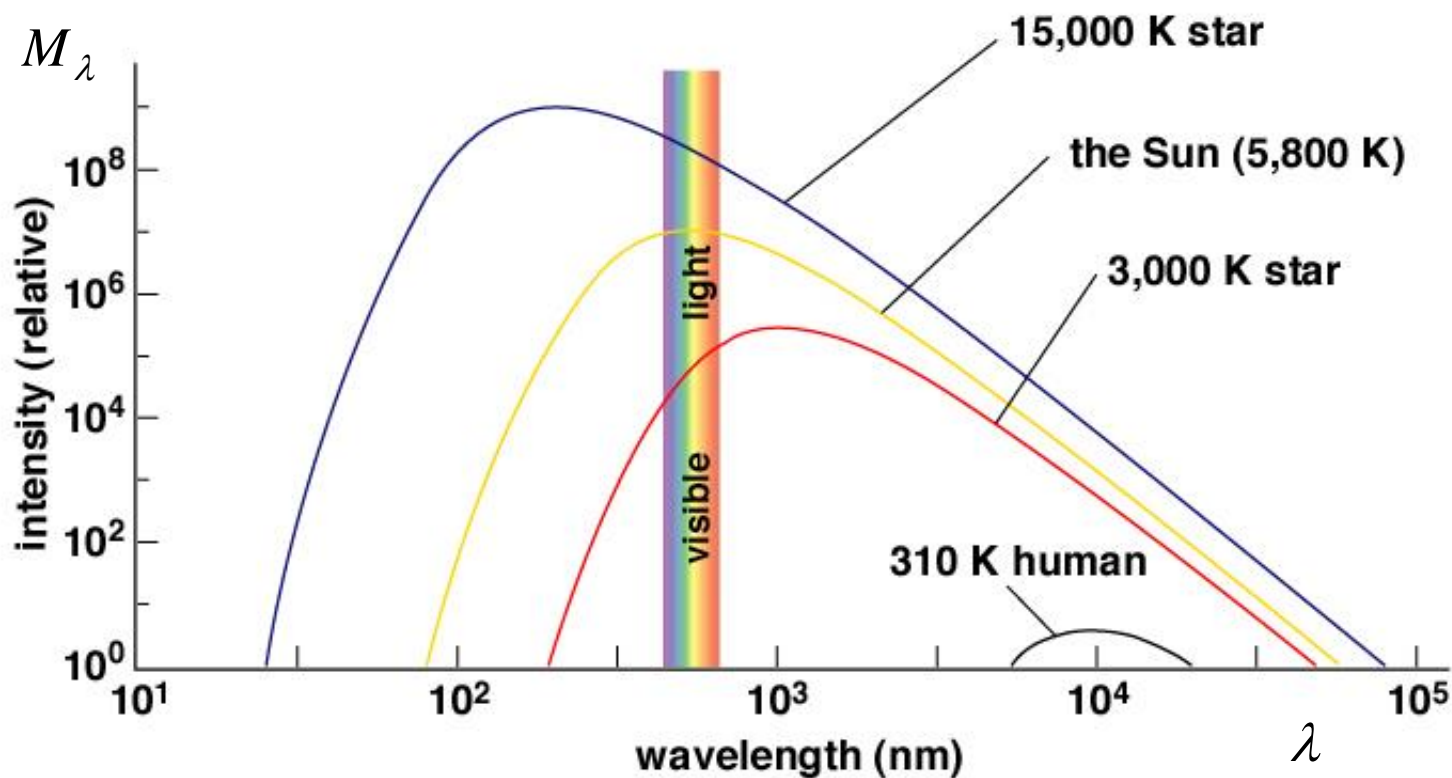
$$M_{\lambda} = \frac{\delta^3 Q}{dt dA d\lambda} = \frac{\delta^2 \Phi}{dA d\lambda} \left[\frac{W}{m^3} \right]$$



1. Osnovni pojmovi

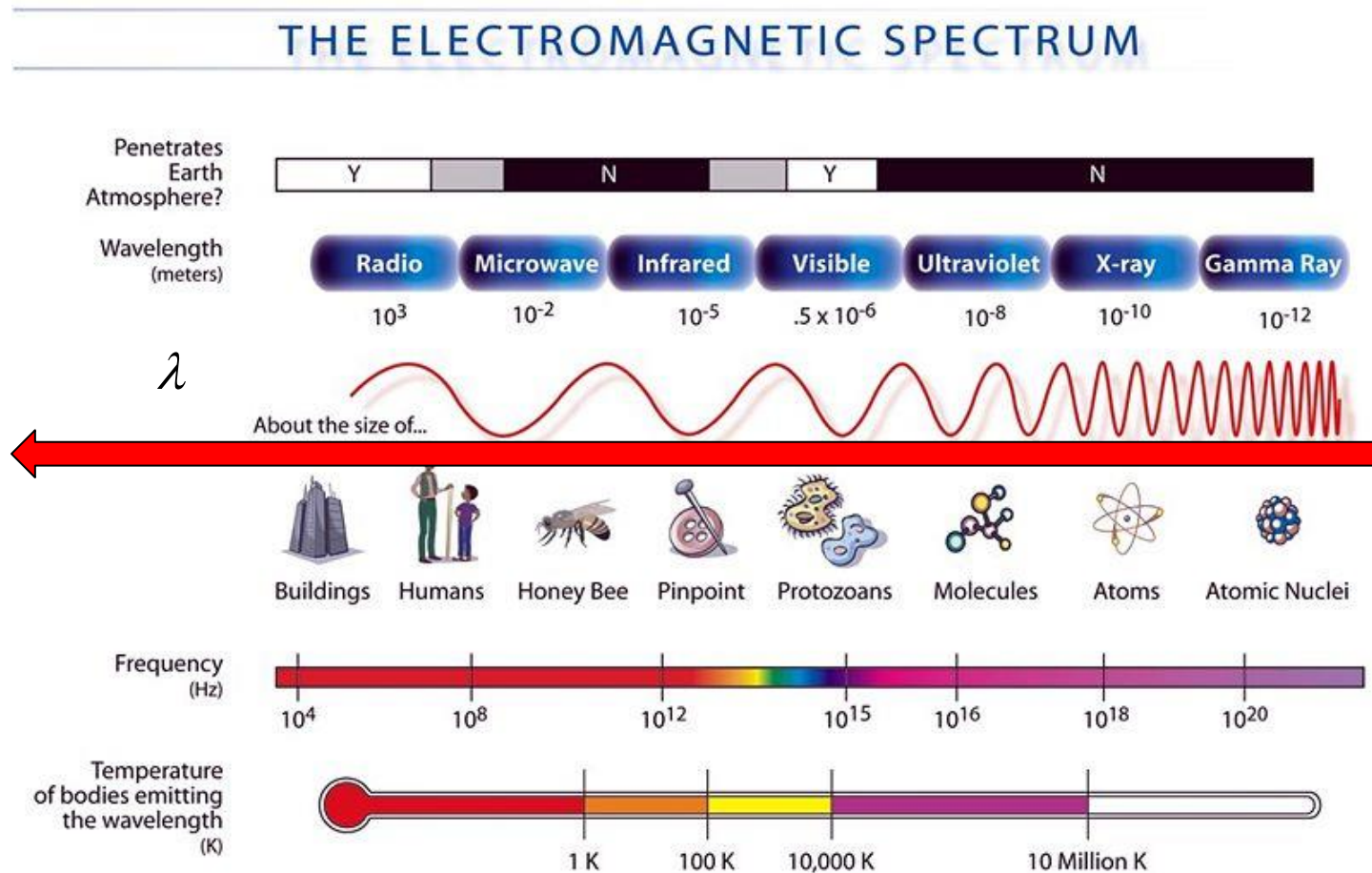
1.2 Egzitancija (intenzitet zračenja)

Raspodela monohromatske egzitancije (intenzitet) zračenja po talasnim dužinama i u funkciji temperature



1. Osnovni pojmovi

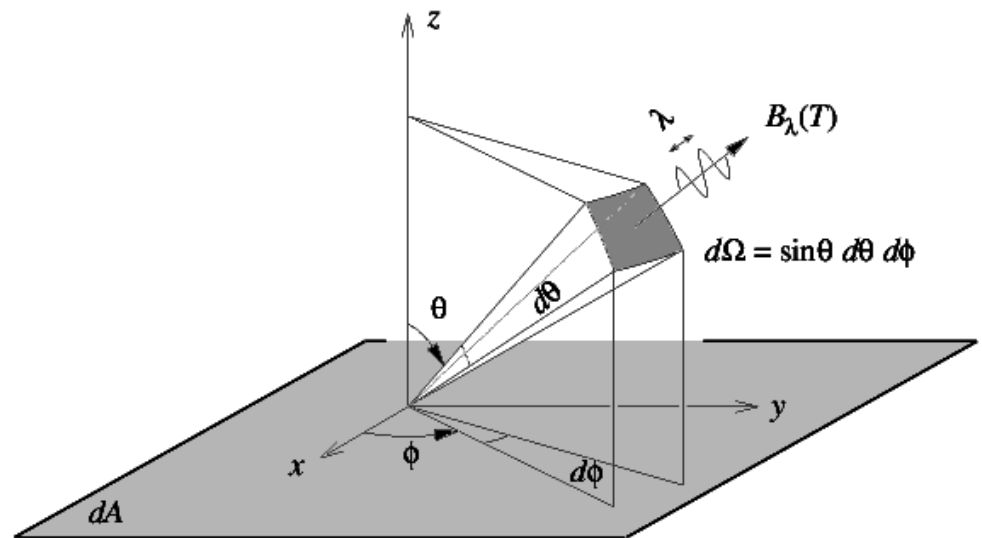
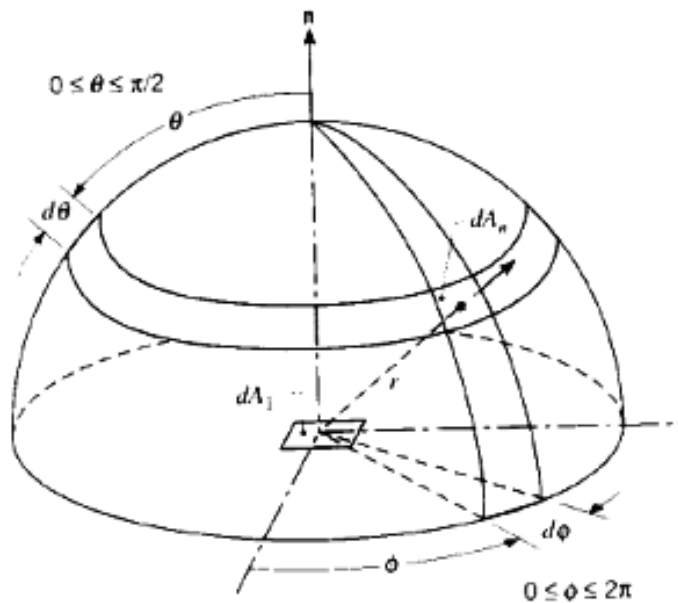
1.2 Egzitancija (intenzitet zračenja)



1. Osnovni pojmovi

1.2 Jačina zračenja

Zavisnost egzitancije (intenzitet) zračenja po prostoru - po prostornom uglu –
JAČINA ZRAČENJA



1. Osnovni pojmovi

1.2 Jačina zračenja

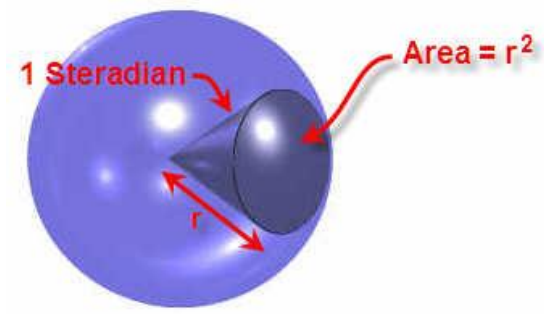
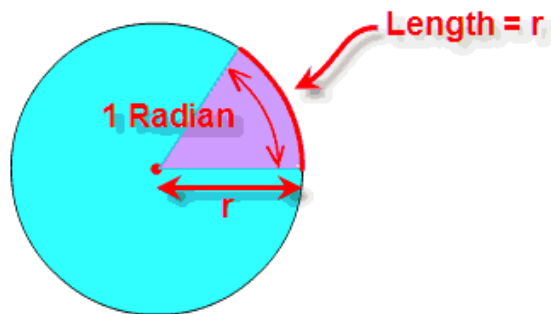
Veličina protoka zračenja u opštem slučaju zavisi od pravca. Količina energije emitovane u pravcu (određenom uglom koji zaklapa sa normalom na površinu) sa jedinične površine u jedinici vremena u jediničnom prostornom uglu, naziva se jačinom zračenja.

Ugaona jačina zračenja na osnovu gornje definicije izražava se relacijom:

$$I = \frac{d^3Q}{dt dA d\Omega} = \frac{d^2\Phi}{dA d\Omega}, \quad \text{W/(m}^2\text{sr)}$$

a spektralna jačina zračenja relacijom: $I_\lambda = \frac{dI}{d\lambda} = \frac{d^3Q}{dt dA d\Omega d\lambda} = \frac{d\Phi}{dA d\Omega d\lambda}, \quad \text{W/(m}^3\text{sr)}$

$$I = \int_0^\infty I_\lambda d\lambda$$

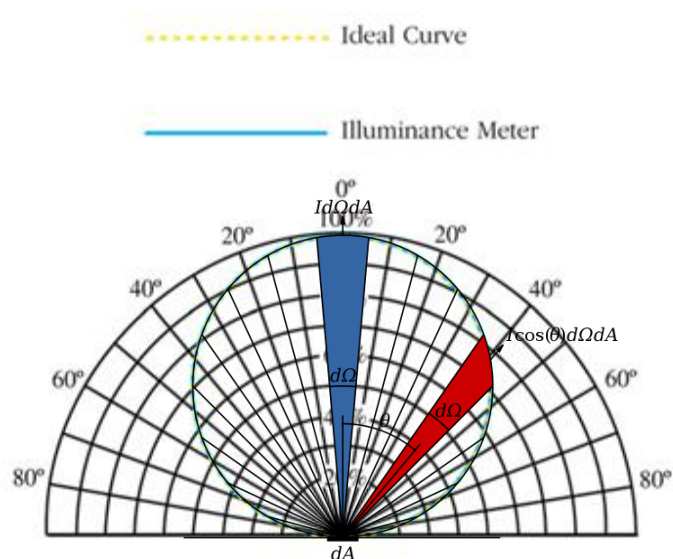


1. Osnovni pojmovi

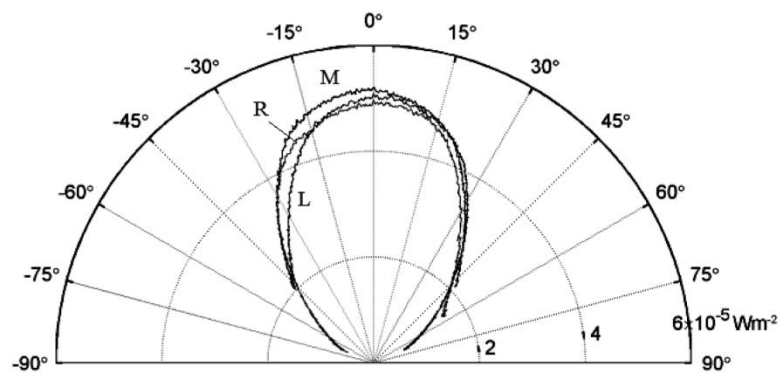
1.2 Lambert-ov zakon

Raspodelu energije zračenja po različitim pravcima polusfere definiše Lambert-ov zakon, koji glasi: jačina zračenja apsolutno crnog tela, u zatom pravcu srazmerana je jačini zračenja u pravcu normalnom na površinski element i kosinusu ugla između normale i zatomog pravca:

$$I = I_n \cos \Omega$$



Idealno (crno) telo



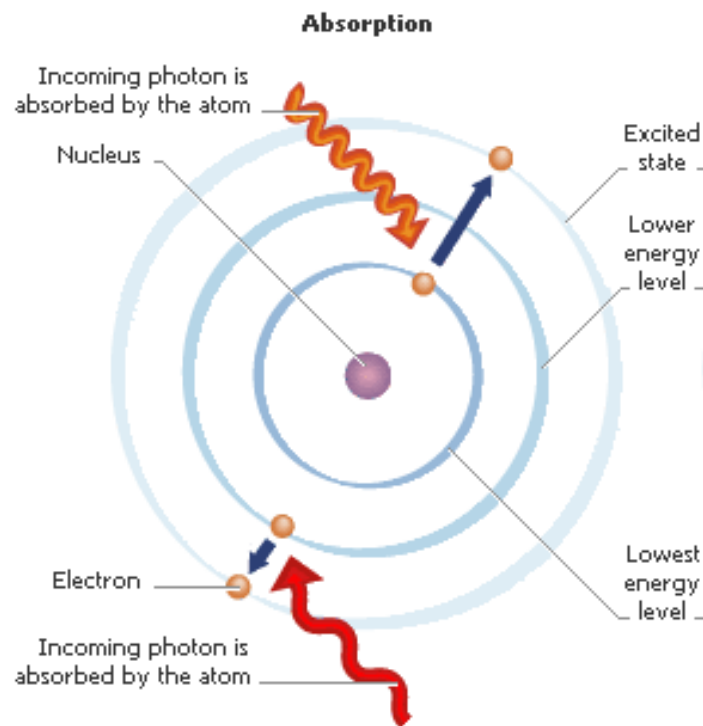
Realno telo

1. Osnovni pojmovi

1.3 Iradijacija (ozračenost)

Po fenomenološkoj suštini razmena toplote zračenjem zasniva se na transformisanju unutrašnje energije u energiju elektromagnetnih talasa termičkog zračenja, koji se šire kroz potpuno ili delimično prozračnu sredinu do drugog tela, gde energija zračenja podleže ponovnom transformisanju u unutrašnju energiju.

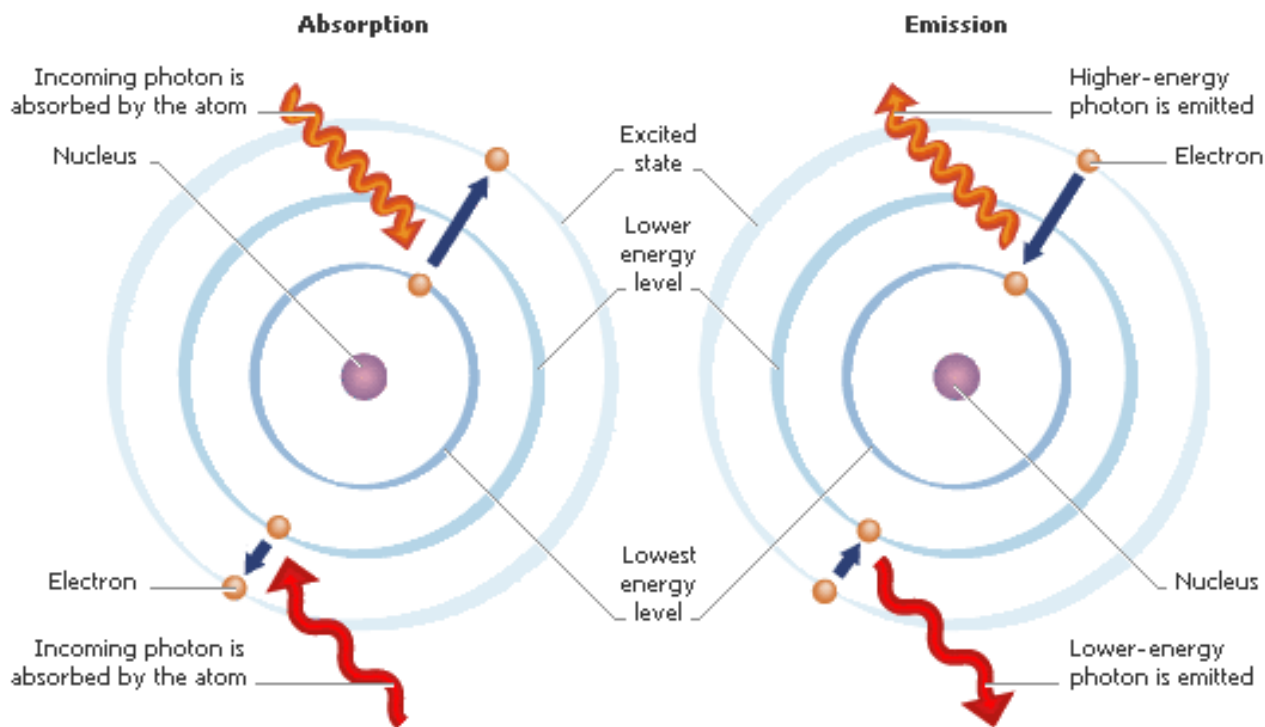
Mikroskopski prikaz



1. Osnovni pojmovi

1.3 Iradijacija (ozračenost)

Kada elektromagnetni talasi padnu na druga tela bivaju apsorbovani, pri čemu se njihova energija ponovo konvertuje u termičku energiju molekula i atoma. Pri tome deo termičke energije molekula, atoma, jona ponovo ode na pobuđivanje elektromagnetnih talasa.



Mikroskopski
prikaz

1. Osnovni pojmovi

1.3 Iradijacija (ozračenost)

IRADIJANCIJA, OZRAČENOST, E

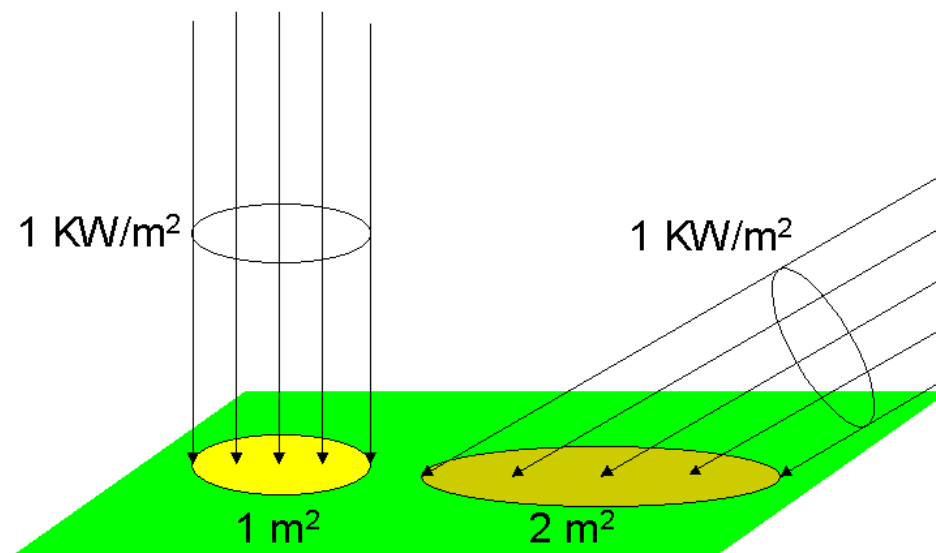
Protok energije zračenja koji se doznači na elementarnu površ sveden na jedinicu te površi

integralna i

$$E = \frac{\delta \Phi}{dA_{\text{doz}}} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

monohromatska

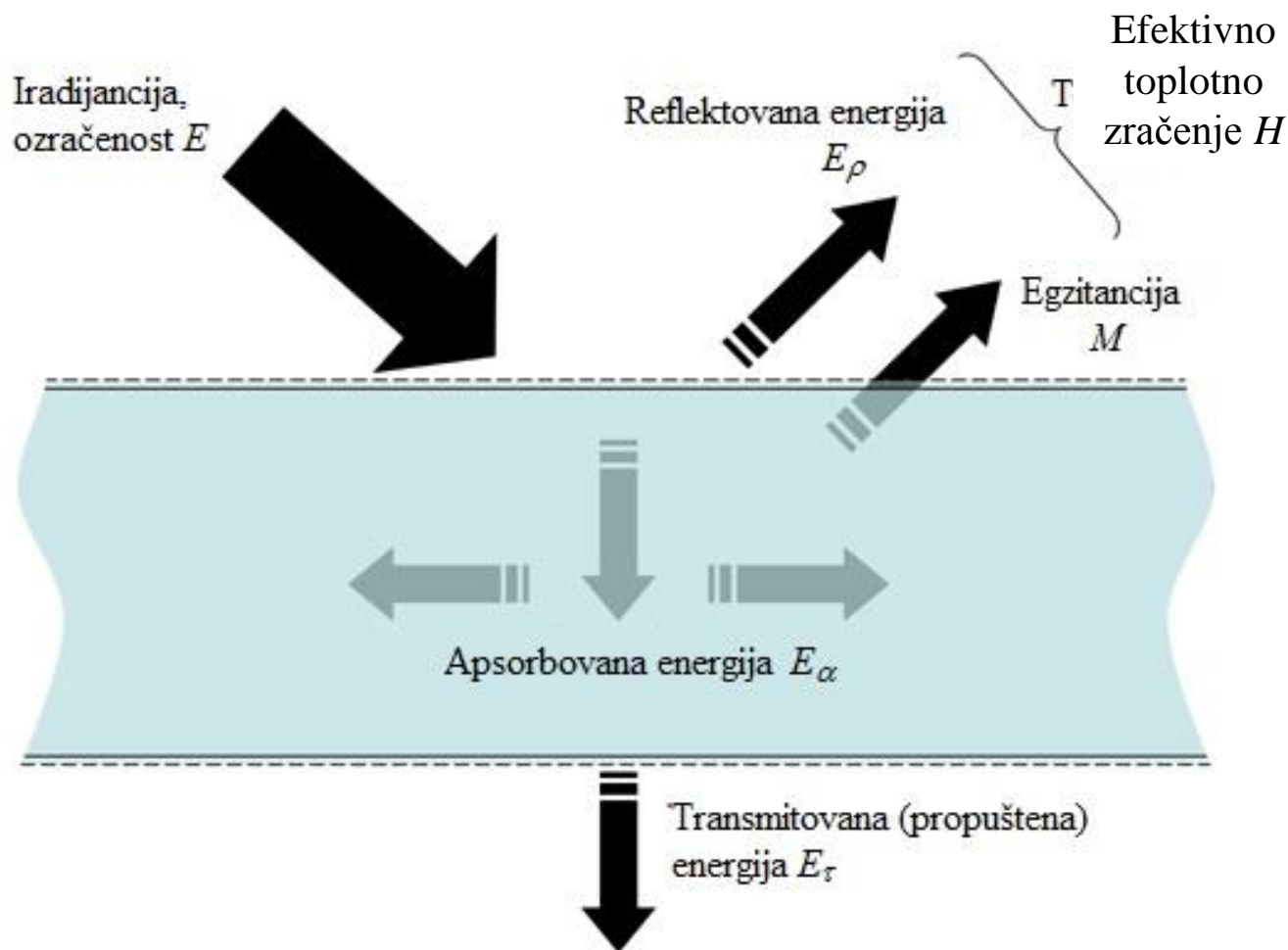
$$E_{\lambda} = \frac{\delta^2 \Phi}{dA_{\text{doz}} d\lambda} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^3} \right]$$



1. Osnovni pojmovi

1.4 Iradijacija (ozračenost), refelektovana, aporbovana i propuštena energija zračenja, efektivno toplotno zračenje (toplotni sjaj)

Makroskopski bilans



1. Osnovni pojmovi

1.4 Iradijacija (ozračenost), refelektovana, aporbovana i propuštena energija zračenja, efektivno toplotno zraženje (toplotni sjaj)

Ovaj protok energije zračenja, koji se iz okoline dozrači do površi nekog tela, delom se od te površi reflektuje E_ρ , delom ga telo apsorbuje E_α , a može se desiti da delom i prođe kroz to telo E_τ . Prema tome:

$$E = E_\rho + E_\alpha + E_\tau$$

$$\frac{E}{E} = \frac{E_\rho}{E} + \frac{E_\alpha}{E} + \frac{E_\tau}{E} = \rho + \alpha + \tau = 1$$

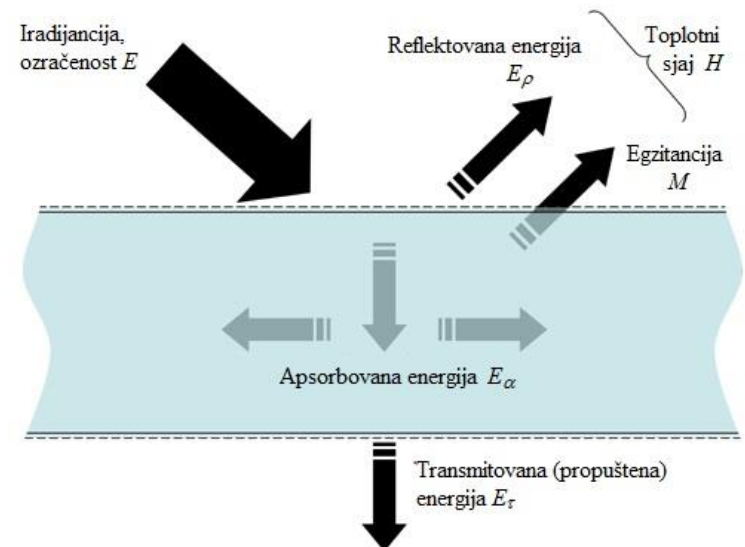
Na osnovu toga moguće je definisti:

- koeficijent refleksije,
- koeficijent apsorpcije
- koeficijent transmisije

$$\rho = \frac{E_\rho}{E}$$

$$\alpha = \frac{E_\alpha}{E}$$

$$\tau = \frac{E_\tau}{E}$$

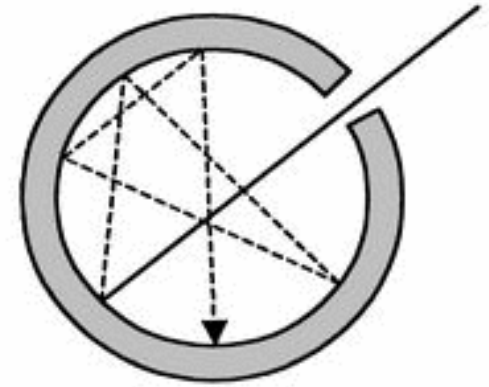


1. Osnovni pojmovi

1.4 Iradijacija (ozračenost), refelektovana, aporbovana i propuštena energija zračenja, efektivno toplotno zračenje (toplotni sjaj)

- CRNO TELO (za zračenje toplote crno telo)

$$\alpha = 1, \quad \rho = 0, \quad \tau = 0$$



- BELO TELO (za zračenje toplote belo telo) ... (Ogledalasto telo i difuzno)

$$\alpha = 0, \quad \rho = 1, \quad \tau = 0$$

- SIVO TELO

1. Osnovni pojmovi

1.4 Iradijacija (ozračenost), refelektovana, aporbovana i propuštena energija zračenja, efektivno toplotno zračenje (toplotni sjaj)

EFEKTIVNO TOPLOTNO ZRAČENJE ili TOPLOTNI SJAJ (BLJEŠTAVOST)

Efektivno toplotno zračenje elementarne površi (H) predstavlja toplotni protok zračenja sveden na jedinicu te površi, a koji predstavlja zbir egzitancije (M) i reflektovanog dela iradijancije ($E\rho$ ili ρE) sa te površi.

$$H = M + \rho E \quad \left[\text{W/m}^2 \right]$$

1. Osnovni pojmovi

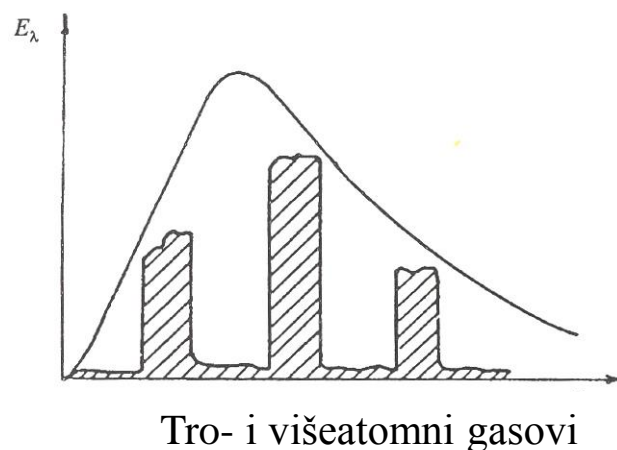
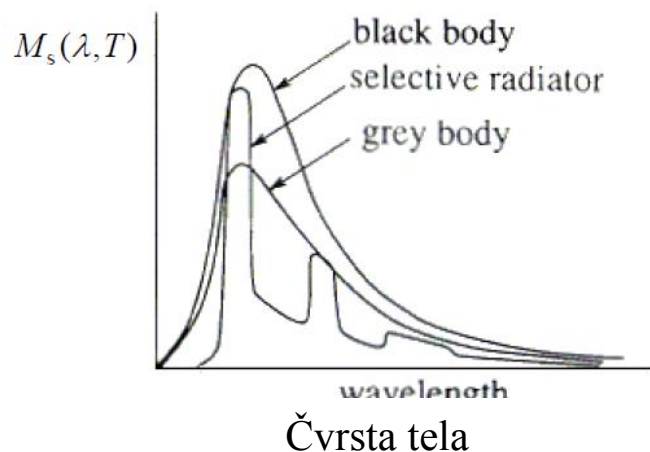
1.4 Iradijacija (ozračenost), reflektovana, aporbovana i propuštena energija zračenja, efektivno toplotno zračenje (toplotni sjaj)

Materijalna tela se međusobno značajno razlikuju po osobinama termičkog zračenja odnosno termičkog apsorbovanja.

Sva tela koja učestvuju u razmeni toplote zračenjem dele na dve glavne grupe:

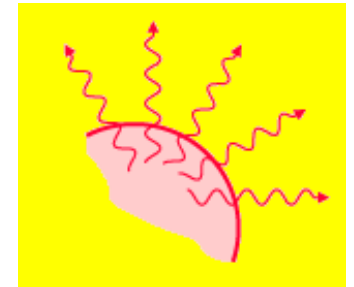
- a) čvrsta tela i tečnosti neprekidnog spektra zračenja (odnosno apsorbovanja);
- b) gasovi i pare, kao i neki vidovi čvrstih površina sa selektivnim spektrom zračenja.

Termičko zračenje razmatra kao površinska pojava kod čvrstih tela i delom tečnosti, a kao zapreminska pojava kod gasova!



2. Zakoni zračenja crnog tela

2.1 Planck-ov zakon zračenja



PLANKOV (Planck) ZAKON ZRAČENJA, 1900. godine

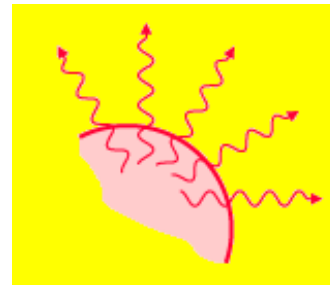
- Plankov zakon zračenja definiše vezu između monohromatske egzitancije crne površi $M_{\lambda,c}$, talasne dužine λ [m] i termodinamičke temperature tela T [K]
- Dobijen je teorijskim putem, na osnovu Plankove kvantne teorije
- Važi za zračenje crnog tela u uslovima „ravnotežnog“ zračenja, to jest kada sva tela koja zrače imaju jednaku temperaturu
- Plankov zakon ima sledeći analitički oblik:

$$M_{\lambda,c}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^3} \right]$$

2. Zakoni zračenja crnog tela

2.1 Planck-ov zakon zračenja

$$M_{\lambda,c}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^3} \right]$$



pri čemu su:

$C_1 = 3,742 \cdot 10^{-16} \text{ W/m}^2$ - prva Plankova konstanta

$C_2 = 1,439 \cdot 10^{-2} \text{ mK}$ - druga Plankova konstanta

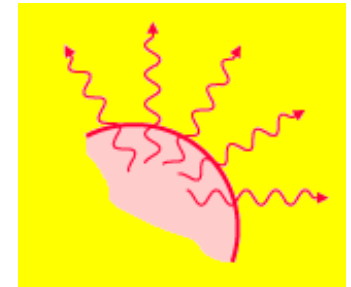
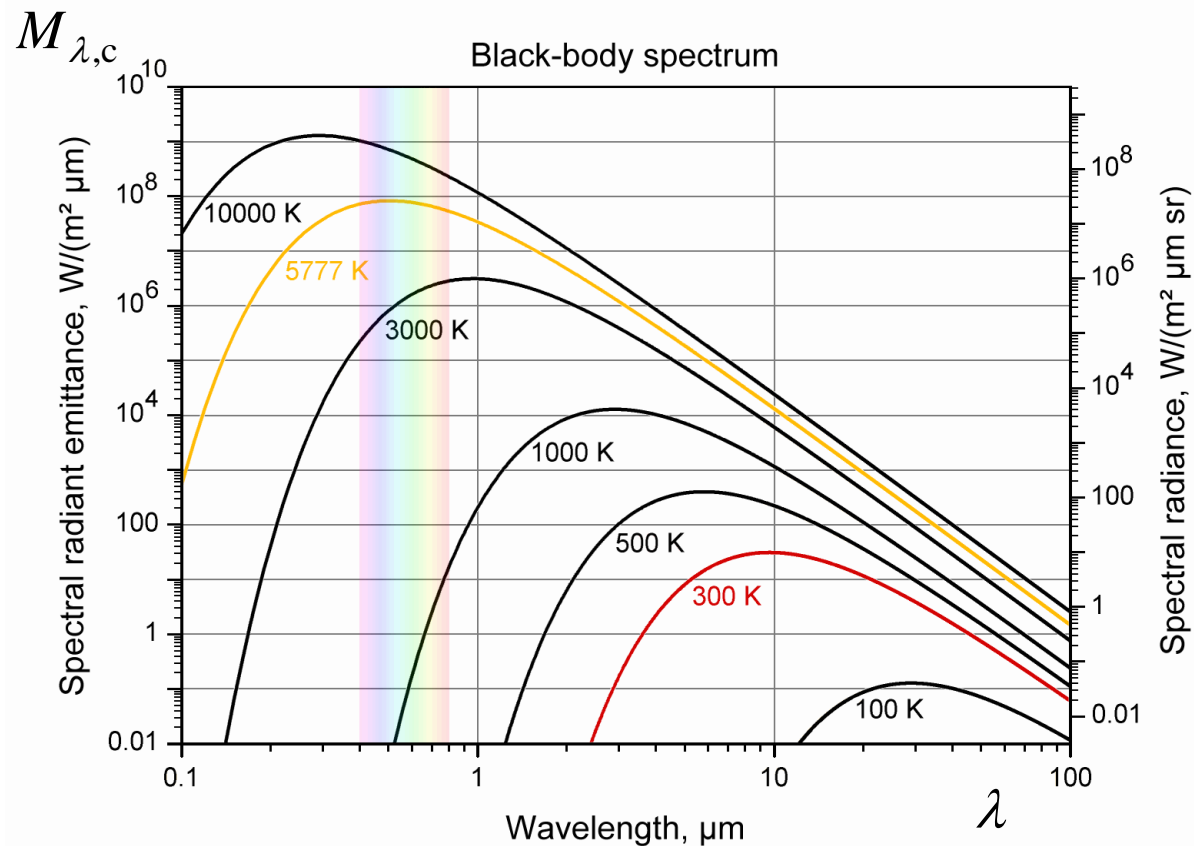
$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ - Boltzmanova konstanta

$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ - Plankova konstanta

Grafička interpretacija Plankovog zakona prikazana je na slici

2. Zakoni zračenja crnog tela

2.1 Planck-ov zakon zračenja



Grafička interpretacija Plankovog zakona

2. Zakoni zračenja crnog tela

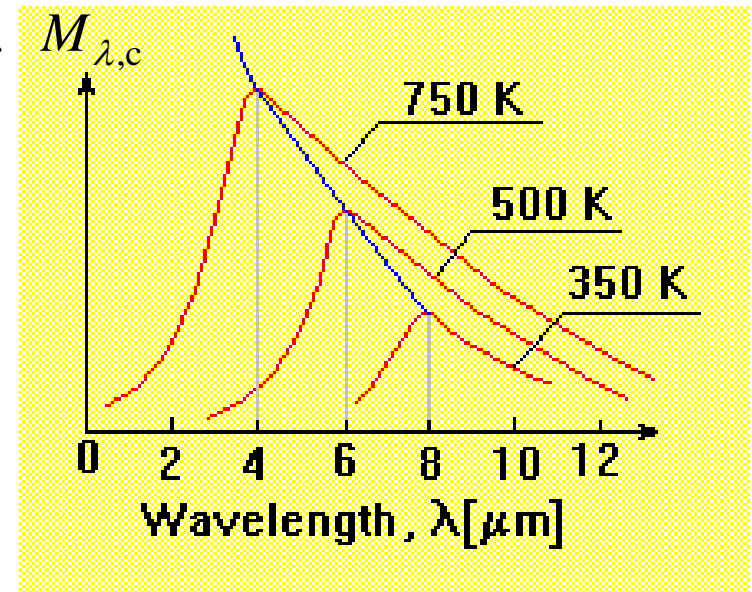
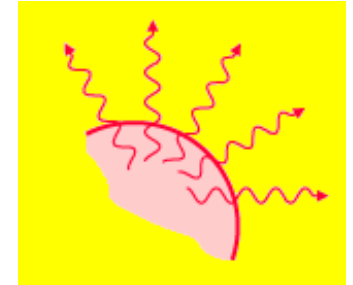
2.2 Wien-ov zakon pomeranja

VINOV (Wien) ZAKON POMERANJA, 1893. god.

Ustanovljen eksperimentalnim putem, pre
Plankovog zakona

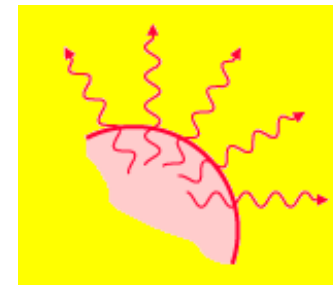
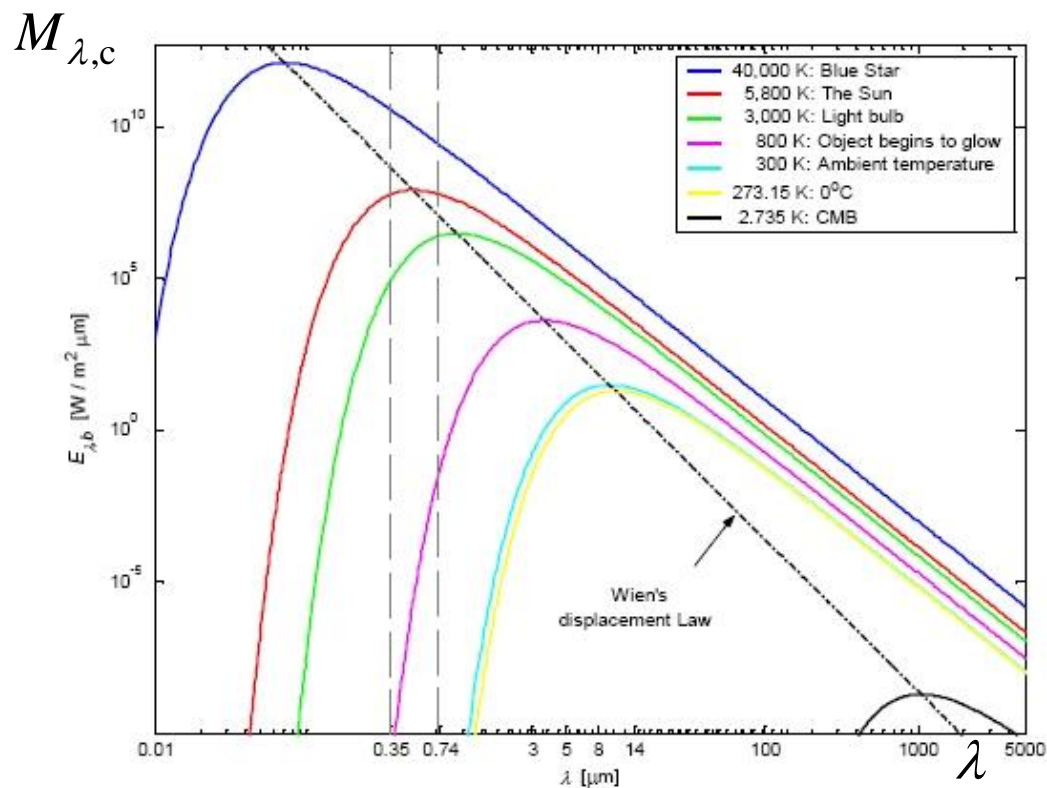
Opisuje zavisnost između termodinamičke
temperature površi crnog tela T [K] i talasne
dužine zračenja λ_{\max} [m] pri kojoj se javljaju
maksimane vrednosti spektralne egzitancije - tzv.
Vinovu krivu pomeranja

$$\lambda_{\max} T = 2,89 \cdot 10^{-3} \text{ mK}$$



2. Zakoni zračenja crnog tela

2.2 Wien-ov zakon pomeranja



Grafička interpretacija VINOVA (Wien) ZAKONA POMERANJA,

2. Zakoni zračenja crnog tela

2.3 Štefan-Bolcmanov zakon

ŠTEFAN (Stefan, 1879) – BOLCMANOV (Boltzmann, 1884) ZAKON

Nezavisno jedan od drugoga, Štefan eksperimentalno (1879), a Bolcman teorijskim putem (1884), utvrdili su zavisnost integralne (ili totalne) egzitancije crnog tela od temperature njegove površi

Štefan-Bolzmanov zakon:

„Integralna (totalna) egzitancija crnog tela proporcionalana je četvrtom stepenu termodinamičke temperature njegove površi.“

U upotrebi su dva analitička oblika ovog zakona

$$M_c(T) = \sigma_c T^4 \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad M_c(T) = C_c \left(\frac{T}{100} \right)^4 \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

Konstanta proporcionalnosti $\sigma_c = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$, odnosno

$C_c = 5,67 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$ naziva se Štefan-Bolzmanova konstanta ili konstanta zračenja crnog tela.

2. Zakoni zračenja crnog tela

2.4 Emisivnost

Emisivnost

$$\varepsilon_s(T) = \frac{\text{egzitancija sive površi}}{\text{egzitancije crne površi pri istoj temperaturi}} = \frac{M_s(\lambda, T)}{M_c(\lambda, T)} = f(T)$$

CRNA TELA

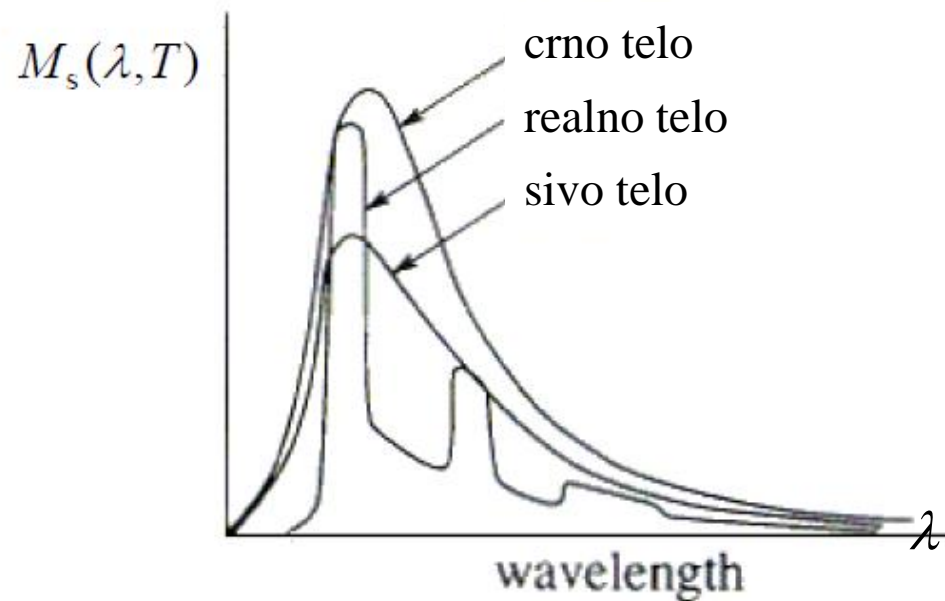
$$\varepsilon_c(T) = 1$$

SIVA TELA

$$\varepsilon_s(T) = \text{const} < 1$$

REALNA TELA

$$\varepsilon_{rt}(T) = \varepsilon(T) < 1$$



2. Zakoni zračenja crnog tela

2.5 Kirhofov zakon

Kirhofov zakon daje vezu između sposobnosti emisije zračenja i sposobnosti apsorpcije zračenja neke sive površine, a glasi:

- Emisivnost (ε) i apsorptivnost (α) sive površine na istoj temperaturi, imaju iste vrednosti.
- Ova zavisnost važi kako za totalne,

$$\varepsilon(T) = \alpha(T)$$

tako i za spektralne vrednosti emisivnosti i apsorptivnosti

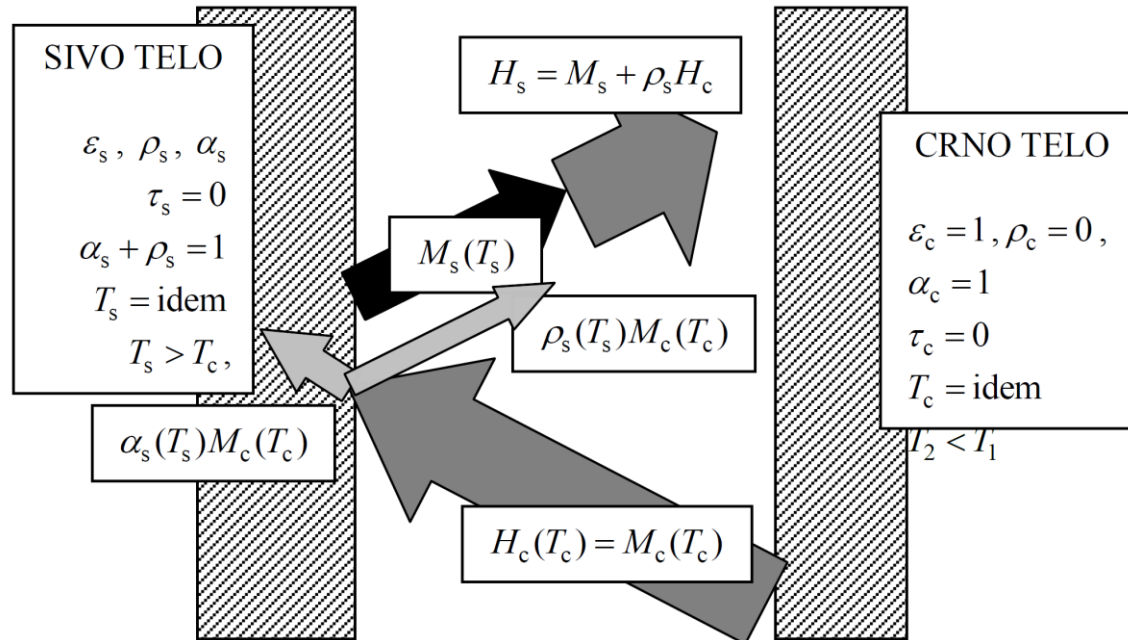
$$\varepsilon_{\lambda}(T) = \alpha_{\lambda}(T)$$

2. Zakoni zračenja crnog tela

2.5 Kirhofov zakon

Dokaz

- Posmatraju se dve paralelne ploče, sive i crne površi između kojih se nalazi prozirna sredina (vidi sliku)
- Temperatura sive površi T_s viša je od temperature crne površi T_c ($T_s > T_c$)
- Toplotni sjaj sive površi je $H_s = M_s(T_s) + \rho_s(T_s)M_c(T_c)$ $[\text{W/m}^2]$
- Toplotni sjaj crne površi je $H_c = M_c$ $[\text{W/m}^2]$



2. Zakoni zračenja crnog tela

2.5 Kirhofov zakon

- Toplotni protok po jedinici površine sa sive na crnu površinu:

$$\varphi = H_s - H_c = [M_s(T_s) + \rho_s(T_s)H_c(T_c)] - H_c(T_c)$$

$$\varphi = [M_s(T_s) + \rho_s(T_s)M_c(T_c)] - M_c(T_c)$$

$$\varphi = H_s - H_c = M_s(T_s) - [1 - \rho_s(T_s)]M_c(T_c)$$

$$\varphi = M_s(T_s) - \alpha_s(T_s)M_c(T_c)$$

- Ukoliko je $T_s = T_c$, ukupan toplotni protok je jednak nuli $\varphi = 0$,

$$M_s(T_s) = \alpha_s(T_s)M_c(T_s)$$

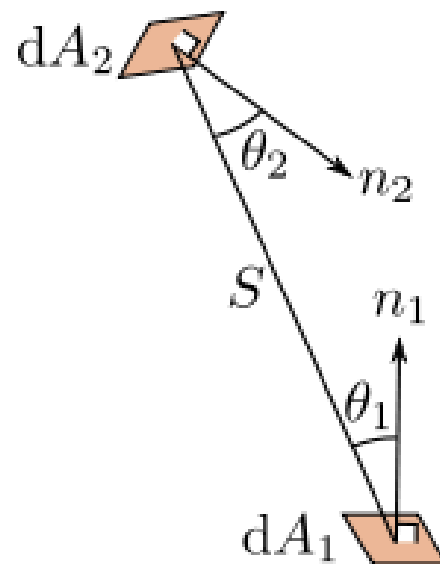
a prema Štefan-Boltzmanovom zakonu

$$\varepsilon_s(T_s) \cancel{\sigma_c T_s^4} = \alpha_s(T_s) \cancel{\sigma_c T_s^4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\varepsilon(T) = \alpha(T)}$$

3. Razmena energije zračenjem između sivih površi razdvojenih prozračnom sredinom

Razmenjena energija zračenjem zavisi od (npr. za dve sive površi)

- Temperatura površi čvrstih tela $T_{s,1}$ i $T_{s,2}$,
- Veličina (površina) površi (obuhvata se tzv. uslovna površinom uzajamnog zračenja $A = \bar{f}_{1 \rightarrow 2} A_1 = \bar{f}_{2 \rightarrow 1} A_2$)
- Geometrije i prostornog položaja površi čvrstih tela (obuhvata se tzv. faktorima ozračenosti $\bar{f}_{1 \rightarrow 2}$ i $\bar{f}_{2 \rightarrow 1}$)
- Emisivnošću površina ε_1 i ε_2 ,
- Geometrija, prostorni položaj površi čvrstih tela i njihova emisivnost zajedno se obuhvataju kroz tzv. prividna emisivnost ε_{red}



3. Razmena energije zračenjem između sivih površi razdvojenih prozračnom sredinom

D.4. RAZMENA FLUKSEVA ENERGIJE ZRAČENJA IZMEĐU GRANIČNIH POVRŠI DVA SIVA TELA KOJA SE NALAZE U PROZRAČNOJ SREDINI

Fluks energije zračenja, što ga sivo telo 1 predaje sivom telu 2, pri uzajamnoj razmeni flukseva energije zračenja, dat je izrazom

$$\Phi = A\varepsilon_{\text{pr}}C_c \left[\left(\frac{T_{s,1}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{s,2}}{100} \right)^4 \right] = AC_{\varepsilon_{\text{pr}}} \left[\left(\frac{T_{s,1}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{s,2}}{100} \right)^4 \right], \quad \text{W},$$

gde je sa:

$A = \bar{f}_{1 \rightarrow 2}A_1 = \bar{f}_{2 \rightarrow 1}A_2$ - označena uslovna površina, što predstavlja deo površine ili ukupnu površinu granične površi sivog tela 1, odnosno sivog tela 2;

ε_{pr} - označena prividna emisivnost sive granične površi tela 1, odnosno površi tela 2, koja je data izrazom

$$\varepsilon_{\text{pr}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) \bar{f}_{1 \rightarrow 2} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \bar{f}_{2 \rightarrow 1}};$$

3. Razmena energije zračenjem između sivih površi razdvojenih prozračnom sredinom

$C_c = 5,67 \text{ W/[m}^2(\text{K}/100)^4]$ - označena konstanta zračenja za graničnu površ crnog tela (za crnu graničnu površ);

$C_{\varepsilon_{\text{pr}}} = \varepsilon_{\text{pr}} C_c \text{ W/[m}^2(\text{K}/100)^4]$ - označena prividna konstanta zračenja za lambertovsku graničnu površ sivog tela (za lambertovsku sivu graničnu površ);

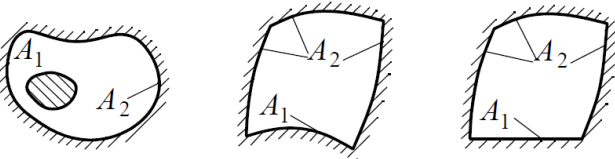
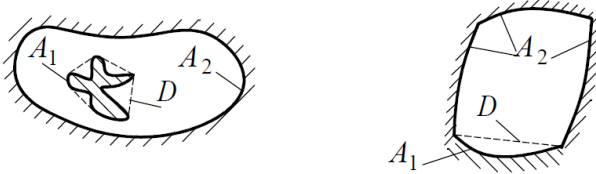
$T_{s,1}$ i $T_{s,2}$ - označena termodinamička temperatura na graničnoj površi tela 1, odnosno tela 2;

ε_1 i ε_2 - označena emisivnost (polusferna, svetlasna) za sivu graničnu površ tela 1, odnosno tela 2;

$\bar{f}_{1 \rightarrow 2}$ - označava srednji činilac (faktor) ozračenosti^{*)} granične površi tela 2 ukupnim fluksom energije zračenja, što polazi sa granične površi tela 1, a $\bar{f}_{2 \rightarrow 1}$ - obrnutu veličinu. Po

3. Razmena energije zračenjem između sivih površi razdvojenih prozračnom sredinom

Tabela D.4.1. ČINIOCI (FAKTORI) OZRAČENOSTI I USLOVNA POVRŠINA PRI UZAJAMNOJ RAZMENI FLUKSEVA ENERGIJE ZRAČENJA ZA SISTEM OD DVE POVRŠI

Slučaj	Uzajamni položaj i oblici graničnih površi tela	Skica	Činioci (faktori) ozračenosti i uslovna površina pri uzajamnom zračenju
1.	Sistem od dve površi, manja površ nije ugnuta ^{*)}		$\bar{f}_{1 \rightarrow 1} = 0, \quad \bar{f}_{1 \rightarrow 2} = 1,$ $\bar{f}_{2 \rightarrow 1} = \frac{A_1}{A_2}, \quad \bar{f}_{2 \rightarrow 2} = 1 - \frac{A_1}{A_2}$ $A = A_1 = \bar{f}_{2 \rightarrow 1} A_2$
2.	Sistem od dve površi, manja površ je ugnuta ^{*)}		$\bar{f}_{1 \rightarrow 2} = \frac{D}{A_1},$ $\bar{f}_{2 \rightarrow 1} = \frac{D}{A_2},$ $A = D = \bar{f}_{1 \rightarrow 2} A_1 = \bar{f}_{2 \rightarrow 1} A_2$ <p>D - površina membrane nategnute na konturu tela 1</p>

Hvala na pažnji!