

1. Rešenja zadataka pošaljite na email adresu:

numericke.metode.metode@gmail.com

do 23:59 časova 07.12.2014. godine. Rešenja zadataka pristigla sa zakašnjenjem neće biti uzimana u razmatranje, bez obzira na izgovor.

2. Prilikom slanja email-a u polju subject navedite sledeću nisku znakova:

KMA.NM.999/GG

gde je:

- KMA-oznaka Katedre za Matematiku
- NM-oznaka za Numeričke metode
- 999/GG-broj indeksa studenta gde se unosi vodeća nula

Na primer, ako Vam je broj indeksa 23 i neka ste upisani 2011 godine, tada u subject-u treba da stoji:

KMA.NM.023/11

Slično, ako Vam je broj indeksa 124 i neka ste upisani 2011 godine, tada u subject-u treba da stoji:

KMA.NM.124/11

3. Rešenje zadataka, program u Matlabu, slike kao ilustracije u JPEG formatu, tekst otkucan u Wordu ili skenirana rešenja pisana na papiru, pošaljite kao attachment Vašeg email-a.
4. Svaki zadatak zapakujte u posebnu zip arhivu sa imenima

zadatak01.zip, zadatak02.zip, zadatak03.zip, zadatak04.zip, zadatak05.zip

i arhive pošaljite u attachment-u.

5. Poslednji pristigli Vaš email je važeći i on će biti pregledan, dakle, mora sadržati rešenja svih zadataka koja želite da pošaljete.
6. Svako prepisivanje biće sankcionisano, drugim rečima, bolje Vam je da sami uradite jedan zadatak nego da prepisujete tri.
7. Rešenje svakog zadatka donosi 25%. Maksimalno je moguće osvojiti 125%.

## II kolokvijum iz Numeričkih metoda

1. Odrediti donju granicu broja značajnih cifara prilikom izračunavanja funkcije **exp**. Napisati script file u **Matlabu** koji izračunava broj značajnih cifara prilikom izračunavanja funkcije **exp** na intervalu  $[-100, 100]$ , sa korakom  $.1$ , pod pretpostavkom da su argumenti funkcije sa gornjom granicom apsolutne greške  $10^{-5}$ . Nacrtati eksperimentom i teorijski dobijenu zavisnost broja značajnih cifara u funkciji argumenta izračunavanja.

2. Dokaziti da alternativni red

$$\sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{20^k}{k!}$$

konvergira. Sumirati dati red. Napisati program u **Matlabu** koji izračunava sumu reda (suma reda ne može biti NaN) i odrediti relativnu grešku i broj značajnih cifara u dobijenom rezultatu. Koristeći model formata **double** sa šesnaest dekadnih cifara mantise objasniti dobijene rezultate.

3. Koristeći **Matlab** formirati donje trougaonu matricu

$$A_k = \begin{bmatrix} 10^{-k} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 10^{-k} & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 10^{-k} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 10^{-k} \end{bmatrix}.$$

reda 10. Izračunati vrednost vektora  $b_k = A_k x$ , gde je  $x$  vektor čije su sve koordinate jednake 1.

Za  $k = 1, \dots, 15$ , koristeći funkciju **linsolve** rešiti sistem linearnih jednačina  $A_k x_k^G = b_k$ . Nacrtati zavisnost broja značajnih cifara rešenja  $x_k^G$  i zavisnost faktora uslovljenosti matrica  $A_k$  u funkciji  $k$ . Interpretirati rezultate sa grafika.

4. Posmatrajmo iterativni metod

$$x^{k+1} = x^k + \frac{20}{7}(b - Ax^k), \quad k \in \mathbb{N}_0, \quad A = \begin{bmatrix} \frac{23}{180} & \frac{17}{180} & \frac{11}{180} \\ -\frac{3}{20} & \frac{7}{20} & \frac{3}{20} \\ -\frac{11}{45} & \frac{4}{45} & \frac{47}{90} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} \frac{17}{60} \\ \frac{7}{20} \\ \frac{11}{30} \end{bmatrix}.$$

Pokazati da niz  $x^k$ ,  $k \in \mathbb{N}_0$  konvergira ka rešenju sistema linearnih jednačina  $Ax = b$ . Odrediti prinos broja značajnih cifara po iteraciji. Odrediti približno potreban broj iteracija za dostizanje mašinske tačnosti. Implementirati metod u script fileu **Matlaba** i prikazati grafik zavisnosti broja značajnih cifara u funkciji broja iteracija. Uporediti dobijene rezultate sa teorijskim ocenama.

5. Napisati funkciju **fS** u Matlabu koja implementira Steffensenov metod

$$x_{k+1} = x_k - \frac{(f(x_k))^2}{f(x_k + f(x_k)) - f(x_k)},$$

pri čemu funkcija **fS** prihvata kao argumente početnu vrednost aproksimacije **x0**, maksimalnu dozvoljenu relativnu grešku **prec**, maksimalnu dozvoljenu apsolutnu grešku **acc**, kao i maksimalni dozvoljeni broj iteracija **maxIter**.

Primeniti funkciju **fS** na rešavanje jednačine  $\sin x - \cos x = 0$  sa startnom vrednošću  $x_0 = 1$ . Oceniti red konvergencije iterativnog procesa proračunom prinosa značajnih cifara po iteraciji. Uporediti Steffensenov i Newtonov metod.

Pokazati analitički da Steffensenov metod ima red konvergencije dva i odrediti asimptot-sku konstantu greške.

prof. dr Aleksandar Cvetković