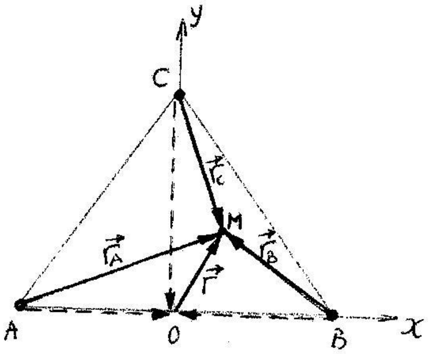
Zadatak sa kolokvijuma 5 (2017 god):

Materijalna tačka M, mase m, kreće se pod dejstvom tri privlačne sile, koje su proporcinoalne rastojanjima tačke M do odgovarajućeg centra. Koeficijent proporcionalnosti za svaku od pomenute tri sile je isti i iznosi mk^2. Nepomični centri privlačenja nalaze se, u odnosu na Inercijalni (Dekartov) nepomični koordinatni sistem 0xy, u tačkama A(–a, 0), C(0, a) i B(a, 0). Ako je tačka M u početnom trenutku $t_0=0$ bila u miru u temenu B odrediti njene konačne jednačine kretanja i liniju putanje.



$\overline{AB} = 2a \qquad \overline{AC} = \overline{BC} = a\sqrt{2} \qquad \overline{CO} = a$

$t_0 = 0 \qquad x_0 = a \qquad \dot{x}_0 = 0$

$\qquad\qquad y_0 = 0 \qquad \dot{y}_0 = 0$

$\vec{r}_\alpha = \vec{r} + \vec{\alpha 0} \qquad \vec{F}_\alpha = k^2 m \vec{r}_\alpha$

$(\alpha = A, B, C)$

$m\vec{a} = \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C$

$$m\vec{a} = -k^2 m\left[(\vec{r} + a\vec{i}) + (\vec{r} - a\vec{i}) + (\vec{r} - a\vec{j})\right]$$

$$\vec{a} = -k^2(3\vec{r} - a\vec{j}) \quad \Big/ \cdot\vec{i},\ \cdot\vec{j} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \ddot{x} &= -3k^2 x \\ \ddot{y} &= k^2 a - 3k^2 y \end{aligned}$$

$x = C_1 \cos k\sqrt{3}t + C_2 \sin k\sqrt{3}t \qquad \dot{x} = k\sqrt{3}(-C_1 \sin k\sqrt{3}t + C_2 \cos k\sqrt{3}t)$

$y = C_3 \cos k\sqrt{3}t + C_4 \sin k\sqrt{3}t + \frac{a}{3} \qquad \dot{y} = k\sqrt{3}(-C_3 \sin k\sqrt{3}t + C_4 \cos k\sqrt{3}t)$

$t = t_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = C_1 \qquad 0 = k\sqrt{3}C_2 \quad \Rightarrow \quad C_2 = C_4 = 0$

$\qquad\qquad 0 = C_3 + \frac{a}{3} \qquad 0 = k\sqrt{3}C_4 \qquad C_1 = a \qquad C_3 = -\frac{a}{3}$

$$\text{(a)} \quad \begin{cases} x = a\cos k\sqrt{3}t \\ y = -\frac{a}{3}\cos k\sqrt{3}t + \frac{a}{3} \end{cases} \qquad \text{(b)} \quad \begin{cases} \underline{\underline{y = \frac{a}{3} - \frac{1}{3}x}} \end{cases}$$