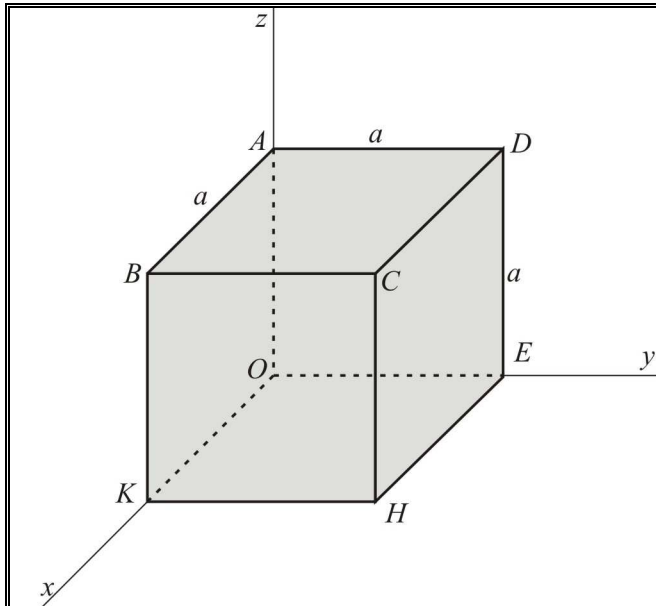


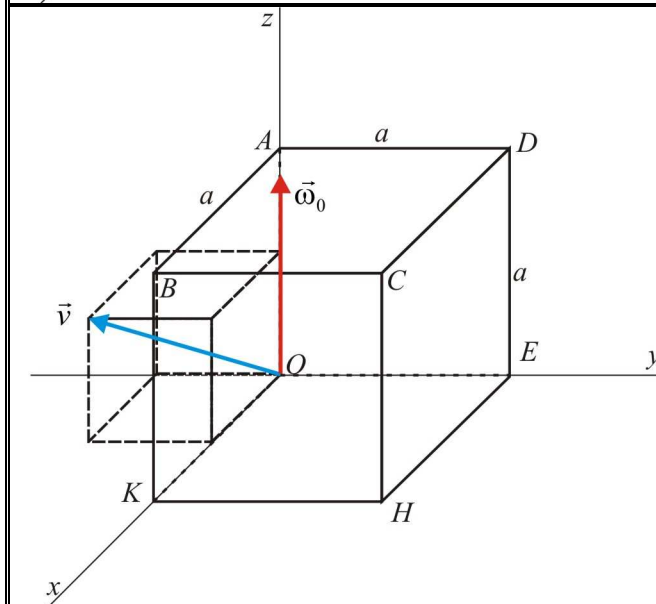
Сложено кретање крутог тела

задачи



Задатак 1. Коцка, ивице a , обрће се око осе Oz у позитивном математичком смеру, угаоном брзином интензитета ω_0 , и истовремено креће се транслаторно брзином $\vec{v} = a\omega_0\vec{i} - a\omega_0\vec{j} + a\omega_0\vec{k}$.

Одредити резултујуће кретање коцке, као и брзине тачака O и C .

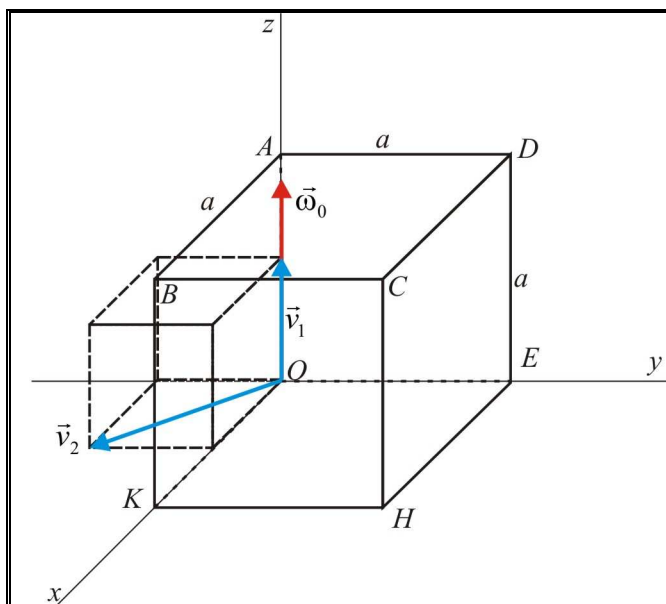


Решење:

1) Који је случај сложеног кретања тела?

Брзина транслаторног кретања заклапа произвољни угао са вектором угаоне брзине

(Никола Младеновић, Механика 2 – Кинематика, страна 118-119)



2) Вектор брзине $\vec{v}$ разложити на две ортогоналне компоненте:

Компоненту $\vec{v}_1$, колинеарну оси Oz , и компоненту $\vec{v}_2$ у равни xOy управну на осу Oz .

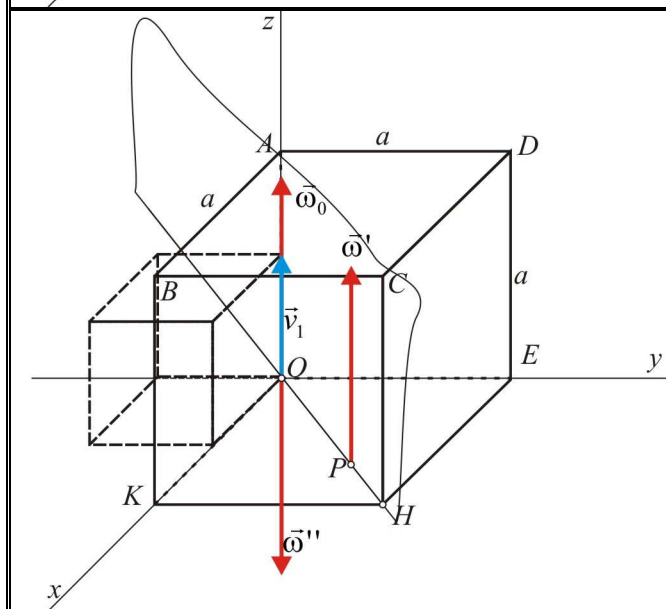
$$\vec{v} = \underbrace{a\omega_0\vec{i} - a\omega_0\vec{j}}_{\vec{v}_2} + \underbrace{a\omega_0\vec{k}}_{\vec{v}_1}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

$$\vec{v}_1 = a\omega_0 \vec{k}$$

$$\vec{v}_2 = a\omega_0 \vec{i} - a\omega_0 \vec{j}$$

Дакле: $(\vec{v}, \vec{\omega}_0) \sim (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{\omega}_0)$



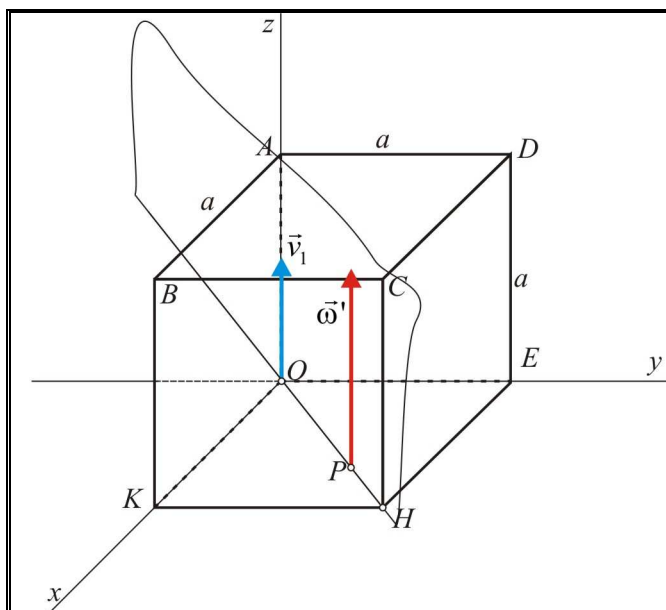
3) Компоненту $\vec{v}_2$, замінити
одговарајућим кинематичким спрегом
[$\vec{\omega}'; \vec{\omega}''$], у равні управної на лінію
носака вектора $\vec{v}_2$.

Вектори $\vec{\omega}'$, $\vec{\omega}''$ се бирају тако да важи
 $\vec{\omega}_0 = -\vec{\omega}''$, $\vec{\omega}_0 = \vec{\omega}'$

($\vec{\omega}''$ се налази на оси Oz , и супротног је смера од вектора $\vec{\omega}_0$)

Сада је:

$$(\vec{v}, \vec{\omega}_0) \sim (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{\omega}_0) \sim (\vec{v}_1, \vec{\omega}', \vec{\omega}'', \vec{\omega}_0)$$



$$(\vec{v}, \vec{\omega}_0) \sim (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{\omega}_0) \sim (\vec{v}_1, \vec{\omega}', \vec{\omega}'', \vec{\omega}_0) \sim (\vec{v}_1, \vec{\omega}')$$

Јер је систем вектора $(\vec{\omega}'', \vec{\omega}_0) \sim 0$

- 4) Положај тачке P на месту продора линије носача вектора $\vec{\omega}'$ кроз координатну раван xOy одређује се сагласно једначини

$$\vec{v}_2 = \vec{\omega} \times \overrightarrow{PO} = \vec{\omega} \times (-\overrightarrow{OP}) = \overrightarrow{OP} \times \vec{\omega}'$$

$$a\omega_0 \vec{i} - a\omega_0 \vec{j} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_P & y_P & 0 \\ 0 & 0 & \omega_0 \end{vmatrix}$$

$$a\omega_0 \vec{i} - a\omega_0 \vec{j} = y_P \omega_0 \vec{i} - x_P \omega_0 \vec{j}$$

$$a\omega_0 \vec{i} - a\omega_0 \vec{j} = y_P \omega_0 \vec{i} - x_P \omega_0 \vec{j}$$

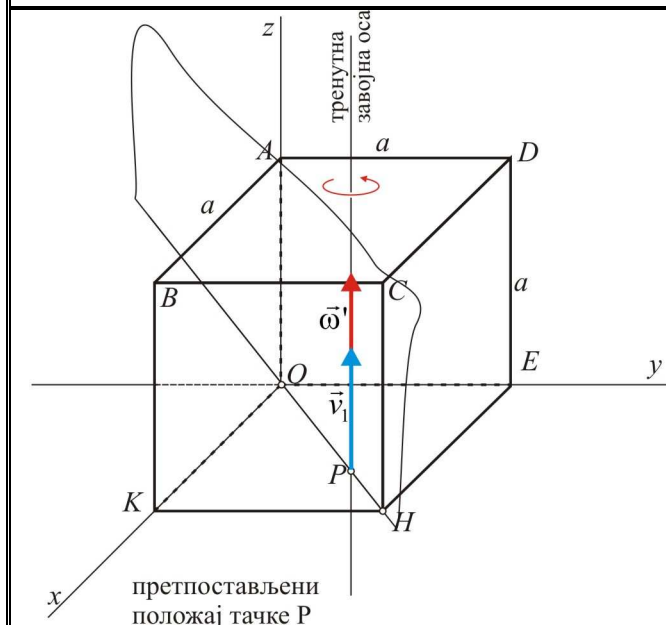
$$x_P = a, \quad y_P = a, \quad P(a, a, 0)$$

или (други начин)

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\vec{\omega} \times \vec{v}_2}{\omega'^2} \quad (\text{релација 4.38, стр 119})$$

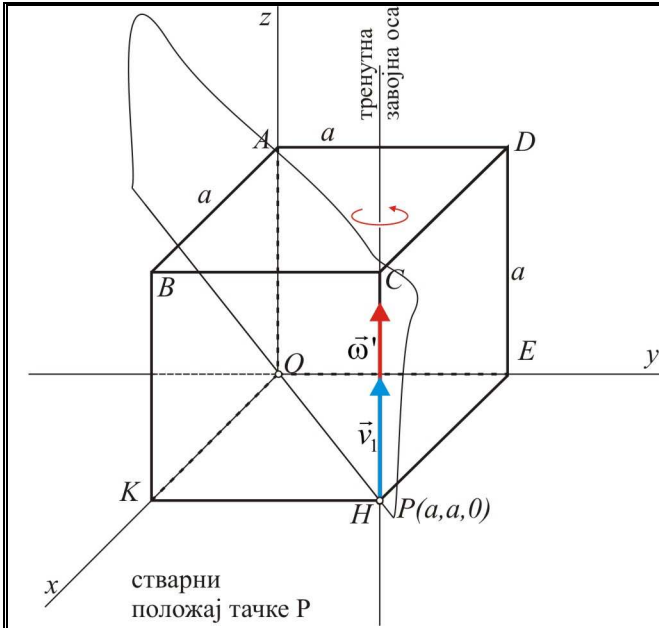
$$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{\omega_0^2} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_0 \\ a\omega_0 & -a\omega_0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{a\omega_0^2 \vec{i} + a\omega_0^2 \vec{j}}{\omega_0^2}$$

$$\overrightarrow{OP} = a\vec{i} + a\vec{j} + 0\vec{k}$$



- 5) Вектор $\vec{v}_1$ је слободан вектор, па се може паралелно пренети у тачку P .

Тако се добија систем колинеарних вектора $(\vec{v}_1, \vec{\omega}')$. На тај начин ово сложено кретање је сведено на **тренутно завојно кретање (кинематички завртањ).**



6) Корак кинематичког завртња:

$$h = v_1 T = v_1 \frac{2\pi}{\omega_0} = a\omega_0 \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$h = 2a\pi$$

Параметар кинематичког завртња:

$$p = \frac{v_1}{\omega'} = \frac{a\omega_0}{\omega_0} = a$$

или (други начин)

$$p = \frac{\vec{v} \cdot \vec{\omega}_0}{\omega_0^2} = \frac{a\omega_0 \cdot 0 + (-a\omega_0) \cdot 0 + a\omega_0 \cdot \omega_0}{\omega_0^2} = a$$

(израз 4.49 стр 122 Младеновић)

Једначина тренутне завојне осе:

$$\frac{a\omega_0 - \omega_0 y}{0} = \frac{-a\omega_0 + \omega_0 x}{0} = \frac{a\omega_0}{\omega_0} = p = a$$

(релација 4.48, стр 122)

7) Брзине тачака O и C :

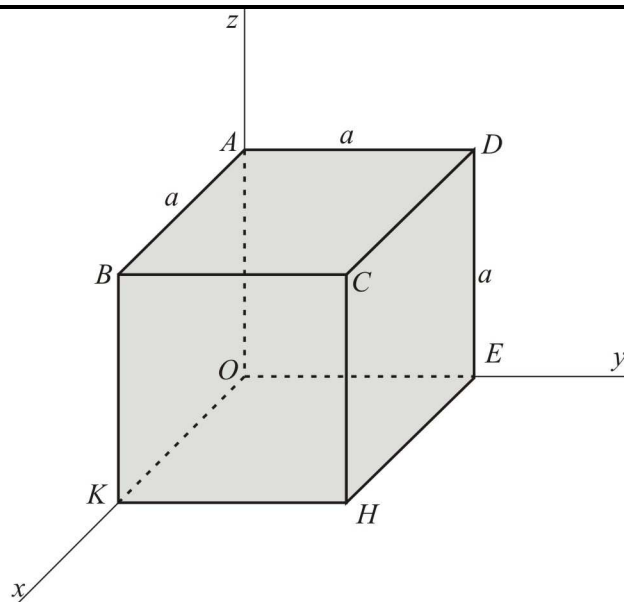
$$\vec{v}_O = \underbrace{\vec{\omega} \times \vec{PO}}_{\text{usled rotacijetela okotrenutne ose}} + \underbrace{\vec{v}_1}_{\text{usled translacije tela}} = \vec{OP} \times \vec{\omega}' + \vec{v}_1 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_0 \\ a & a & 0 \end{vmatrix} = -a\omega_0 \vec{i} + a\omega_0 \vec{j} + \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}_1 = \vec{v}$$

$\vec{v}_O = \vec{v} = a\omega_0 \vec{i} - a\omega_0 \vec{j} + a\omega_0 \vec{k}$ - што се могло закључити и из поставке задатка, јер се тачка O налази на правој која садржи вектор $\vec{\omega}_0$.

$$\vec{v}_C = \underbrace{\vec{\omega} \times \vec{PC}}_{\text{usled rotacijetela okotrenutne ose}} + \underbrace{\vec{v}_1}_{\text{usled translacije tela}} = \vec{CP} \times \vec{\omega}' + \vec{v}_1 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_0 \\ a-a & a-a & 0-a \end{vmatrix} = 0 + \vec{v}_1 = \vec{v}_1$$

$\vec{v}_C = \vec{v}_1 = a\omega_0 \vec{k}$ - што се могло закључити и без рачуна јер се тачка C налази на тренутној оси ротације и њена брзина се своди само на брзину услед translације тела.

Задатак 2. Коцка, ивице a , обрће се око Oz осе у позитивном математичком смеру, угаоном брзином интензитета ω_0 , и истовремено обрће се око ивице CH у истом смеру, угаоном брзином интензитета $3\omega_0$. Одредити резултујуће кретање коцке, као и брзине тачака D , E и O .

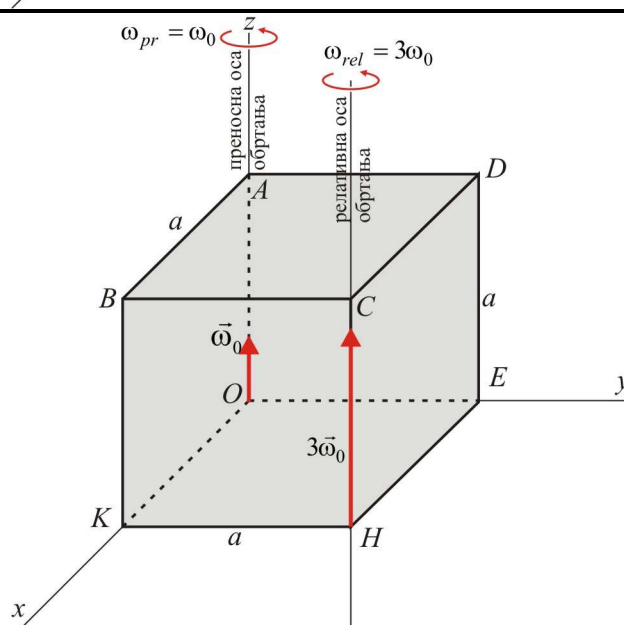


Решење:

1) Који је случај сложеног кретања тела?

Слагање обртања крутог тела око паралелних оса угаоним брзинама истог смера

(Никола Младеновић, Механика 2 – Кинематика, страна 112-114)



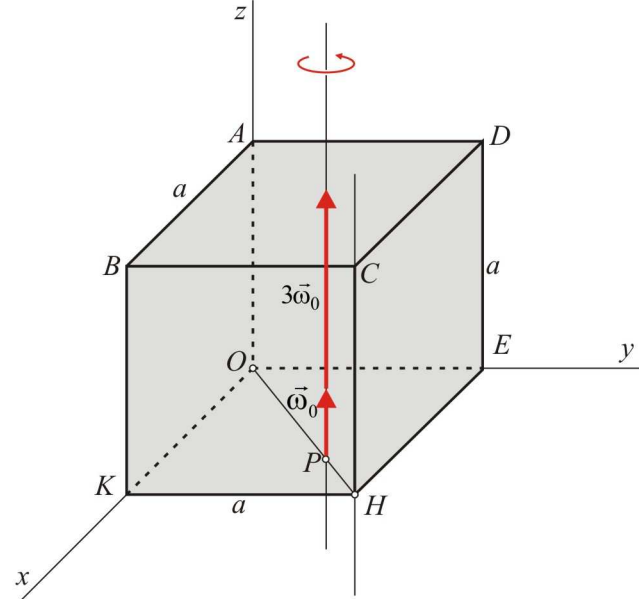
- 2) Вектор тренутне угаоне брзине једнак је збиру вектора преносне ($\vec{\omega}_0$) и релативне ($3\vec{\omega}_0$) угаоне брзине:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + 3\vec{\omega}_0 = 4\vec{\omega}_0 = 4\omega_0 \vec{k}$$

тј. $(\vec{\omega}_{pr}, \vec{\omega}_{rel}) \sim \vec{\omega}$

Тренутна оса ротације припада равни вектора преносне и релативне угаоне брзине и дели растојање између поменутих оса у односу, обрнуто пропорционалном односу интензитета угаоних брзина:

$$\left. \begin{aligned} \frac{3\omega_0}{OP} = \frac{\omega_0}{HP} = \frac{4\omega_0}{HO} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \overline{OP} &= \frac{3a\sqrt{2}}{4} \\ \overline{HP} &= \frac{a\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$



- 3) Координате тачке $P : P\left(\frac{3}{4}a, \frac{3}{4}a, 0\right)$

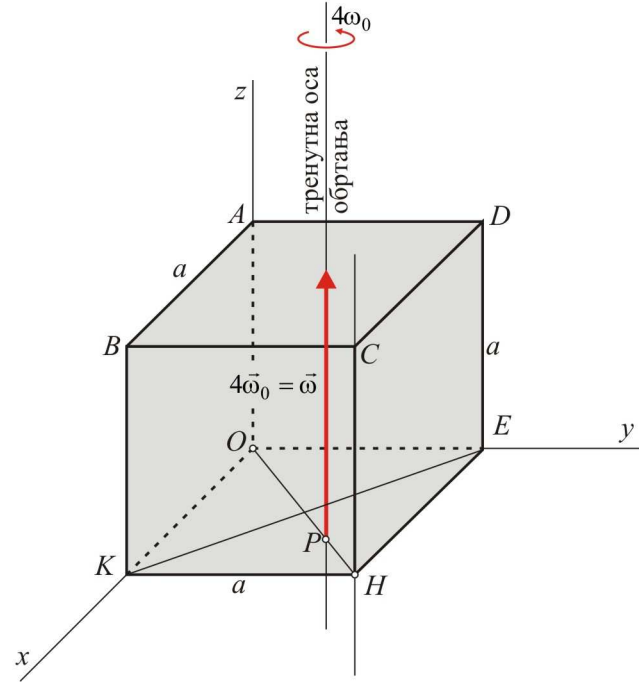
- 4) Брзине тачака D, E и O је могуће одредити користећи Ојлерову формулу (релација 2.27 страна 47, Младеновић). За то су потребне координате одговарајућих тачака:

$$O(0,0,0), E(0,a,0), D(0,a,a)$$

$$\vec{v}_O = \vec{\omega} \times \overline{PO} = \overline{OP} \times \vec{\omega} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{3a}{4} & -0 & \frac{3a}{4} \\ 0 & 0 & 4\omega_0 \end{vmatrix}$$

$\vec{v}_O = 3a\omega_0 \vec{i} - 3a\omega_0 \vec{j}$ - што је јасно из поставке задатка јер се тачка O налази на преносној оси обртања, и има само релативну брзину:

$$\vec{v}_O = \vec{v}_{Orel} + \vec{v}_{Opr} = \vec{v}_{Orel} + 0 = \underbrace{3\vec{\omega}_0}_{\vec{\omega}_{rel}} \times \overline{HO} = \overline{OH} \times 3\vec{\omega}_0$$



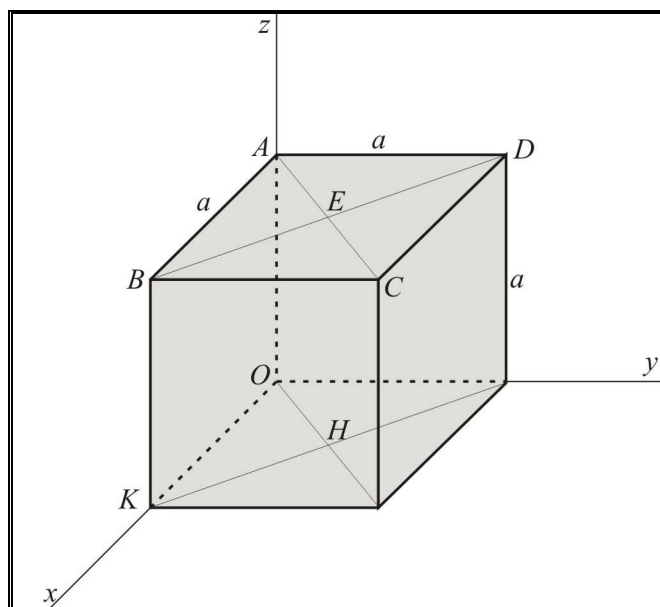
$$\vec{v}_E = \vec{\omega} \times \overline{PE} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 4\omega_0 \\ x_E - x_P & y_E - y_P & z_E - z_P \end{vmatrix}$$

$$\vec{v}_E = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 4\omega_0 \\ 0 - \frac{3}{4}a & a - \frac{3}{4}a & 0 \end{vmatrix} = -a\omega_0 \vec{i} - 3a\omega_0 \vec{j}$$

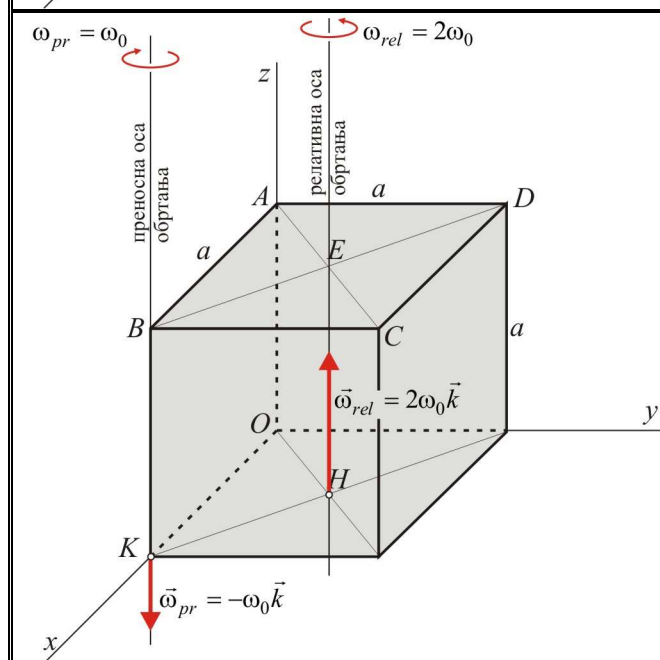
$$\vec{v}_D = \vec{\omega} \times \overline{PD} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 4\omega_0 \\ x_D - x_P & y_D - y_P & z_D - z_P \end{vmatrix}$$

$$\vec{v}_D = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 4\omega_0 \\ 0 - \frac{3}{4}a & a - \frac{3}{4}a & a - 0 \end{vmatrix} = -a\omega_0 \vec{i} - 3a\omega_0 \vec{j}$$

$\vec{v}_D = \vec{v}_E$ што је очигледно јер је $\overline{ED} \parallel$ са тренутном осом обртања



Задатак 3. Коцка, ивице a , обрће се око осе EH , угаоном брзином $\vec{\omega}_1 = 2\omega_0\vec{k}$, и истовремено око ивице BK , угаоном брзином $\vec{\omega}_2 = -\omega_0\vec{k}$. Одредити резултујуће кретање коцке, као и брзине тачака B, C и O ($\overline{EH} \parallel Oz$, $\overline{AE} \cong \overline{EC}$).



Решење:

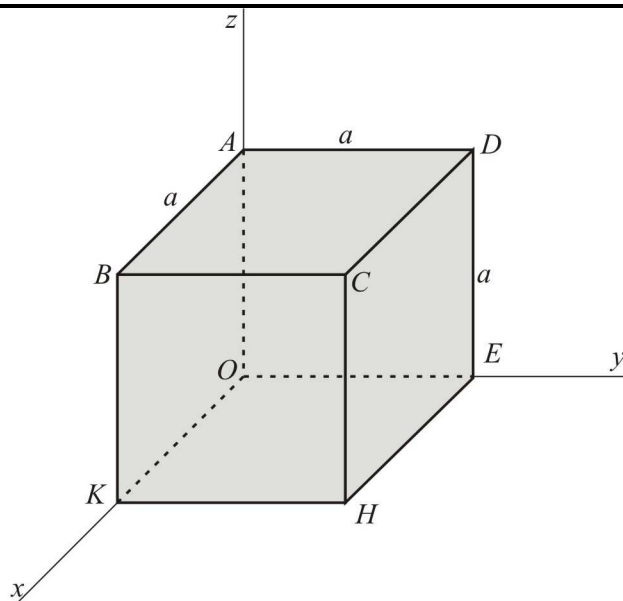
1) Који је случај сложеног кретања тела?

Слагање обртања крутог тела око паралелних оса угаоним брзинама супротног смера

(Никола Младеновић, Механика 2 – Кинематика, страна 112-114)

	2) Вектор тренутне угаоне брзине једнак је збиру вектора преносне ($\vec{\omega}_0$) и релативне ($3\vec{\omega}_0$) угаоне брзине: $\vec{\omega} = \vec{\omega}_{pr} + \vec{\omega}_{rel} = -\omega_0 \vec{k} + 2\omega_0 \vec{k} = \omega_0 \vec{k}$ тј. $(\vec{\omega}_{pr}, \vec{\omega}_{rel}) \sim \vec{\omega}$ Тренутна оса ротације припада равни вектора преносне и релативне угаоне брзине, а њен положај је одређен релацијом: $\left. \begin{aligned} \frac{\omega_{pr}}{HP} &= \frac{\omega_{rel}}{KP} = \frac{\omega}{HK} \\ \overline{HK} &= \frac{a\sqrt{2}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\omega_0}{HP} = \frac{2\omega_0}{KP} = \frac{\omega_0}{\frac{a\sqrt{2}}{2}}$ $\overline{HP} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \overline{KP} = a\sqrt{2}$ 3) Координате тачке P : $P(0, a, 0)$
4) Брзине тачака B, C и O	
Координате тачака B, C и O :	$B(a, 0, a)$, $C(a, a, a)$, $O(0, 0, 0)$
$\vec{v}_B = \vec{\omega} \times \overline{PB} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_0 \\ x_B - x_P & y_B - y_P & z_B - z_P \end{vmatrix}$ $\vec{v}_B = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_0 \\ a-0 & 0-a & a-0 \end{vmatrix} = a\omega_0 \vec{i} + a\omega_0 \vec{j}$	$\vec{v}_C = \vec{\omega} \times \overline{PC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_0 \\ x_C - x_P & y_C - y_P & z_C - z_P \end{vmatrix}$ $\vec{v}_C = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_0 \\ a-0 & a-a & a-0 \end{vmatrix} = a\omega_0 \vec{j}$
	$\vec{v}_O = \vec{\omega} \times \overline{PO} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_0 \\ x_O - x_P & y_O - y_P & z_O - z_P \end{vmatrix}$ $\vec{v}_O = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_0 \\ 0-0 & 0-a & 0-0 \end{vmatrix} = a\omega_0 \vec{i}$ Треба уочити да важи $\vec{v}_K = \vec{v}_B$, $\vec{v}_A = \vec{v}_O$

Задатак 4. Коцка, ивице a , обрће се око Oz осе у позитивном математичком смеру, једнолико са 120 обртаја у минути, и истовремено обрће се око Ox осе у позитивном математичком смеру, такође једнолико са 90 обртаја у минути. Одредити резултујуће кретање коцке, као и брзине тачака D , E и O .



Решење:

1) Који је случај сложеног кретања тела?

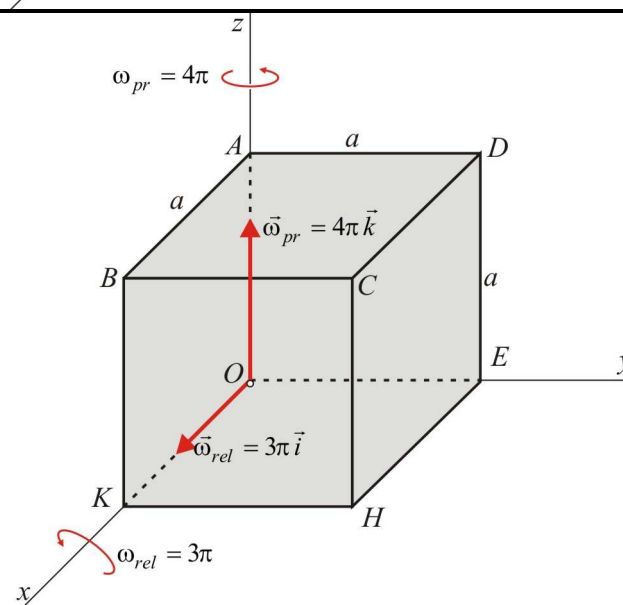
Слагање обртања крутог тела око оса које се секу

(Никола Младеновић, Механика 2 – Кинематика, страна 111-112)

Нека је обртање око осе Oz преносно, а обртање око осе Ox релативно. Следи:

$$\omega_{pr} = \frac{\pi n_{pr}}{30} = \frac{\pi \cdot 120}{30} = 4\pi \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_{rel} = \frac{\pi n_{rel}}{30} = \frac{\pi \cdot 90}{30} = 3\pi \text{ s}^{-1}$$



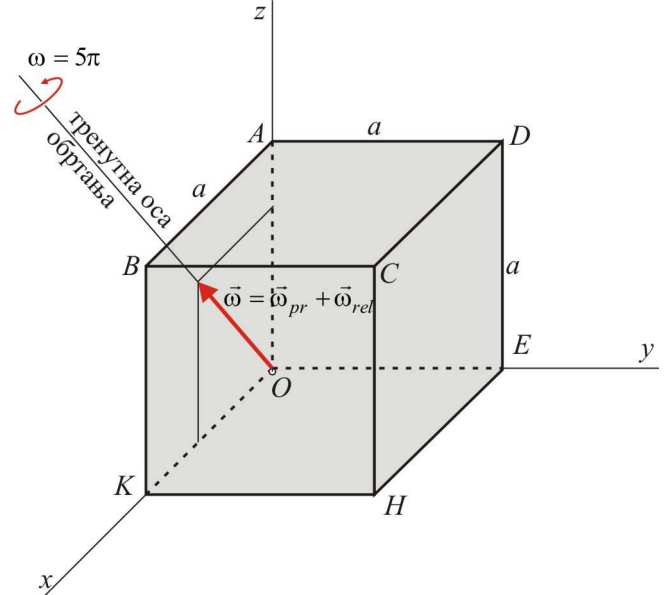
- 2) Резултат слагања два истовремена обртања крутог тела око оса које се секу је апсолутно кретање представљено обртањем око тренутне осе ротације која пролази кроз пресечну тачку оса преносног и релативног кретања. Вектор тренутне (апсолутне) угаоне брзине тела једнак је векторском збиру преносне и угаоне брзине:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_{rel} + \vec{\omega}_{pr} = 3\pi\vec{i} + 4\pi\vec{k}, \quad \omega = \sqrt{(3\pi)^2 + (4\pi)^2}$$

$$\omega = 5\pi \text{ s}^{-1}, \quad (\vec{\omega}_{pr}, \vec{\omega}_{rel}) \sim \vec{\omega}$$

Једначина осе резултујућег обртања је:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{0} = \frac{z}{4}$$



- 3) Брзине тачака D , E и O .

Њихове координате:

$$O(0,0,0), E(0,a,0), D(0,a,a)$$

Тачка O се налази на тренутној оси обртања и следи $\vec{v}_O = 0$

$$\vec{v}_E = \vec{\omega} \times \vec{OE} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3\pi & 0 & 4\pi \\ 0 & a & 0 \end{vmatrix} = -4a\pi\vec{i} + 3a\pi\vec{k}$$

$$\vec{v}_D = \vec{\omega} \times \vec{OD} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3\pi & 0 & 4\pi \\ 0 & a & a \end{vmatrix} = -4a\pi\vec{i} + 3a\pi\vec{k}$$

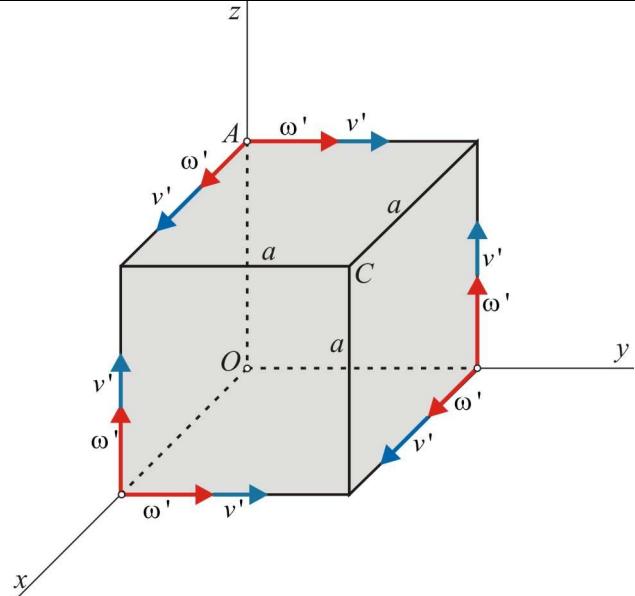
Напомена:

Уместо тачке O могуће је у Ојлеровој формули узети било коју тачку на тренутној оси ротације. Резултат ће бити исти. Проверити и размислити зашто!!

Задатак 5. Коцка, ивице a , изводи истовремено шест завојних кретања као на слици. Одредити резултујуће кретање, ако је обртање једнолико са 60 обртаја у минути, а интензитет једне од брзина транслације је

$$v' = 5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

Напомена. Изгледа 'страшно', али није тешко

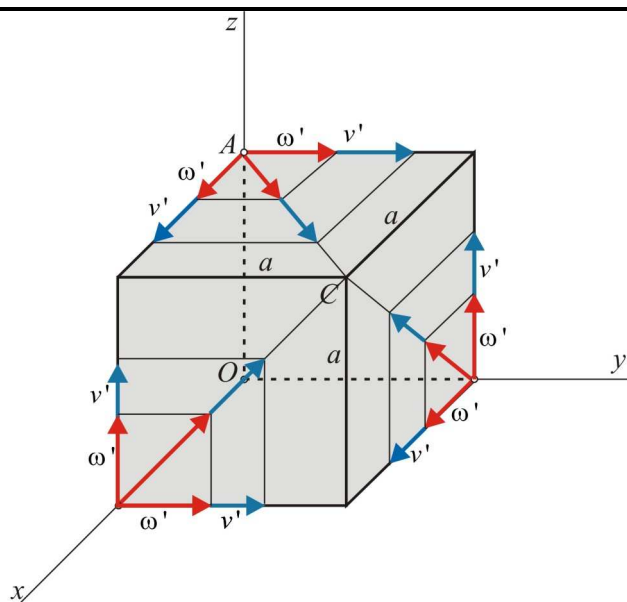


Решење:

Интензитет угаоне брзине једног обртања

је: $\omega' = \frac{\pi n}{30} = 2\pi \text{ s}^{-1}$

Могуће је сложити одговарајуће сучељне парове угаоних брзина и брзина као на слици.



$$\vec{v} = 2v'\vec{i} + 2v'\vec{j} + 2v'\vec{k}$$

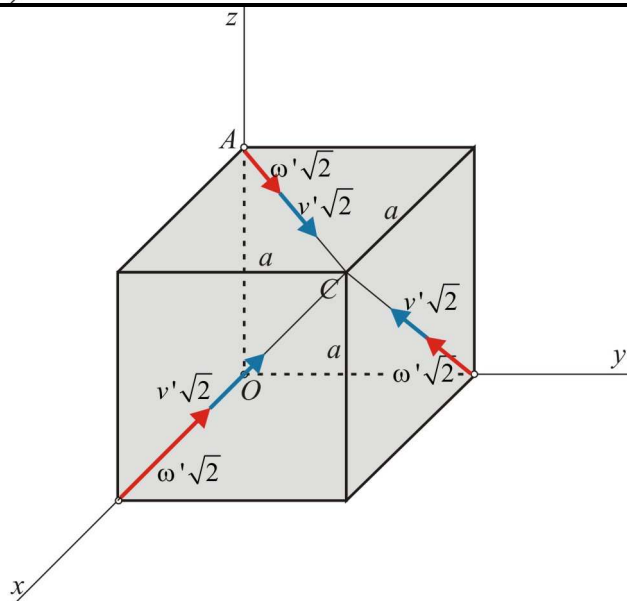
$$\vec{v} = 10\vec{i} + 10\vec{j} + 10\vec{k}$$

$$v = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 10\sqrt{3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\vec{\omega} = 2\omega'\vec{i} + 2\omega'\vec{j} + 2\omega'\vec{k}$$

$$\vec{\omega} = 4\pi\vec{i} + 4\pi\vec{j} + 4\pi\vec{k}$$

$$\omega = \sqrt{16\pi^2 + 16\pi^2 + 16\pi^2} = 4\pi\sqrt{3} \frac{1}{\text{s}}$$



Резултујуће кретање је тренутно завојно кретање крутог тела, угаоном брзином $\vec{\omega} = 4\pi\vec{i} + 4\pi\vec{j} + 4\pi\vec{k}$ интензитета $\omega = 4\pi\sqrt{3} \text{ s}^{-1}$, око тренутне завојне осе која пролази кроз тачке O и C .

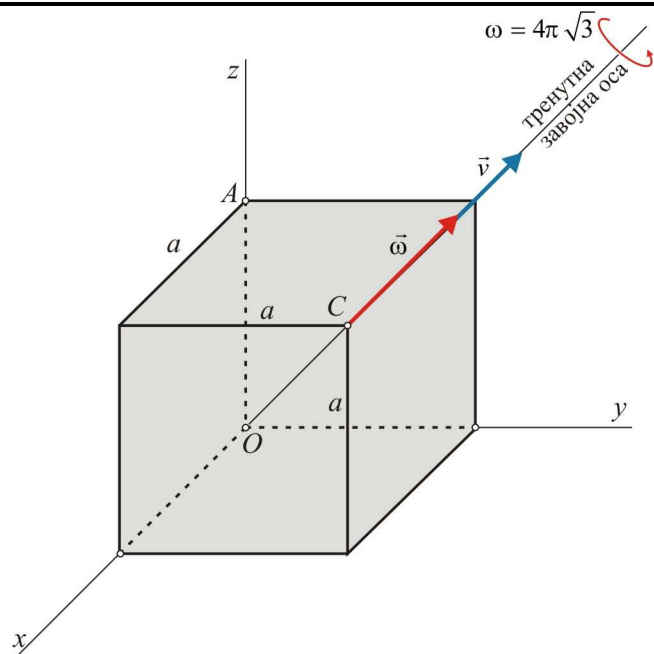
Параметар завртња

$$p = \frac{v}{\omega} = \frac{10\sqrt{3}}{4\pi\sqrt{3}} = \frac{5}{2\pi} \text{ cm}$$

Једначина тренутне завојне осе:

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$$

Завојно кретање се не може даље упростити.



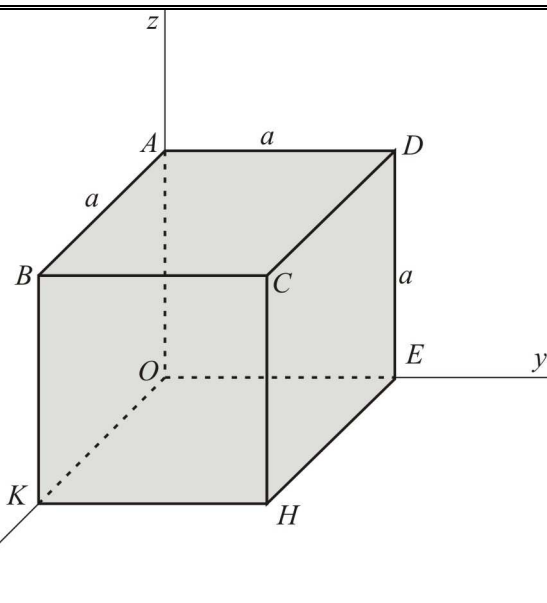
Сада је могуће израчунати брзину било које тачке на коцки.

Пример тачке A :

$$\vec{v}_A = \vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{OA}$$

$$\vec{v}_A = 10\vec{i} + 10\vec{j} + 10\vec{k} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4\pi & 4\pi & 4\pi \\ 0 & 0 & a \end{vmatrix} = 10\vec{i} + 10\vec{j} + 10\vec{k} + 4\pi a\vec{i} - 4\pi a\vec{j}$$

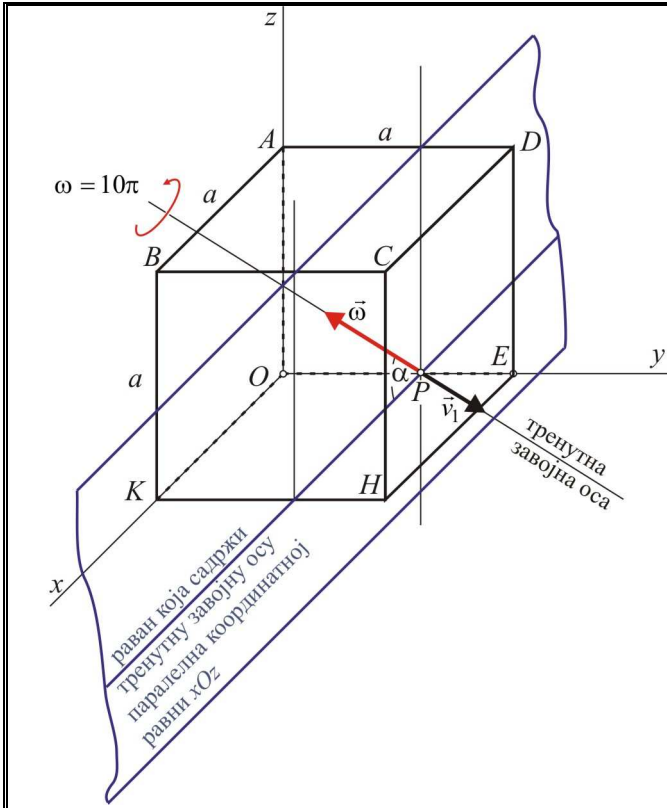
$$\vec{v}_A = (10 + 4\pi a)\vec{i} + (10 - 4\pi a)\vec{j} + 10\vec{k}$$



Задатак 6. Коцка, ивице $a = 10 \text{ cm}$, обрће се око Oz осе у позитивном математичком смеру, једнолико са 180 обртаја у минути, и истовремено обрће се око ивице EH осе у позитивном математичком смеру, такође једнолико са 240 обртаја у минути. Одредити резултујуће кретање коцке.

	Решење: 1) Који је случај сложеног кретања тела? Слагање обртања крутог тела око оса које се мимоилазе Нека је обртање око осе Oz преносно, а обртање око ивице EH релативно. Следи: $\omega_{pr} = \frac{\pi n_{pr}}{30} = \frac{\pi \cdot 180}{30} = 6\pi \text{ s}^{-1}$ $\omega_{rel} = \frac{\pi n_{rel}}{30} = \frac{\pi \cdot 240}{30} = 8\pi \text{ s}^{-1}$
Поступак за добијање резултујућег кретања у овом случају:	
	2) У тачки O додаје се систем вектора $(\vec{\omega}'', \vec{\omega}') \sim 0$ Вектори $\vec{\omega}'$, $\vec{\omega}''$ се бирају тако да важи $\vec{\omega}_{rel} = \vec{\omega}'', \quad \vec{\omega}_{pr} = -\vec{\omega}'$ Сада је: $(\vec{\omega}_{pr}, \vec{\omega}_{rel}) \sim (\vec{\omega}_{pr}, \vec{\omega}_{rel}, \vec{\omega}', \vec{\omega}'')$

	3) Кинематички спрег $[\vec{\omega}'; \vec{\omega}_{rel}]$ се може заменити вектором брзине $\vec{v}$ (као на слици), тако да се почетни систем мимоилазних вектора $\vec{\omega}_{rel}$ и $\vec{\omega}_{pr}$ може трансформисати на следећи начин: $(\vec{\omega}_{pr}, \vec{\omega}_{rel}) \sim (\vec{\omega}_{pr}, \vec{\omega}_{rel}, \vec{\omega}', \vec{\omega}'') \sim (\vec{\omega}_{pr}, \vec{v}, \vec{\omega}'')$ Брзина translације $\vec{v}$ може се одредити применом релације: $\vec{v} = \vec{\omega}_{rel} \times \vec{EO} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 8\pi & 0 & 0 \\ 0 & -a & 0 \end{vmatrix} = -8a\pi\vec{k}$ (прочитати о кинематичком спрегу – књига Младеновић, страна 115 и 116).
	4) Сучељни вектори $\vec{\omega}''$ и $\vec{\omega}_{pr}$ могу се векторски сабрати: $\vec{\omega}''' = \vec{\omega}'' + \vec{\omega}_{pr} = 8\pi\vec{i} + 6\pi\vec{k}, \quad \omega''' = 10\pi$ $\cos \alpha = \frac{\omega''}{\omega'''} = \frac{8\pi}{10\pi} = \frac{4}{5}, \quad \sin \alpha = \frac{\omega_{pr}}{\omega'''} = \frac{6\pi}{10\pi} = \frac{3}{5}$ Почетни систем мимоилазних вектора $\vec{\omega}_{rel}$ и $\vec{\omega}_{pr}$ сада добија препознатљив облик: $(\vec{\omega}_{pr}, \vec{\omega}_{rel}) \sim (\vec{\omega}_{pr}, \vec{\omega}_{rel}, \vec{\omega}', \vec{\omega}''') \sim (\vec{\omega}_{pr}, \vec{v}, \vec{\omega}''') \sim (\vec{v}, \vec{\omega}''')$ Овај случај сложеног кретања је урађен у задатку број 1 – то је случај када <u>брзина транслаторног кретања гради произвољан угао са осом обртања</u>. Наставак решавања задатка је аналоган са поступком у задатку 1.
	5) Дакле, у том поступку следи разлагање вектора брзине $\vec{v}$ на две компоненте (једна у правцу осе ротације, а друга управна на тај правац) Интензитети тих компоненти су: $v_1 = v \sin \alpha = 8\pi a \cdot \frac{3}{5} = \frac{24}{5} \pi a$ $v_2 = v \cos \alpha = 8\pi a \cdot \frac{4}{5} = \frac{32}{5} \pi a$



6) Компоненту $\vec{v}_2$ могуће је заменити кинематичким спрегом $\vec{v}_2 \sim [\vec{\omega}'''; \vec{\omega}]$ са особином: $\vec{\omega} = \vec{\omega}'''$, $\vec{\omega}''' = -\vec{\omega}''$ (то није нацртано на слици, то је задатак за читаоце).

Положај тачке P (видети задатак 1):

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\vec{\omega}''' \times \vec{v}_2}{\omega'''^2} = \frac{1}{(10\pi)^2} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 8\pi & 0 & 6\pi \\ v_2 \sin \alpha & 0 & -v_2 \cos \alpha \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{(10\pi)^2} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 8\pi & 0 & 6\pi \\ \frac{32}{5}\pi a \frac{3}{5} & 0 & -\frac{32}{5}\pi a \frac{4}{5} \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{OP} = \frac{64\pi^2 a}{(10\pi)^2} \vec{j} = \frac{16}{25} a \vec{j}$$

Значи, резултујуће кретање коцке је завојно кретање.

Параметар кинематичког завртња: $p = \frac{v_1}{\omega} = \frac{\frac{24}{5}\pi a}{10\pi} = \frac{24}{50} a = 4.8 \text{ cm}$

Једначина тренутне завојне осе (оса кинематичког завртња):

$$\frac{x}{8} = \frac{y - \frac{16}{25}a}{0} = \frac{z}{6} \text{ или ако је разумљивије: } y = \frac{16}{25}a, \quad z = \frac{6}{8}x$$

Задатак 7. Тело изводи истовремено два обртања у позитивном математичком смеру око оса Oy и Oz са 60 об/мин и 80 об/мин респективно, и транслаторно кретање у смеру Oy осе брзином 5 м/с. Одредити резултујуће кретање крутог тела.

Решење.

Тренутно завојно кретање.

Интензитет брзине завртња: 3 м/с

Тренутна угаона брзина: $\omega = \frac{10\pi}{3}$, $\vec{\omega} = 2\pi \vec{j} + \frac{8\pi}{3} \vec{k}$

Параметар завртња: $p = \frac{9}{10\pi}$

Положај тачке P : $\overrightarrow{OP} = -\frac{6}{5\pi} \vec{i}$

Једначина тренутне завојне осе: $\frac{x + \frac{6}{5\pi}}{0} = \frac{y}{2\pi} = \frac{3z}{8\pi}$

Задатак 8. (факултативно) Период обртања Сунчевих пега, посматрано са Земље, једнак је 29,6 дана. Одредити стварни период обртања ових пега, ако је познато да се Сунце обрће у истом смеру у коме се око њега креће Земља. Годину узети једнаку 365 дана. Нагиб Земљине осе према равни еклиптике не узимати у обзир.

Решење: $T_s = 27.38$ дана

Задатак 9. (факултативно) Тело, обрћући се око Земље по кружној орбити, налази се у неком тренутку на правој која спаја центре Земље и Месеца, и има период обртања око Земље, једнак T_1 . Ако је познато да је период обртања Месеца око Земље једнак T_2 , одредити кроз колико времена T ће тело опет бити на правој Земља – Месец, ако се раван његове орбите поклапа са равни Месечеве орбите. Периоди T_1 и T_2 су израчунати у односу на систем који се креће заједно са центром Земље праволинијски у односу на звезде.

Решење: $T = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$ - при супротним смеровима обртања тела и Месеца у односу на Земљу.

$T = \frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|}$ - при једнаким смеровима њиховог кретања.

Designed by NT, Dec.2009