

1. Rešenja zadataka pošaljite na email adresu:

numericke.metode.metode@gmail.com

do 23:59 časova 05.02.2019. godine. Rešenja zadataka pristigla sa zakašnjenjem neće biti uzimana u razmatranje, bez obzira na izgovor.

2. Prilikom slanja email-a u polju subject navedite sledeću nisku znakova:

KRAUF.NM.999/GG

gde je:

- KRAUF-oznaka Katedre za Računarstvo u formiranju
- NM-oznaka za Numeričke metode
- 999/GG-broj indeksa studenta gde se unosi vodeća nula

Na primer, ako Vam je broj indeksa 23 i neka ste upisani 2011 godine, tada u subject-u treba da stoji:

KRAUF.NM.023/11

Slično, ako Vam je broj indeksa 124 i neka ste upisani 2011 godine, tada u subject-u treba da stoji:

KRAUF.NM.124/11

3. Rešenje zadataka: program u Matlabu, slike kao ilustracije u JPEG formatu, tekst otkucan u Wordu, pa eksportovan u pdf, ili skenirana rešenja pisana na papiru, pošaljite kao attachment Vašeg email-a, tako što sve fileove vezane za jedan zadatak zapakujete u zip arhive sa imenima

zadatak01.zip, zadatak02.zip, zadatak03.zip, zadatak04.zip

4. Poslednji pristigli Vaš email je važeći i on će biti pregledan, dakle, mora sadržati rešenja svih zadataka koja želite da pošaljete.
5. Svako prepisivanje biće sankcionisano, pored toga, morate usmeno odbraniti rad koji ste poslali.
6. Rešenje svakog zadatka donosi 25%.

## Pismeni ispit iz Numeričkih metoda

1. Odredjujemo broj značajnih cifara kojim je određena vrednost funkcije  $f(x, y) = x^2 + y^2$  nad oblašću  $[-10, 10] \times [-10, 10]$  pod pretpostavkom da su veličine  $x$  i  $y$  zadate sa 3 i 6 značajnih cifara, redom.
  - a) Odrediti teorijski broj značajnih cifara vrednosti funkcije  $f$  u funkciji broja značajnih cifara argumenata funkcije.
  - b) Napisati `script` u `Matlabu` i prikazati grafičku zavisnost broja značajnih cifara funkcije  $f$  u funkciji vrednosti argumenata na intervalu  $[-10, 10] \times [-10, 10]$ , sa barem 101 tačkom u gridu po svakoj promenljivoj. Potrebno je nacrtati dve slike jednu koja se dobija eksperimentom i drugu koja je dobijena na osnovu teorijske ocene u delu zadatka pod a).
  - c) Objasniti zašto je u pojedinim delovima skupa  $[-10, 10] \times [-10, 10]$  vrednost funkcije  $f$  određena sa 6 značajnih cifara a u pojedinim sa 3 značajne cifre.

**Napomena:** zadatak je u potpunosti rešen ako priložite teorijsko razmatranje a), `script` file i slike pod b), komentar pod c).
2.
  - a) Konstruisati Lagrangeov interpolacioni polinom u 30 ekvidistantnih interpolacionih čvorova na intervalu  $[1, 10]$ , za funkciju  $f(x) = (x-2)^2(x-3)^2(x-5)^2+1$ . Prikazati grafički zavisnost broja značajnih cifara kojom interpolacioni polinom aproksimira funkciju  $f$  na intervalu  $[1, 10]$ .
  - b) Koristeći grafik Lebesgueove funkcije, za dati raspored interpolacionih čvorova, dati teorijsku ocenu broja značajnih cifara na intervalu  $[1, 10]$ . Uporediti teorijske rezultate sa dobijenim eksperimentalnim vrednostima. Objasniti poklapanje koristeći izraz za ocenu greške interpolacije.
  - c) Koristeći grafik Lebesgueove funkcije oceniti minimalni broj značajnih cifara prilikom interpolacije funkcije  $f$ , na intervalu  $[1, 10]$ , ako ulazni podaci imaju barem 7 značajnih cifara.
3.
  - a) Nacrtati zavisnost broja značajnih cifara u funkciji stepena tačnosti  $n = 2k$ ,  $k = 1, \dots, 30$ , prilikom određivanja izvoda funkcije  $f(x) = \log x$ , u tački  $x = 5$ , metodama jednostranog i dvostranog diferenciranja.
  - b) Uporediti dobijene rezultate sa dobijenim teorijskim ocenama. Objasniti razlog velikog odstupanja. Objasniti zašto formula za dvostrano diferenciranje ima broj značajnih cifara koji, sem za mala stepene tačnosti, ne zavisi od stepena tačnosti formule  $n$ .

4. a) Naći egzaktno rešenje Cauchyevog problema

$$y' = x + y, \quad y(1) = 1.$$

b) Napisati funkcije u MatLabu koje aproksimiraju rešenje Cauchyevog problema koristeći Eulerov metod

$$y_{n+1} = y_n + hf_k, \quad y_0 = y(0),$$

i Adams-Bashforthov metod

$$y_{n+3} - y_{n+2} = \frac{h}{12}(23f_{n+2} - 16f_{n+1} + 5f_n), \quad y_0 = y(0), \quad y_1 \approx 1 + h^2 + \frac{h^4}{2}, \quad y_2 \approx 1 + 4h^2 + 8h^4.$$

c) Nacrtati grafik zavisnosti broja značajnih cifara aproksimacije rešenja  $y(2)$  u funkciji logaritma koraka  $h = 2^{-k}$ ,  $k = 1, \dots, 15$ . Oceniti na osnovu grafika red Adams-Bashforthovog metoda.

d) Nacrtati grafik zavisnosti broja značajnih cifara rešenja Cauchyevog problema, prilikom izračunavanja Adams-Bashforthovim metodom, na intervalu  $[0, 1]$  za  $h = 2^{-10}$ . Objasniti oblik krive.

prof. dr Aleksandar Cvetković