

## 4. IDEALAN GAS – JEDNAČINA STANJA

### 4.1 Gibsovo (Gibbs) pravilo faza

- Ravnotežno stanje nekog termodinamičkog (termomehaničkog) sistema može se jednoznačno definisati (opisati) tačno određenim brojem termodinamičkih (termomehaničkih) veličina stanja, tj.

$$f(b_1, b_2, b_3, \dots, b_n) = 0$$

gde su ( $b_i$   $i = 1, 2, \dots, n$ ) termodinamičke (termomehaničke) veličine stanja.

- Broj nezavisnih veličina stanja koje jednoznačno određuju ravnotežno stanje termodinamičkog (termomehaničkog) sistema naziva se **broj stepeni slobode** posmatranog sistema.
- U slučaju da se termodinamički sistem nalazi u stanju ravnoteže, njegov broj stepeni slobode zavisi od:
  - Strukture termodinamičkog sistema-komponenti
    - homogen (jednofazni)
    - nehomogen (broj faza)
  - Mogućnostima razmene energije sa okolinom, tj. broja spoljnih uticaja
    - termo-mehanički sistemi (toplotno energetska dejstvo i mehaničko energetska dejstvo)
    - zatvoreni ili protočni sistem (energija sadržana u supstanci)
    - makroskopski pokretni ili nepokretni (promena kinetičke i potencijalne energije)

U najopštijem slučaju, ne samo u klasičnoj termodinamici, nego i u fizičkoj hemiji, hemijskoj termodinamici, termodinamici višefaznih i višekomponentnih sistema, broj stepeni slobode sistema, koji se nalazi u stanju ravnoteže se može odrediti pomoću Gibsovog (Josiah Willard Gibbs) pravila faza:

$$N_{\text{st.sl.}} = N_{\text{komp.}} + N_{\text{med.en.dejstava}} - N_{\text{faza}}$$

$N_{\text{st.sl.}}$  - broj stepeni slobode sistema

$N_{\text{komp.}}$  - broj nezavisnih komponenti sistema

$N_{\text{med.en.dejstava}}$  - broj međusobnih energetskih dejstava sistema i okoline

$N_{\text{faza}}$  - broj faza unutar sistema

• Za slučaj:

- jednodokomponentnog  $N_{\text{komp.}} = 1$
- jednofaznog  $N_{\text{faza}} = 1$
- zatvorenog i
- nepokretnog termodinamičkog sistema ( $\Delta E_k = 0$ ,  $\Delta E_p = 0$ ,  $\Rightarrow$  mehaničko energetske dejstvo - izvršeni rad ( $W$ ), toplotno energetske dejstvo - predata količine toplote ( $Q$ ))

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} N_{\text{med.en.dejstava}} = 2$$

$$N_{\text{st.sl}} = 1 + 2 - 1 = 2$$

$\Rightarrow$  ponašanje radne supstancije (radnog tela) u tom slučaju moguće je opisati sa jednačinom sa dve nezavisno promenljive

$\Rightarrow$  jednačina tipa:

$$f(p, T, v) = 0 \quad \text{ili} \quad f_1(p, T) = v$$

naziva se **TERMO-MEHANIČKA ili TERMIČKA JEDNAČINA STANJA**

$\Rightarrow$  a jednačina tipa:

$$g(u, p, T) = 0 \quad \text{ili} \quad g_1(p, T) = u$$

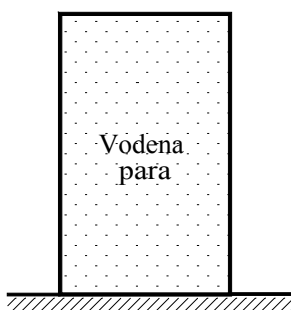
$$\psi(h, p, T) = 0 \quad \text{ili} \quad \psi_1(p, T) = h$$

nazivaju se **energetske ili kaloričke jednačine stanja**.

- Pored jednodokomponentnih i jednofaznih sistema u termodinamici se susrećemo i sa višefaznim sistemima, kao i višekomponentnim sistemima.

Pr. 1  $\text{H}_2\text{O}$  u zatvorenom i nepokretnom termodinamičkom sistemu ( $N_{\text{komp}} = 1$ ,

$$N_{\text{med.en.dejstava}} = 2)$$



$$N_{\text{st.sl.}} = 1 + 2 - 1 = 2$$



$$N_{\text{st.sl.}} = 1 + 2 - 2 = 1$$

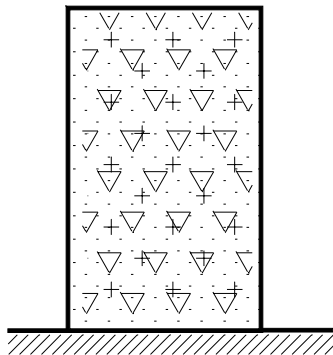


$$N_{\text{st.sl.}} = 1 + 2 - 3 = 0$$

Trojno stanje  $\vartheta_{\text{tr}} = 0,01^\circ\text{C}$

$$p_{\text{tr}} = 611,73 \text{ Pa}$$

Pr. 2 Smeša (idealnih) gasova – 3 komponentna, u zatvorenom i nepokretnom termodinamičkom sistemu ( $N_{\text{komp}} = 3$ ,  $N_{\text{međ.en.dejstava}} = 2$ ,  $N_{\text{faza}} = 1$ )



$$N_{\text{st.sl.}} = 3 + 2 - 1 = 4$$

- + – gas A
- Δ – gas B
- – gas C

## 4.2 Podela radnih supstanci u termodinamici

- Jednačine stanja (termo-mehaničke i energetske) nekih radnih supstanci imaju veoma jednostavan analitički oblik, dok su kod drugih ove jednačine veoma složene i zavise od brojnih empirijskih koeficijenata.
- Praktično je podeliti – razdvojiti radne supstance
- Po agregatnom stanju – gasovi, tečnosti i čvrste supstance (tečnosti i čvrste supstance po pravilu se smatraju nestišljivim  $dV = 0$ ).

GASOVI	TEČNOSTI	ČVRSTO STANJE
idealni	nestišljive supstancije	
poluidealni		
realni gasovi	realne tečnosti	realne čvrste supstance

- Sve supstancije u prirodi su realne!
- Idealni, poluidealni gasovi i „nestišljive“ tečnosti i supstance u čvrstom stanju ne manjaju agregatno stanje
- Realne supstancije – menjaju agregatno stanje
- Realne supstancije – postoje komplikovani izrazi za termo-mehaničke i energetske jednačine stanja

### 4.3 Idealan gas

*def.* Pod idealnim gasom podrazumeva se supstanca čije su molekule tačke, između kojih ne postoje ni privlačne ni odbojne međumolekularne sile. Usled toga, svaki sudar ovih molekula je centralan i u potpunosti elastičan.

- Materijalne tačke – molekuli oblika savršene loptice, prečnika  $d \rightarrow 0$ , a koje poseduju masu mirovanja
- Izostanak međumolekularnih sila i uslov da  $d \rightarrow 0$ , omogućavaju uvek centralne i potpuno elastične sudare
  - Na osnovu takvih pretpostavki, moguće je koristeći isključivo zakone mehanike, izvesti termo-mehaničku i energetske jednačine stanja, odnosno, zavisnosti  $f(p, T, v) = 0$ ,  $g(u, p, T) = 0$ ,  $\psi(h, p, T) = 0$ .
  - Lakše, na „empirijski“ način
- Idealan gas ne postoji, ali se svi gasovi na visokim temperaturama i niskim pritiscima ponašaju kao idealni (npr.  $O_2 - 187,95^\circ\text{C}$ , 101325 Pa, )
- Istorijski, do jednačine stanja se došlo empirijski.
- Na osnovu Bojlovog zakona (1662) i Gej Lisakovog zakona (1802), Klapjeiron prvi formuliše izraz (1834)

$$pV = n \cdot R \cdot T$$

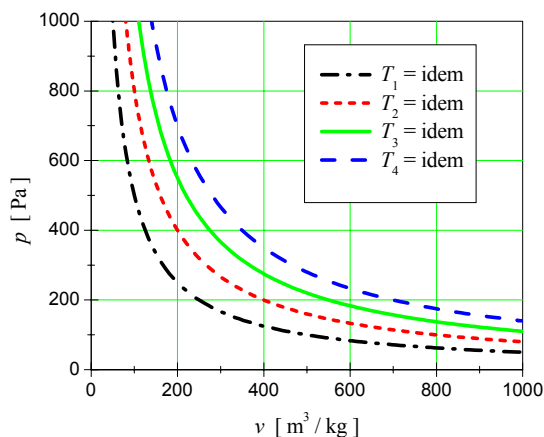
poznat kao JEDNAČINA STANJA IDEALNOG GASA.

### 4.4 Bojl (Boyle) – Mariotov (Mariotte) zakon

- Robert Boyle (1627-1691), prvi objavio 1662.
- Edme Mariotte (1620-1684), nezavisno objavio 1676.
- Posmatrali kako se menja proizvod pritiska i specifične zapremine (idealnog) gasa pri stalnoj temperaturi

$$(pv)_g = (pv)_T = \text{idem}$$

Boyl – Mariotte-ov zakon



- Opšte

$$pv = f_1(T)$$

## 4.5 Gej Lisakov ( Gay Lussac ) zakon

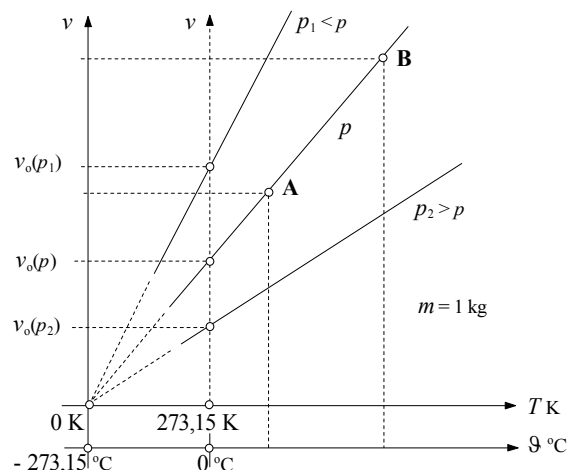
- Joseph Louis Guy Lussac (1778-1850) prvi objavio 1802. na osnovu ne objavljenih radova Jacques Charles (1746-1823) iz 1787.
- Čarlsov zakon (Jacques Charles)
- Ustanovio da – pri stalnom pritisku odnos specifične zapremine nekog idealnog gasa, njegove temperature (u Kelvinima – termodinamička temperatura) ima stalnu vrednost.

$$\left( \frac{v}{T} \right)_p = \text{idem}$$

Gej – Lisakov zakon

- Opšte

$$v = f_2(p) \cdot T$$



- Održavajući stalnu vrednost pritiska gasa tokom eksperimenta ( $p = \text{idem}$ ), konstatovana je linearna zavisnost između specifične zapremine i temperature

$$v = v_0 (1 + \alpha_{v,0} \cdot \vartheta)$$

gde je sa  $\alpha_{v,0}$  [ $\text{K}^{-1}$ ] označen koeficijent zapreminskog širenja na  $0^\circ\text{C}$

- Eksperimentalno je ustanovljeno da  $\alpha_{v,0}$  za sve idealne gasove ima istu vrednost koja iznosi

$$\alpha_{v,0} = \frac{1}{273,15} \text{ K}^{-1}$$

Na osnovu jednačine prave

$$v = v_0 + \underbrace{v_0 \cdot \alpha_{v,0}}_{\text{tg } \alpha} \cdot \vartheta$$

$\text{tg } \alpha$  - koeficijent nagiba

$$\text{tg } \alpha = v_0 \cdot \alpha_{v,0} = \frac{v_0}{273,15} \Rightarrow \alpha_{v,0} = \frac{1}{273,15} \text{ K}^{-1}$$

- Veza između termodinamičke temperature  $T$  i specifične zapremine  $v$

$$T = 273,15 + \vartheta [\text{K}] \Rightarrow \vartheta = T - 273,15$$

uz već određenu vrednost

$$\alpha_{v,0} = \frac{1}{273,15} \text{ K}^{-1}$$

sledi da je

$$v = v_0 \left(1 + \frac{T - 273,15}{273,15}\right) = \frac{v_0}{273,15} \cdot T = v_0 \cdot \alpha_{v,0} \cdot T$$

## 4.6 Klapjeironova (Clapeyron) jednačina stanja idealnog gasa

- Na osnovu Bojlovog i Gej–Lisakovog zakona, Klapjeiron (Benoit Paul Emile Clapeyron, 1799-1864) prvi formuliše i objavljuje 1834, jednačinu stanja idealnog gasa.

$$\boxed{pV = nRT}$$

- Izvođenje:

$$\begin{aligned} \text{Iz Gej–Lisakovog} \quad &\Rightarrow \quad v = f_2(p)T, \text{ pomnožimo sa pritiskom } p \\ &\Rightarrow \quad p v = \underbrace{f_2(p) \cdot p}_{\psi(p)} \cdot T, \text{ što može da se napiše i kao} \\ &\Rightarrow \quad p v = \psi(p) \cdot T \end{aligned}$$

Upoređujući dobijni izraz sa opštim oblikom Bojl–Mariotovog zakona

$$p v = f_1(T)$$

može se konstatovati da su oba izraza uvek tačna samo ukoliko funkcija  $\psi(p)$  ima stalnu vrednost, koja zavisi od vrste gasa

$$\psi(p) = \text{const} = R$$

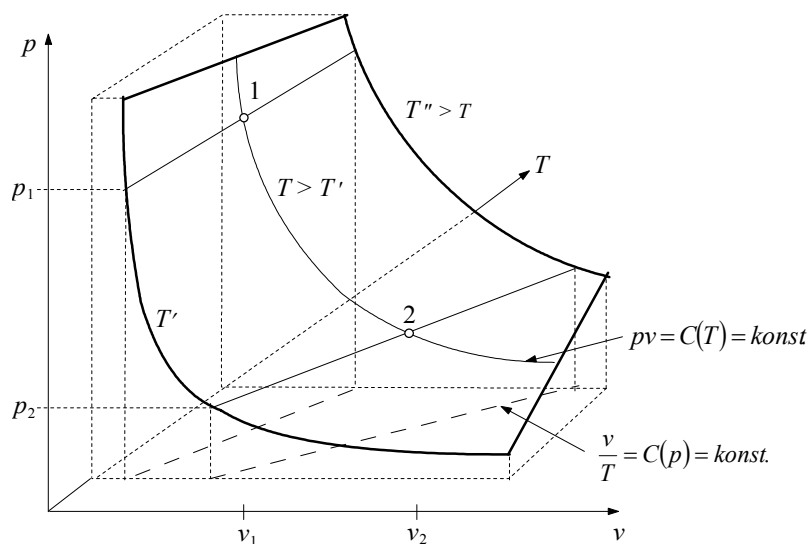
$$\boxed{p v = R T}$$

Konstanta  $R$  [J/(kg · K)] naziva se (individualna) gasna konstanta. Svaki gas ima određenu vrednost ove konstante, koja se obično daje u odgovarajućim tabelama (Tabela 3.1.5, str. 13)

- Razni oblici termo-mehaničke jednačine stanja idealnog gasa

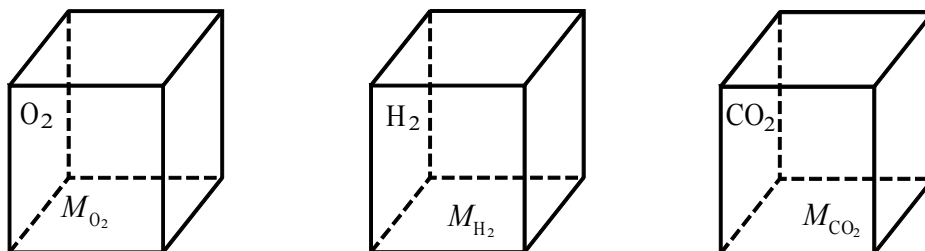
Za 1 kg supstancije	$p v = R T$	množenjem sa $m$ [kg] supstancije
Za $m$ [kg] supstancije	$p V = m R T$	Korišćenjem relacije koja povezuje masu $m$ , molarnu masu $M$ i količinu neke supstancije $n$ $m = M \cdot n$
Za $n$ [mol] supstancije	$p V = n M R T$	Korišćenjem relacije koja povezuje individualnu gasnu konstantu $R$ , molarnu masu $M$ i univerzalnu gasnu konstantu $R = 8,314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ $R \cdot M = \mathbb{R}$
Za $n$ [mol] supstancije	$p V = n \mathbb{R} T$	Svođenjem na 1 mol supstancije
Za 1 mol supstancije	$p V_m = \mathbb{R} T$	

- Jednačina termo-mehaničkog stanja idealnog gasa u  $p - T - v$  koordinatnom sistemu



## 4.7 Avogadrov zakon

- Italijanski fizičar i matematičar Amadeo Avogadro (1776-1856) oblikovao je 1811. svoja zapažanja o odnosu zapremine i broja molekula u zaključak: “Svi idealni gasovi, pri istom pritisku, istoj temperaturi, u jednakim zapreminama sadrže isti broj molekula.”



$$\left. \begin{array}{l} V_{\text{O}_2} = V_{\text{H}_2} = V_{\text{CO}_2} \\ T_{\text{O}_2} = T_{\text{H}_2} = T_{\text{CO}_2} \\ p_{\text{O}_2} = p_{\text{H}_2} = p_{\text{CO}_2} \end{array} \right\} \Rightarrow n_{\text{O}_2} = n_{\text{H}_2} = n_{\text{CO}_2}$$

$$1) \quad pV = nRT \rightarrow \frac{pV}{T} \cdot \frac{1}{R} = n$$

$$2) \quad pV_m = RT \rightarrow V_m = R \frac{T}{p}$$

- **Posledica** - u slučaju prethodno ispunjenih uslova, mase ovih gasova odnose se kao mase njihovih molekula (molekulske mase), odnosno kao njihove molarne mase

$$m_{\text{O}_2} : m_{\text{H}_2} : m_{\text{CO}_2} = M_{\text{O}_2} : M_{\text{H}_2} : M_{\text{CO}_2}$$

- Normalni uslovi - Normalni kubni metar  $1 \text{ m}_\text{N}^3$  (pri  $p_0$ ,  $T_0$ ) - jedinica za „količinu“ gasa

$$\left. \begin{array}{l} p_0 = 1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa} \\ T_0 = 273,15 \text{ K} = 0^\circ\text{C} \end{array} \right\} \Rightarrow V_{\text{m},0} = R \cdot \frac{T_0}{p_0} = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$$