

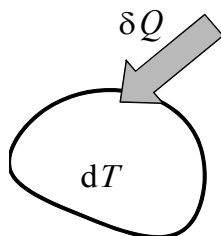
## 6. TOPLOTNI KAPACITET RADNE SUPSTANCIJE

### 6.1 Opšte

- Termofizička osobina supstancije
- Oznaka  $C$  [J/K]
- Definiše se za supstancije u svim agregatnim stanjima
- Ne definiše se pri prelasku supstancije iz jednog u drugo agregatno stanje

*def.* Predstavlja odnos između elementarne količine toplote ( $\delta Q$ ) predate radnoj supstanci i nastale promene temperature supstancije

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \quad [\text{J/K}]$$



„Količina toplote koju je potrebno predati supstanci da bi se njena temperatura promenila za 1°C “

- U opštem slučaju, toplotni kapacitet supstancije je funkcija od:
  1. vrste supstance (hemijskog sastava i agregatnog stanja supstancije),
  2. stanja, tj. veličina stanja koje opisuju stanje supstancije,
  3. termo-mehaničkih dejstava tokom procesa → toplotni kapacitet supstancije nije veličina stanja,
  4. mase supstancije (vazduh, voda, okeani, jezera ... imaju "beskonačno" velik toplotni kapacitet, upravo zbog "beskonačno" velike mase)

### 6.2 Specifični i molarni toplotni kapacitet supstancije

- "Oslobađanje" toplotnog kapaciteta zavisnosti od mase

- Specifični toplotni kapacitet

$$c = \frac{\delta q}{dT} = \frac{\delta Q}{m dT} = \frac{C}{m} \quad [\text{J}/(\text{kg K})]$$

- Molarni toplotni kapacitet

$$C_m = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{\delta Q}{n dT} = \frac{C}{n} \quad [\text{J}/(\text{mol K})]$$

- Specifične, odnosno molarni, toplotni kapaciteti su funkcija:
  1. vrste supstance (hemijskog sastava i agregatnog stanja supstancije),
  2. stanja, tj. veličina stanja koje opisuju stanje supstancije,
  3. termo-mehaničkih dejstava tokom procesa

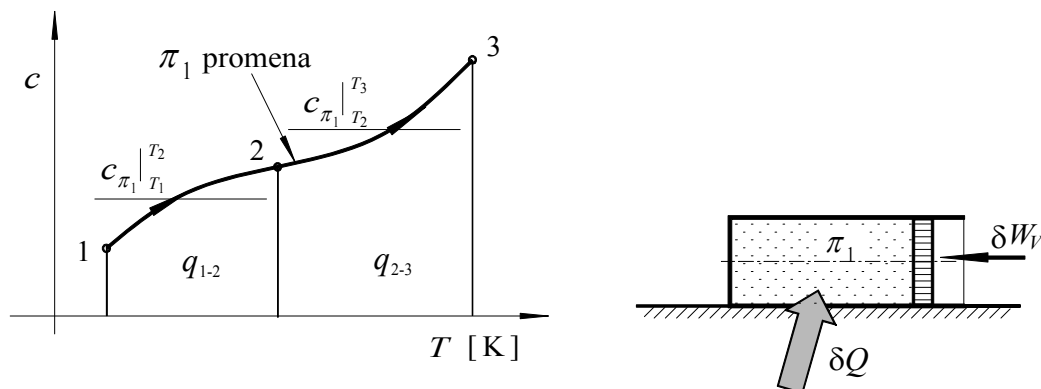
### 6.3 Zavisnost specifičnog i molarnog toplotnog kapaciteta supstancije od veličina stanja i termo-mehaničkih dejstava tokom procesa

- Čemu služi toplotni kapacitet ( $C$ )?  
Poznavanjem vrednosti toplotnog kapaciteta u mogućnosti smo da odredimo predatu količinu toplote  $Q_{1-2}$  ( $q_{1-2}$ ) tokom nekog procesa.

$$c = \frac{\delta q}{dT} \quad \rightarrow \quad \delta q = c dT \quad \rightarrow \quad q_{1-2} = \int_1^2 \delta q = \int_1^2 c(T) dT \quad \text{ili}$$

$$\delta Q = m c dT \quad \rightarrow \quad Q_{1-2} = \int_1^2 \delta Q = \int_1^2 m c(T) dT$$

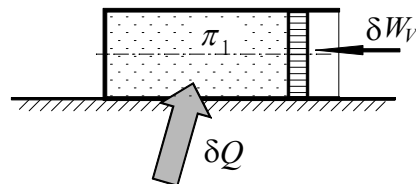
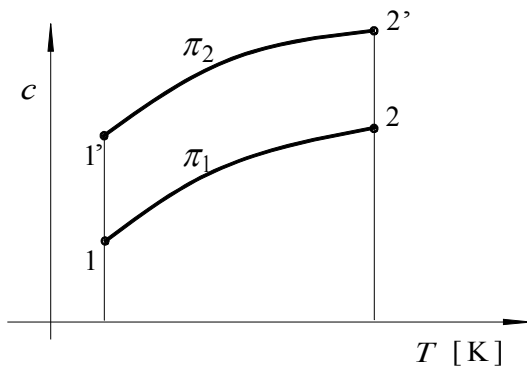
- Zavisnost specifičnog toplotnog kapaciteta od veličina stanja, npr. temperature  $T$



Srednji specifični toplotni kapacitet

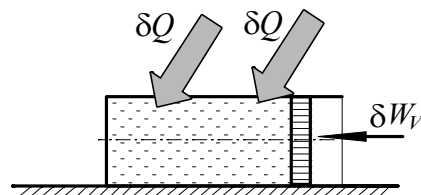
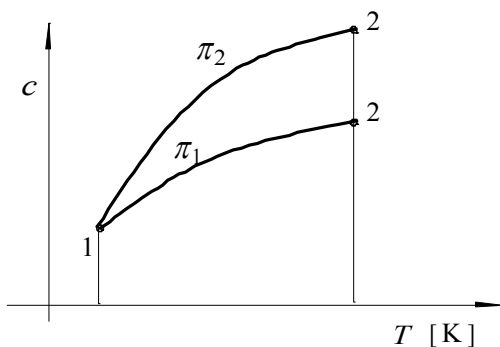
$$c_{\pi_1}|_{T_1}^{T_2} = \frac{q_{\pi_1,1-2}}{T_2 - T_1}; \quad c_{\pi_1}|_{T_2}^{T_3} = \frac{q_{\pi_2,2-3}}{T_3 - T_2}$$

- Zavisnost specifičnog toplotnog kapaciteta od veličina stanja, npr. pritiska  $p$



$$c_{\pi_1}|_{T_1}^{T_2} \neq c_{\pi_2}|_{T_1}^{T_2}$$

- Zavisnost specifičnog toplotnog kapaciteta od termo-mehaničkih dejstava tokom procesa



$$c_{\pi_1}|_{T_1}^{T_2} \neq c_{\pi_2}|_{T_1}^{T_2}$$

- Pojednostavljamo pisanje (ali „pamtimo“ složenost)

$$C_{\pi_1}|_{T_1}^{T_2} = \int_{T_1}^{T_2} C(T)_{\pi_1} dT = \bar{C}$$

$$Q_{1-2} = \bar{C} (T_2 - T_1)$$

$$c_{\pi_1}|_{T_1}^{T_2} = \int_{T_1}^{T_2} c(T)_{\pi_1} dT = \bar{c}$$

$$q_{1-2} = \bar{c} (T_2 - T_1)$$

$$Q_{1-2} = m \bar{c} (T_2 - T_1)$$

$$C_{m,\pi}|_{T_1}^{T_2} = \int_{T_1}^{T_2} C_m(T)_{\pi} dT = \bar{C}_m$$

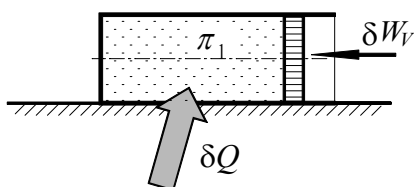
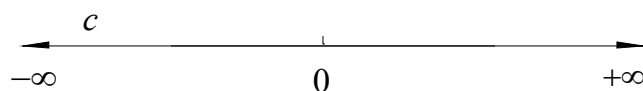
$$Q_m = C_m (T_2 - T_1)$$

$$Q = n C_m (T_2 - T_1)$$

- Kada bi poznavali  $\bar{C}$  ili  $C(T)$  lako bi mogli da odredimo  $Q_{1-2}$
- U opštem slučaju  $\bar{C}$  ili  $C(T)$  je nepoznato
- Pokušaj da se „ uvede red“ - podela radnih supstancija na: idealne, poluidealne i realne

GASOVI	TEČNOSTI	ČVRSTO STANJE
Idealni $c_p = \text{const } c_v = \text{const}$	$c = \text{const}$	$c = \text{const}$
poluidealni	$c = c(T)$	$c = c(T)$
realni	$c = c(T, p)$	$c = c(T, p)$

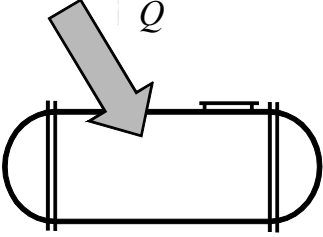
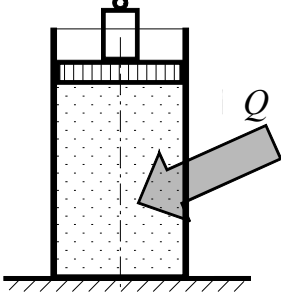
## 6.4 Toplotni kapaciteti gasova



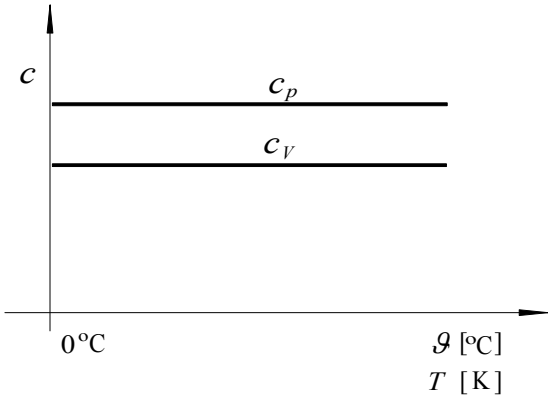
$$c = \frac{\delta Q}{m dT}$$

- Specifične, odnosno molarni, toplotni kapaciteti su funkcija:
  1. vrste supstance (hemijskog sastava i agregatnog stanja supstancije),
  2. stanja, tj. veličina stanja koje opisuju stanje supstancije,
  3. termo-mehaničkih dejstava tokom procesa

- “Fiksirajmo” proces

izohorski ( $v = \text{idem}$ )	izobarski ( $p = \text{idem}$ )
	
Specifični toplotni kapacitet pri stalnoj zapremini $c_v = \left( \frac{\delta q}{dT} \right)_v = \left( \frac{\delta Q}{m dT} \right)_v$	Specifični toplotni kapacitet pri stalnom pritisku $c_p = \left( \frac{\delta q}{dT} \right)_p = \left( \frac{\delta Q}{m dT} \right)_p$

- Na osnovu zavisnosti specifičnih toplotnih kapaciteta pri stalnoj zapremini i stalnom pritisku od veličina stanja, došlo je do njihove podele (18 vek, Joule, Mayer, Gay, ...)

IDEALNI GASOVI		
$c_v = \text{const}$ $c_p = \text{const}$	Zavise od vrste gasa, tab. 3.1.5. str. 13	
$C_{m,v} = \text{const}$ $C_{m,p} = \text{const}$	Zavise samo od od broja atoma u molekulu gasa, tab. 3.1.4. str. 12	
Robert Mayer		
$c_p - c_v = R; \quad C_{m,p} - C_{m,v} = \mathcal{R}; \quad \frac{c_p}{c_v} = \frac{C_{m,p}}{C_{m,v}} = \gamma = \text{const}$		

POLUIDEALNI GASOVI		
$c_V = c_V(T)$ $c_p = c_p(T)$	Srednje vrednosti se određuju ili na osnovu potnate funkcioalne zavisnosti od temperature ili pomoću tabele T.3.2.10 i T.3.2.11	
$C_{m,V} = C_{m,V}(T)$ $C_{m,p} = C_{m,p}(T)$		
Robert Mayer		
$c_p - c_V = R; \quad C_{m,p} - C_{m,V} = R; \quad \frac{c_p(T)}{c_V(T)} = \frac{C_{m,p}(T)}{C_{m,V}(T)} = \gamma(T) \neq \text{const}$		

- Postoje dva načina da se odrede  $\bar{c}_p$  ( $\bar{C}_{m,p}$ ), odnosno  $\bar{c}_V$  ( $\bar{C}_{m,V}$ ) kod poluidealnih gasova

1. Ukoliko je poznato

$$c_p(\vartheta) = A + B\vartheta + C\vartheta^2 + \dots$$

srednji specifični toplotni kapacitet pri stalnom pritisku se određuje kao

$$\bar{c}_p = \frac{\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} c_p(\vartheta) d\vartheta}{\vartheta_2 - \vartheta_1},$$

a srednji specifični toplotni kapacitet pri stalnoj zapremini iz Majerove relacije

$$c_V = c_p - R.$$

Isto važi i obrnuto,

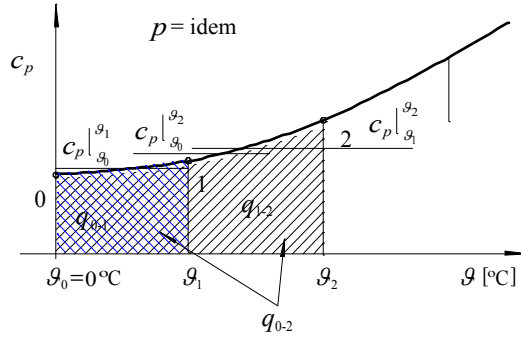
$$c_V(\vartheta) = A_1 + B_1\vartheta + C_1\vartheta^2 + \dots$$

$$\bar{c}_V = \frac{\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} c_V(\vartheta) d\vartheta}{\vartheta_2 - \vartheta_1}$$

$$c_p = R + c_V$$

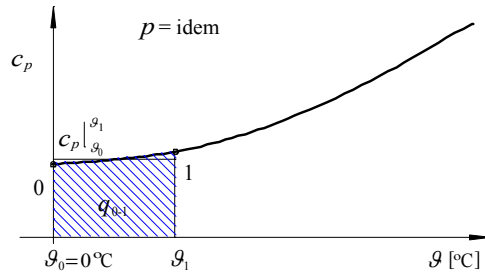
2. Ukoliko nije poznata funkcionalna zavisnosti toplotnog kapaciteta od temperature - pomoću tabela

- ograničen broj gasova
- ograničen interval temperatura

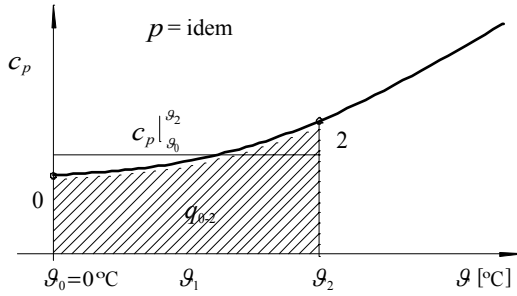


$$(q_{1-2})_p = \int_{\theta_1}^{\theta_2} c_p d\theta = \bar{c}_p (\theta_2 - \theta_1) = c_p|_{\theta_1}^{\theta_2} (\theta_2 - \theta_1) \quad (6.1)$$

$$(q_{1-2})_p = (q_{0-2})_p - (q_{0-1})_p \quad (6.2)$$



$$(q_{0-1})_p = \int_{\theta_0}^{\theta_1} c_p(\theta) d\theta = c_p|_{\theta_0}^{\theta_1} (\theta_1 - \theta_0) = c_p|_0^{\theta_1} (\theta_1 - 0) = c_p|_0^{\theta_1} \theta_1 \quad (6.3)$$



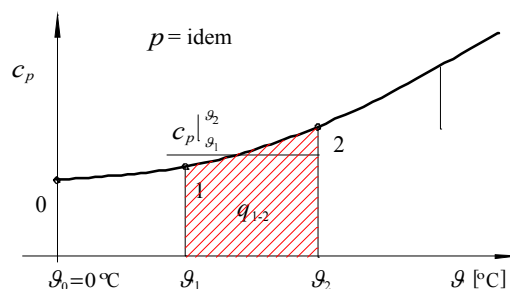
$$(q_{0-2})_p = \int_{\theta_0}^{\theta_2} c_p(\theta) d\theta = c_p|_{\theta_0}^{\theta_2} (\theta_2 - \theta_0) = c_p|_0^{\theta_2} (\theta_2 - 0) = c_p|_0^{\theta_2} \theta_2 \quad (6.4)$$

Uvrštavajući u (6.2) jednačine (6.1), (6.3) i (6.4)

$$c_p|_{\theta_1}^{\theta_2} (\theta_2 - \theta_1) = c_p|_0^{\theta_2} \theta_2 - c_p|_0^{\theta_1} \theta_1$$

odnosno

$$c_p|_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{c_p|_0^{\theta_2} \theta_2 - c_p|_0^{\theta_1} \theta_1}{\theta_2 - \theta_1}$$



Na isti način određuje se i molarni toplotni kapacitet pri stalnom pritisku (tabela 3.5.2 str. 25a)

$$C_{m,p} \Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{C_{m,p} \Big|_0^{\theta_2} \theta_2 - C_{m,p} \Big|_0^{\theta_1} \theta_1}{\theta_2 - \theta_1}$$

REALNI GASOVI		
$c_V = c_V(p, T)$ $c_p = c_p(p, T)$	Zbog složenosti toplotne kapaciteti realnih gasova praktično se ne koriste	
$C_{m,V} = C_{m,V}(p, T)$ $C_{m,p} = C_{m,p}(p, T)$		

GASOVI	TEČNOSTI	ČVRSTO STANJE
Idealni $c_V = \text{const}$ , $c_p = \text{const}$	$c_V = \text{const}$ , $c_p = \text{const}$	$c_V = \text{const}$ , $c_p = \text{const}$
	$c = c_V = c_p = \text{const}$	
Puluidealni $c_V = c_V(T)$ , $c_p = c_p(T)$	$c(T) = c_V(T) = c_p(T) = f(T)$	
Realni $c_V = c_V(p, T)$ , $c_p = c_p(p, T)$		
Zbog složenosti toplotne kapaciteti realnih supstancija praktično se ne koriste		



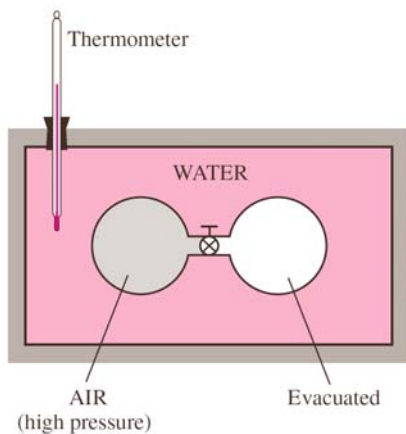
## 6.5 Veza između toplotnih kapaciteta unutrašnje energije i entalpije

- Joule-ov eksperiment 1806 (Gay-Lusac)

$$u = f(p, T) \quad \text{ili}$$

$$u = f(v, T)$$

Vodeno kupatilo



Početak  $T_{v1} = T_{w1}$

Po prvom principu T.D

$$\int_1^2 \cancel{\delta Q} + \int_1^2 \cancel{\delta W_v} = \int_1^2 dU$$

$$U_2 = U_1$$

$$U_{w1} + U_{v1} = U_{w2} + U_{v2} \Rightarrow U_{v1} = U_{v2}$$

$$\text{Joule} \quad T_{w1} = T_{w2} = T_{v2} = T_{v1}$$

$$u = u(T, v)$$

$$du = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT + \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv \Rightarrow U = U(T)$$

za I.G i P I.G

- Jednačina stanja idealnog (poluidealnog) gasa

$$pv = RT$$

$$h = u + pv = u + RT = u(T) + RT$$

$$h = h(T)$$

Za I.G i P.I.G – za realne?

- Znamo da se menja sa promenom temperature, ali ne i vezu sa  $c$ .

### Idealni gasovi

- Prost TMS  $\delta q - p dv = du$

Po def.  $c = \frac{\delta q}{dT}$

$$c_v = \left(\frac{\delta q}{dT}\right)_v = \frac{du}{dT} \rightarrow du = c_v \cdot dT \quad \int$$

$$u_2 - u_1 = c_v (T_2 - T_1)$$

$$U_2 - U_1 = mc_v (T_2 - T_1)$$

$$U_2 - U_1 = C_v (T_2 - T_1)$$

- Prost TMS

$$p = \text{idem}$$

$$\delta q + v dp = dh$$

$$c_p = \left(\frac{\delta q}{dT}\right)_p = \frac{dh}{dT} \rightarrow dh = c_p \cdot dT$$

$$h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1)$$

$$H_2 - H_1 = mc_p (T_2 - T_1)$$

$$H_2 - H_1 = C_p (T_2 - T_1)$$

### Poluidealni

$$v = \text{idem}$$

$$du = c_v(T) dT$$

$$u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT = \overline{c_v}(T_2 - T_1) = c_v \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1)$$

$$p = \text{idem}$$

$$dh = c_p(T) dT$$

$$h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT = \overline{c_p}(T_2 - T_1) = c_p \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1)$$

## Rezime

$$du = c_v(p, T) dT$$

nije jednoznačno!

$$dh = c_p(p, T) dT$$

ne radimo tako!

Koristimo tabele i dijagrame

$v_1$	$h$	$v$	$s$
$v_2$			
$v_3$			