

Drugi kolokvijum iz Matematike 2

1. a) Izračunati dužinu luka krive $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2} \ln y$ između tačaka čije su ordinate $y = 1$ i $y = e$. (4p)
- b) Izračunati površinu površi dobijene rotacijom krive $\rho = a(1 + \cos \varphi)$ oko polarne ose, gde je $a > 0$ dato. Koristiti formulu

$$M = 2\pi \int_{\alpha}^{\beta} \rho(\varphi) \sin \varphi \sqrt{(\rho(\varphi))^2 + (\rho'(\varphi))^2} d\varphi,$$

gde je $\rho = \rho(\varphi)$ jednačina odgovarajuće krive u intervalu $\varphi \in [\alpha, \beta]$. (5p)

2. Data je površ

$$z = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}.$$

Odrediti:

- a) jednačinu tangentne ravni date površi u tački $A(5, -2, -10)$; (3p)
- b) prvi i drugi diferencijal funkcije z argumenata x i y ; (2p)
- c) tačku date površi u 1. oktantu koja je najmanje udaljena od koordinatne ravni Oxy ; (5p)
- d) parcijalne izvode $\frac{\partial z}{\partial \rho}$, $\frac{\partial z}{\partial \varphi}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial \rho^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial \varphi^2}$ funkcije $z = z(x, y)$ zadate sa

$$z = \psi(x, y) + \frac{a}{x} + \frac{b}{y},$$

nakon uvedenih polarnih koordinata $x = \rho \cos \varphi$, $y = \rho \sin \varphi$ ($\psi(x, y)$ je proizvoljna neprekidna i diferencijabilna funkcija dve promenljive, dok su a i b date realne konstante). (8p)

3. Rešiti diferencijalnu jednačinu

$$y' \cos x - y^4 - y \sin x = 0$$

i naći ono njeno rešenje koje zadovoljava $y(\pi/4) = 1$. (8p)

Aleksandar Pejčev

Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadatka.

SREĆNO!!!

Drugi kolokvijum iz Matematike 2

1. a) Izračunati dužinu luka krive $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2} \ln y$ između tačaka čije su ordinate $y = 1$ i $y = e$. (4p)
- b) Izračunati površinu površi dobijene rotacijom krive $\rho = a(1 - \cos \varphi)$ oko polarne ose, gde je $a > 0$ dato. Koristiti formulu

$$M = 2\pi \int_{\alpha}^{\beta} \rho(\varphi) \sin \varphi \sqrt{(\rho(\varphi))^2 + (\rho'(\varphi))^2} d\varphi,$$

gde je $\rho = \rho(\varphi)$ jednačina odgovarajuće krive u intervalu $\varphi \in [\alpha, \beta]$. (5p)

2. Data je površ

$$z = xy + \frac{20}{x} + \frac{50}{y}.$$

Odrediti:

- a) jednačinu tangentne ravni date površi u tački $A(2, -5, -10)$; (3p)
- b) prvi i drugi diferencijal funkcije z argumenata x i y ; (2p)
- c) tačku date površi u 1. oktantu koja je najmanje udaljena od koordinatne ravni Oxy ; (5p)
- d) parcijalne izvode $\frac{\partial z}{\partial \rho}$, $\frac{\partial z}{\partial \varphi}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial \rho^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial \varphi^2}$ funkcije $z = z(x, y)$ zadate sa

$$z = \psi(x, y) + \frac{a}{x} + \frac{b}{y},$$

nakon uvedenih polarnih koordinata $x = \rho \cos \varphi$, $y = \rho \sin \varphi$ ($\psi(x, y)$ je proizvoljna neprekidna i diferencijabilna funkcija dve promenljive, dok su a i b date realne konstante). (8p)

3. Rešiti diferencijalnu jednačinu

$$y' \sin x - y^4 + y \cos x = 0.$$

i naći ono njeno rešenje koje zadovoljava $y(\pi/4) = 1$. (8p)

Aleksandar Pejčev

Napomena:

Potpisati ovaj papir i predati ga sa rešenjem zadatka.

SREĆNO!!!