

Термодинамика Б

“Handout” 3 - предавања

школска 2014/2015. године

РАВНОТЕЖНЕ ПОЛИТРОПСКЕ ПРОМЕНЕ СТАЊА (П О Л И Т Р О П Е)

Термодинамика као наука се појавила као теоријска подршка експериментима које су вршили енглески и француски инжењери крајем 17.в. Парна машина (са цилиндром и клипом) је затворен термомеханички систем. Разматрање отвореног термомеханичког система је почело касније, упоредо са развојем фрижидера са компресорима као и првих термоелектрана крајем 19. века. Пратећи хронологију и ми проучавамо прво затворен (а затим отворен) систем и у њему дефинишемо физичке појмове.

Клапејрон је једначину стања идеалног гаса добио уопштавањем гасних закона које су плод експеримената Бојла, Ге-Лисака и Шарла који су вршени при непромењеним вредностима једне од величина стања а резултати су приказивани у дијаграмима код којих су на коорд. осама уношене вредности оних величина стања које су се мењале.

Процеси су приказивани у p - V , T - V и p - T координатним системима. Од самог почетка, најчешће је коришћен „ p - V “ дијаграм јер у њему површина испод криве равнотежног процеса представља рад. У те дијаграме су – поред изотерме, изобаре и изохоре – уцртане криве процеса који су вршени при промени све те три величине стања.

Уочено је да се криве тих процеса разликују од изотерме, изобаре и изохоре, али да је за све њих заједничко то да се, при мањим разликама температура почетног и крајњег стања процеса (од макс. 50-60 K), може сматрати да се радној супстанцији, која има својства идеалног гаса, топлотни капацитет не мења. Таква промена стања је названа политропом (на грчком „*πολιτροπος*“ – вишеструко променљив).

Једначина стања политропе представља уопштени (генерализовани) облик познатих једначина изотерме, изобаре и изохоре (које представљају њене посебне случајеве).

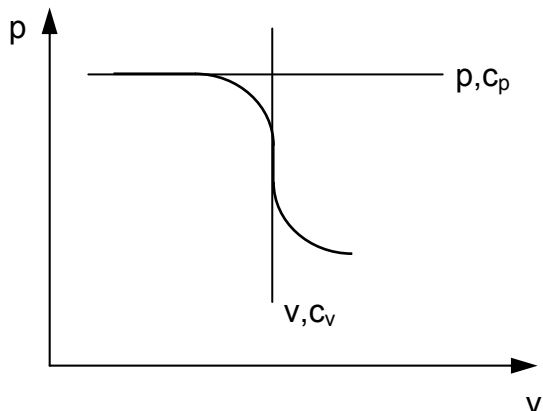
$$\left. \begin{array}{l} pV^n = idem \\ TV^{n-1} = idem \\ T^n p^{1-n} = idem \end{array} \right\} \text{ једначина политропе у } p\text{-}V, T\text{-}V \text{ и } p\text{-}T \text{ координатним системима}$$

Треба међутим имати у виду да се ова једначина може добити извођењем и да не осликава оно што је суштинско за политропску промену стања – а суштина је:

Политропа је промена стања која има константан топлотни капацитет.

$$c_n = idem$$

Ради бољег разумевања политропе приказује се пример „не-политропе“



→ ако је крива „таласаста“
→ није политропа !

јер тангира и изотерму и изобару

$$c_p = c_v + R_g$$

$$c_p \neq c_v$$

ИЗВОЂЕЊЕ ЈЕДНАЧИНЕ ПОЛИТРОПЕ

се врши под следећим претпоставкама:

1. $c_n = idem$ $Q_n = m \cdot \int_1^2 c_n \cdot dT = m \cdot c_n \cdot \int_1^2 dT = m \cdot c_n \cdot (T_2 - T_1)$; $q_n = c_n \cdot (T_2 - T_1)$

2. $\boxed{\text{идеалан гас} \Rightarrow du = c_v \cdot dT}$

3. $\boxed{\text{процес је равнотежан}}$

$$\delta q + \delta w = du$$

$$c_n \cdot dT - p \cdot dv = c_v \cdot dT \quad \text{дакле полази се од } \boxed{1. \text{ закона ТД за затворени систем}}$$

$$(c_n - c_v) \cdot dT = p \cdot dv$$

као и од $\boxed{\text{термичке једначине стања идеалног гаса}}$:

$$T = \frac{p \cdot v}{R_g} \Rightarrow dT = \frac{d(p \cdot v)}{R_g} = \frac{p \cdot dv + v \cdot dp}{R_g} = \frac{p \cdot dv + v \cdot dp}{c_p - c_v}$$

$$\frac{(c_n - c_v) \cdot (p \cdot dv + v \cdot dp)}{(c_p - c_v)} = p \cdot dv \quad (c_n - c_v - c_p + c_v) \cdot p \cdot dv = -(c_n - c_v) \cdot v \cdot dp \quad \bigg/ \cdot \frac{1}{p \cdot v}$$

$$(c_n - c_p) \cdot \frac{dv}{v} = -(c_n - c_v) \cdot \frac{dp}{p} \quad \rightarrow \quad \int (c_n - c_p) \cdot \frac{dv}{v} = - \int (c_n - c_v) \cdot \frac{dp}{p}$$

$$(c_n - c_p) \cdot \ln v = -(c_n - c_v) \cdot \ln p + C' \quad \bigg/ \cdot \frac{1}{c_n - c_v} \quad C' = \ln C (c_n - c_v)$$

$$\frac{(c_n - c_p)}{(c_n - c_v)} \cdot \ln v + \ln p = \ln C \quad \frac{(c_n - c_p)}{(c_n - c_v)} = n \quad - \quad \text{експонент политропе}$$

$$n \cdot \ln v + \ln p = \ln C \quad \rightarrow \quad \ln p v^n = \ln C$$

$$\ln p + \ln v^n = \ln C \quad \rightarrow \quad p v^n = C = const$$

$$\boxed{p v^n = idem}$$

то је једначина (релација) политропе у „ p - v “ координатама

ВАЖНА НАПОМЕНА: у ТД се свесно разликују физичке константе (нпр.: $\lambda = const.$) и случајеви када се не мења величина која је иначе променљива (нпр.: $p = idem.$)

ИЗВОЂЕЊЕ \rightarrow једначине политропе у „ T - s “ координатама

$$T = T(s) \quad \delta q = T \cdot ds = c_n \cdot dT \quad ds = c_n \cdot \frac{dT}{T} \quad \bigg/ \int$$

$$\int_{s_1}^s ds = \int_{T_1}^T c_n \cdot \frac{dT}{T} \quad s - s_1 = c_n \cdot \ln \frac{T}{T_1} \quad e^{\frac{s-s_1}{c_n}} = \frac{T}{T_1} \quad \rightarrow$$

$$\boxed{T = T_1 \cdot e^{\frac{s-s_1}{c_n}}}$$

ИЗВОЂЕЊЕ → једначине политропе у „h-s“ координатама

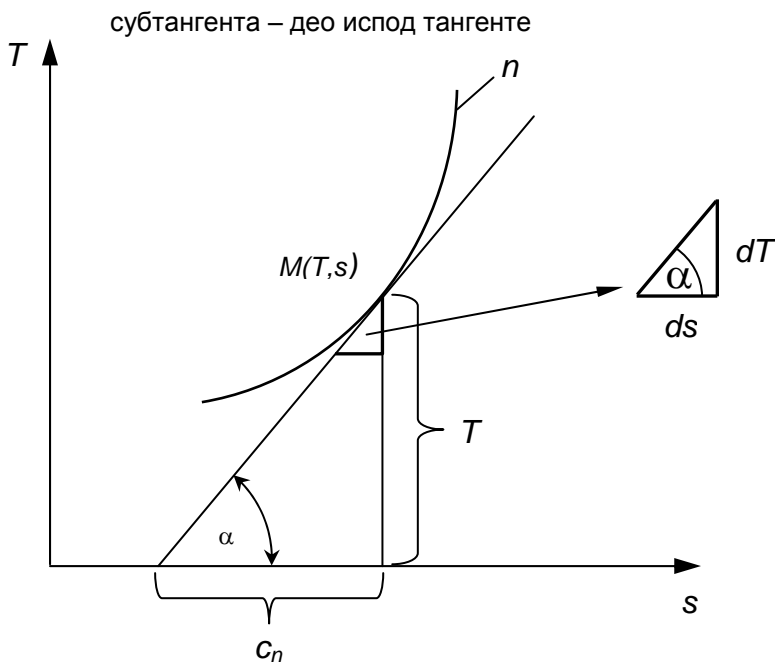
$$h = h(s)$$

$$dh = c_p \cdot dT$$

$$h = h_1 \cdot e^{\frac{s-s_1}{c_n}}$$

Следећа 2 примера јасно приказују корисност приказивања процеса у „T-s“ дијаграму

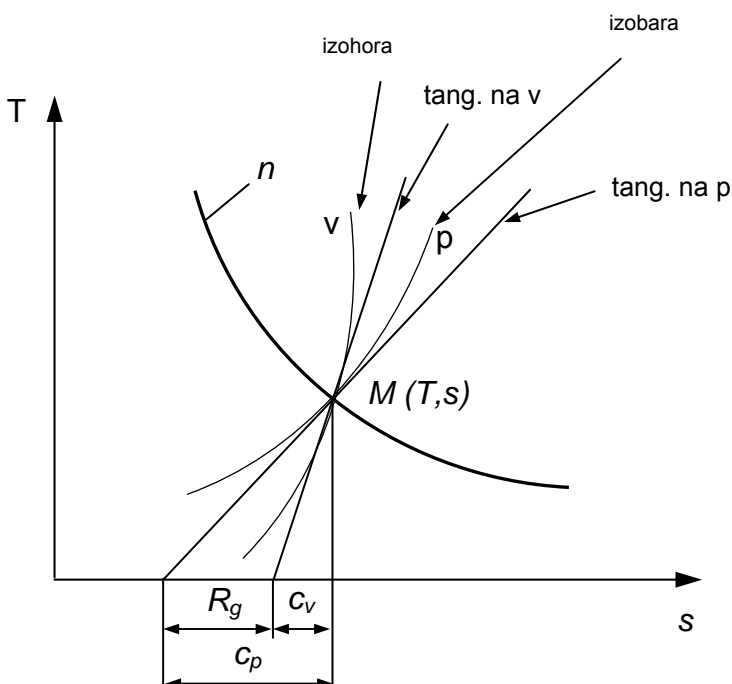
1. Графичко одређивање специфичног топлотног капацитета политропе



$$(\delta q =) c_n \cdot dT = T \cdot ds \quad \Bigg/ \cdot \frac{1}{c_n \cdot ds}$$

$$\frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_n} = \operatorname{tg} \alpha$$

2. Графичко одређивање константе идеалног гаса у „T-s“ дијаграму



✗ кроз тачку на политропи:

- провући изохору ($v = \text{idem}$)
- провући изобару ($p = \text{idem}$)

нацртати тангенту на изохору
нацртати тангенту на изобару

њихове субтангенте су c_p и c_v
и - с обзиром на Мајерову формулу

$$c_p = c_v + R_g$$

дуж која је разлика тих субтангенти
је једнака гасној константи ид.гаса

Политропа је осмишљена као уопштење: изобаре, изохоре, изотерме, изентропе.

$$n = \frac{c_n - c_p}{c_n - c_v} \Rightarrow n \cdot (c_n - c_v) = c_n - c_p \Rightarrow c_n \cdot (n - 1) = n \cdot c_v - c_p \Rightarrow$$

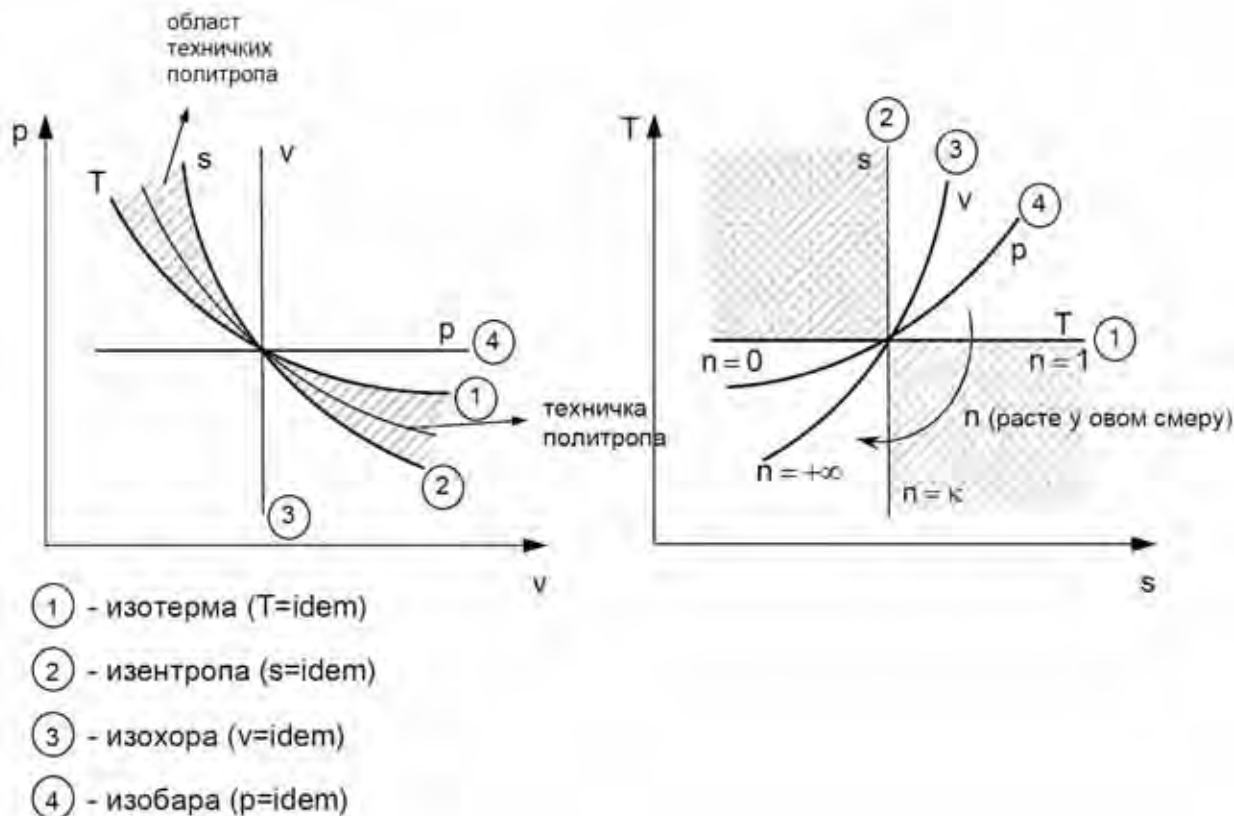
$$\rightarrow c_n = \frac{n \cdot c_v - c_p}{n - 1} ; \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_p^M}{c_v^M} \quad c_n = \frac{n \cdot c_v - \kappa \cdot c_v}{n - 1} \quad \boxed{c_n = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1}}$$

У пракси је обично експонент политропе познат или се може лако одредити док се специфични топлотни капацитет политропе – c_n – по правилу тешко одређује

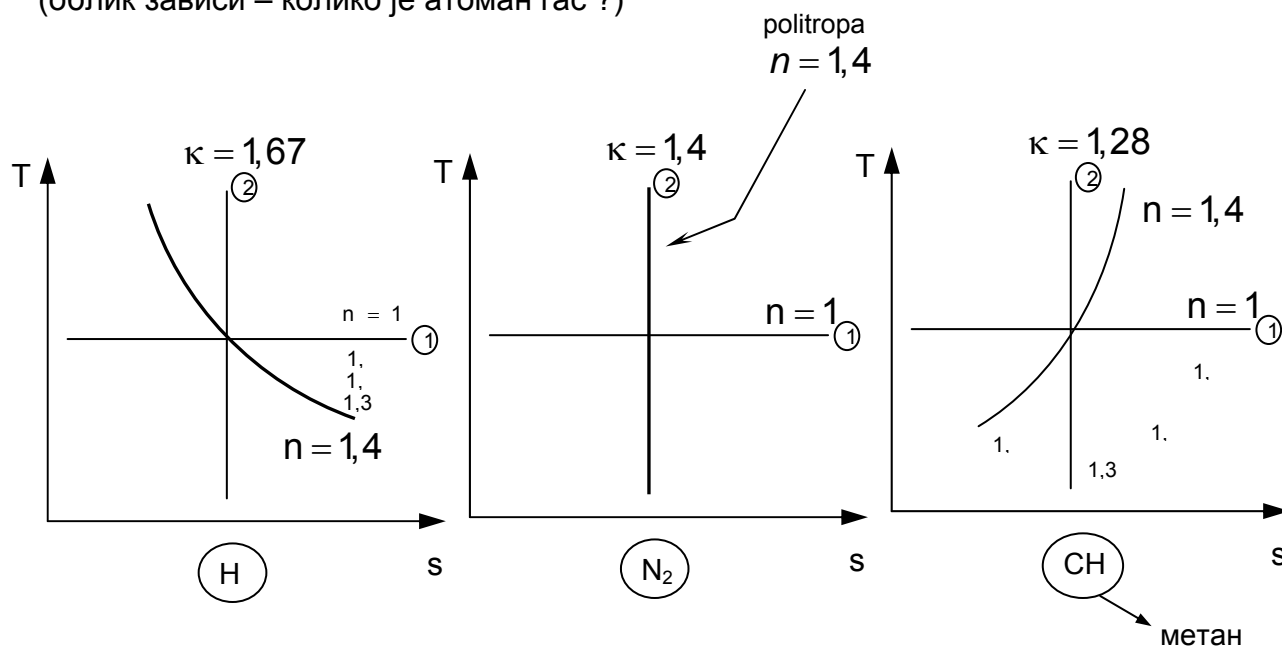
политропа	c_n	n
$p = idem$	c_p	0
$v = idem$	c_v	$\pm\infty$
$T = idem$	$\pm\infty$	1
$q = 0$	0	κ

- област техничких политропа $\rightarrow c_n 0 < ; \quad 1 < n < \kappa$

Топлотни капацитет техничких политропа је мањи од нуле, што значи да се приликом довођења топлоте гасу његова температура снижава и обрнуто - док од гаса топлоту одводимо њему - расте температура. Разлог за ово је што се у оквиру таквог процеса истовремено врши рад, већег интензитета али супротног знака од количине топлоте.



Пример: Нацртати политропу чији је експонент $n = 1,4$.
(облик зависи – колико је атоман гас ?)



$$q_{12} = c_n \cdot (T_2 - T_1) \Rightarrow \begin{aligned} q_{12} < 0 &\rightarrow T \nearrow (*) \\ q_{12} > 0 &\rightarrow T \searrow \end{aligned}$$

одводи се топлота (хлађење) \Rightarrow превелики рад \Rightarrow температура расте (а и унутрашња енергија)

то је у сагласности са I законом ТД:

$$(*) \quad \underbrace{\underline{q}_{12}}_{-200J} + \underbrace{\underline{w}_{12}}_{+500J} = u_2 - u_1 = \underbrace{c_v}_{(<0)} \cdot (T_2 - T_1) \quad \underbrace{}_{+300J}$$

Запремински рад (W) и рад на вратилу (W^T) равнотежне политропе

$$\delta w = -p \cdot dv \quad -w_{12} = \int_1^2 p \cdot dv = \int_{v_1}^{v_2} p(v) \cdot dv$$

$$c_n = idem \Rightarrow n = idem$$

$$p_1 \cdot v_1^n = p \cdot v^n \Rightarrow p(v) = p_1 \cdot \frac{v_1^n}{v^n}$$

$$-w_{12} = p_1 \cdot v_1^n \cdot \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v^n} = p_1 \cdot v_1^n \cdot \left. \frac{v^{-n+1}}{-n+1} \right|_{v_1}^{v_2} = p_1 \cdot v_1^n \cdot \frac{v_2^{1-n} - v_1^{1-n}}{1-n}$$

$$-w_{12} = \frac{p_1 \cdot v_1}{1-n} \cdot \left[\left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{1-n} - 1 \right] = \frac{p_1 \cdot v_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{1-n} \right] = \frac{p_1 \cdot v_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right]$$

заменом једначине стања идеалног гаса у претходне изразе добијају се изрази:

$$-w_{12} = \frac{p_1 \cdot v_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] = \frac{R_g \cdot T_1}{n-1} \cdot \left[1 - \frac{T_2}{T_1} \right] = \frac{p_1 \cdot v_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

На исти начин се изводе скоро идентични изрази за рад на вратилу (технички рад), који се разликују само за умножак једнак експоненту политропе:

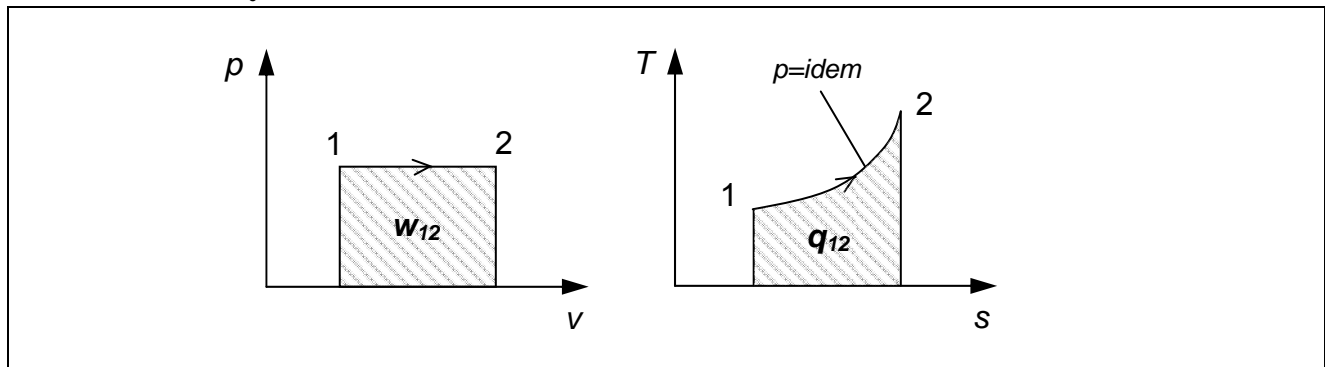
$$w_{12}^t = n \cdot w_{12}$$

Основни равнотежни политропски процеси

а) **изобара** $p = idem \leftrightarrow dp = 0$; $\frac{V}{T} = idem$, $\frac{v}{T} = idem$ ($m = const$)

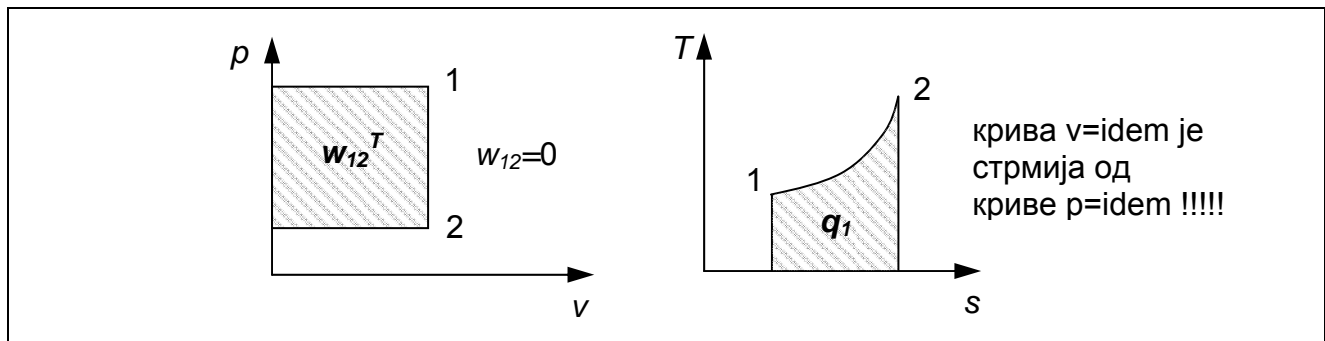
$$\delta q = \underbrace{c_v \cdot dT}_{du} + \underbrace{p \cdot dv}_{-\delta w} \quad q_{12} = \Delta u_{12} - w_{12} = c_v \cdot (T_2 - T_1) + p \cdot (v_2 - v_1)$$

$$\delta q = c_p \cdot dT - \underbrace{v \cdot dp}_0 \quad q_{12} = \Delta h_{12} = c_p \cdot (T_2 - T_1) \quad w_{12}^T = 0 \quad \Delta s_{12} = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$



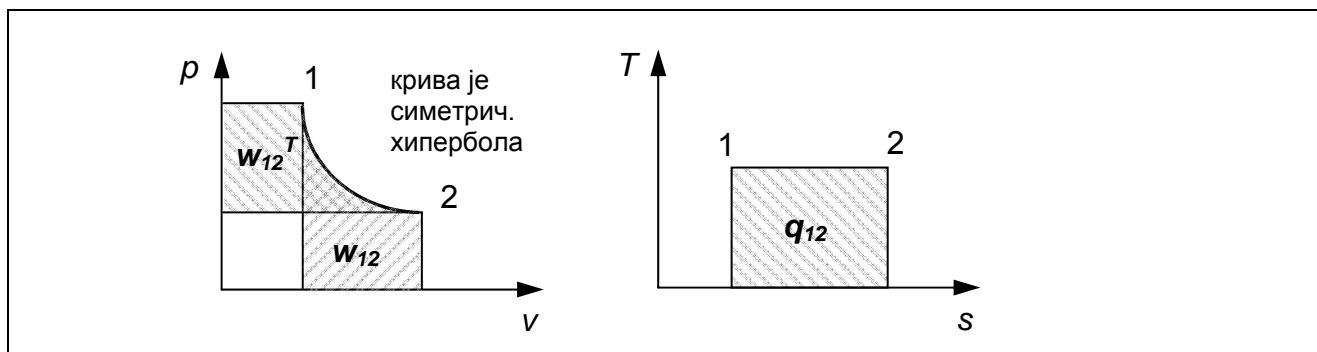
б) **изохора** $\left[v = idem \rightarrow dv = 0, \frac{p}{T} = idem \right] \quad q_{12} = \Delta u_{12} = c_v \cdot (T_2 - T_1) \quad , \quad w_{12} = 0$

$$\Delta h_{12} = c_p \cdot (T_2 - T_1) \quad w_{12}^T = v \cdot (p_2 - p_1) \quad \Delta s_{12} = c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$



с) **изотерма** $T = idem \rightarrow p \cdot v = idem, dT = 0 \quad \Delta s = s_2 - s_1 = \frac{q_{12}}{T}$

$\Delta u_{12} = 0 \quad \Delta h_{12} = 0 \quad q_{12} = -w_{12} = -w_{12}^T \quad (n=1) \Rightarrow w_{12} = w_{12}^T$



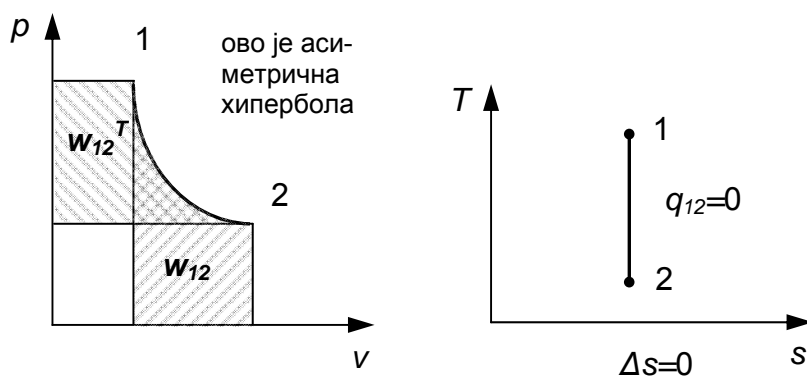
$$\Delta s = \underbrace{c_p \cdot \ln \frac{T}{T}}_{=0} - R_g \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = \underbrace{c_v \cdot \ln \frac{T}{T}}_{=0} + R_g \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$s_2 - s_1 = R_g \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = R_g \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = \frac{q_{12}}{T}$$

d) **изентропа** (равнотежна адијабата) $(ds = \frac{\delta q}{T})$, $q_{12} = 0 \Rightarrow \Delta s = 0$

$n = \kappa \rightarrow pv^\kappa = idem$ | закон TD: $w_{12} = u_2 - u_1 \quad w_{12}^T = h_2 - h_1$

$w_{12}^T = \kappa \cdot w_{12} \quad (n = \kappa)$



$\kappa = \begin{cases} 1,67 & \text{1-атоман и.гас} \\ 1,4 & \text{2-атоман и.гас} \\ 1,28 & \text{3- и вишеатом.} \end{cases}$

До сада су разматрани **идеализовани процеси** са **идеализованом супстанцијом** да бисмо (као француски и енглески физичари 18.в) могли да користимо расположив математички апарат (интегрални и диференцијални рачун). Развијени су обрасци за израчунавање свих битних величина стања радне супстанције. Јасно, ни процеси ни супстанција нису идеални. Следи "повратак у реалност" из једне од идеализација" што се чини кроз изучавање реалних **неравнотежних (неквазистатичких) процеса**.

МЕШАВИНЕ (СМЕШЕ) ИДЕАЛНИХ ГАСОВА

Мешавина идеалних гасова је такође идеални гас (ИГ) јер код ње важе претпоставке под којима је гас идеалан. Иако су молекули ИГ у смеши разнородни, они су – материјалне тачке, сударају се централно и еластично, крећу цик-цак путањама, и сл.

Сваки ИГ има своју карактеристику која га издваја од других супстанција, једначину стања, тј. једначине стања (термичка и – две калоричке). Осим (променљивих) величина стања, у њој (у њима) фигуришу карактеристике радне супстанције, а то су:

- **гасна константа R** (у термичкој једначини стања),
- **специфични топлотни капацитет при изохорском процесу c_v** (у 1. калоричкој једначини стања)
- **специфични топлотни капацитет при изобарском процесу c_p** (у 2. калоричкој једначини стања).

Ове (специфичне, квази-интензивне) величине се добијају кад се моларне величине C_v^m и C_p^m и универзална гасна константа R , поделе – моларном масом смеше M_{SM} .

Моларни топлотни капацитети су (за ИГ) константне вредности, али тројаке јер:

	C_v^m	C_p^m	R	$\kappa = \frac{C_p^m}{C_v^m} = \frac{c_p}{c_v}$
1-атомни идеал.гас	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	1,66%	
2-атомни идеал.гас	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	8314 $\frac{J}{kmol \cdot K}$	1,4%
3- и вишеатомни и.г.	$\frac{7}{2}R$	$\frac{9}{2}R$	1,28%	

дакле, ако је позната M_{SM} из R се могу израчунати ове вредности: R_{SM} , c_{vSM} и c_{pSM} .

Најраспрострањенија смеша ИГ је суви ваздух. Он је смеша " $\approx \frac{3}{4}N_2 + \frac{1}{4}O_2$ " .

Стање чисте 1-компонентне 1-фазне супстанције је одређено са 2 величине стања, уз познате карактеристике супстанције c_p , c_v , M_{SM} , R_{SM} , тачније – само уз познату вредност M_{SM} (и – атомност гаса која је аутоматски позната, ако се зна који је гас).

За мешавину од две (три,... n) компоненте, стање гаса је дефинисано са 3 (4,...($n+1$)) величине стања и – једном од карактеристика супстанције (пошто се остале могу да израчунају кад је једна позната, нпр. Мајеровом једначином и сл.). Код мешавина се јављају нове величине стања као што су удео неке од компоненти у мешавини и др.

Из ове дискусије је јасно да је код смеше најбитније (као први корак) одредити бројну вредност карактеристика смеше, односно тог „новог“ идеалног гаса.

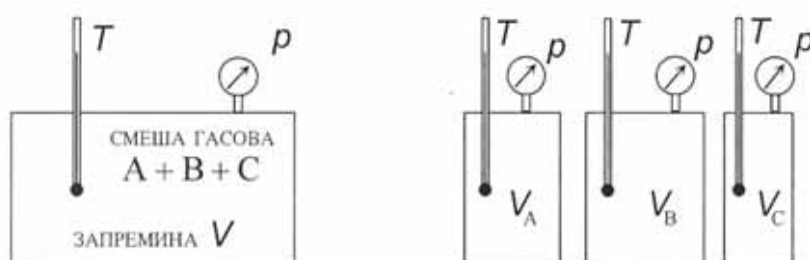
У термодинамици смеше посматрамо на један од 2 различита начина (модела):

1. модел: Амагаов (Amagat);

2. модел: Далтонов (Dalton).

АМАГАОВ МОДЕЛ

Гасови се посматрају као да се нису измешали, да се сваки налази у „редукованој“ запремини и да су сви на истом притиску. Илустративна је слика из литературе [1].

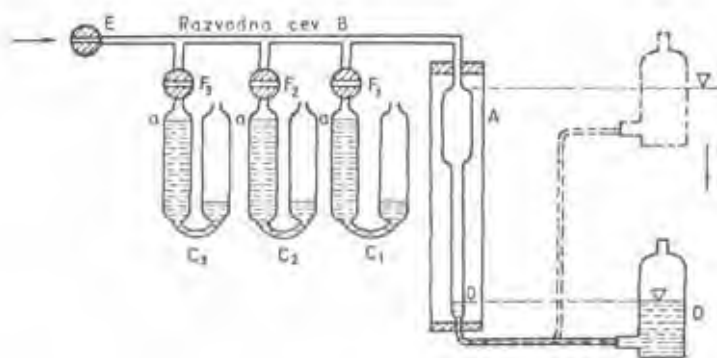


$$V_A + V_B + V_C = V$$

$$p_A = p_B = p_C = p$$

Овај модел је настао јер су француски научници 18. века (Ге-Лисак, Лавоазје и др) сматрали да се гасови не мешају (нпр систем: вода + уље + беланце).

Иако заснован на превазиђеној претпоставци, Амагаов модел и данас има примену. (Нпр.: при анализи Орсат апаратом, помоћу апсорбената издвајамо гас по гас.)



Треба да се за сва стања свих компонентних гасова напише једначина стања !

У мешавини зависно од модела, или је притисак (p) заједнички (Amagat) или је – запремина (V) заједничка (Dalton), али **су сви гасови увек на ИСТОЈ температури.**

дакле,

$$p \cdot V = m_{sm} \cdot R_{sm} \cdot T = n_{sm} \cdot R \cdot T$$

$$p \cdot V_1 = m_1 \cdot R_1 \cdot T = n_1 \cdot R \cdot T$$

$$p \cdot V_2 = m_2 \cdot R_2 \cdot T = n_2 \cdot R \cdot T$$

.....

$$p \cdot V_n = m_n \cdot R_n \cdot T = n_n \cdot R \cdot T$$

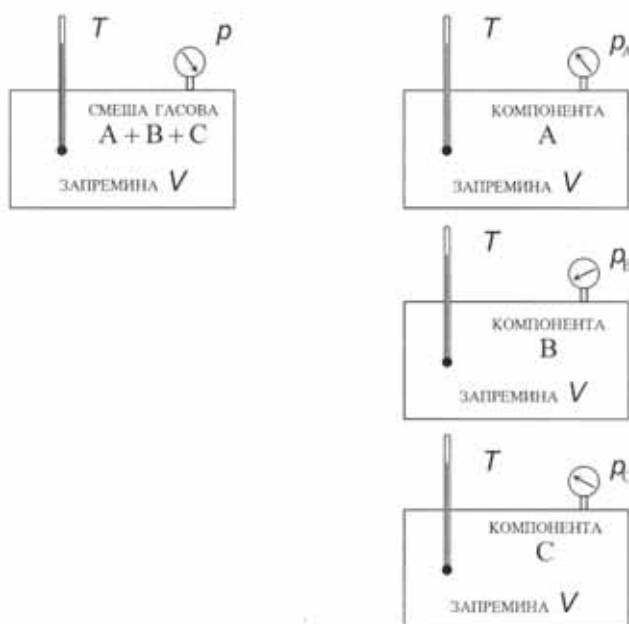
ДАЛТОНОВ МОДЕЛ

Са открићем молекулске структуре материје Далтон је дао модел, по којем је цела запремина испуњена свим гасовима, сваки од њих је на свом парцијалном притиску.

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 + \dots + p_n &= p \\ V_1 = V_2 = \dots = V_n &= V \end{aligned} \Rightarrow \sum p_i = p \quad \text{Далтонов закон}$$

Претпоставка о ИГ се може изрећи да „једни молекули другима не сметају“. С обзиром на то, утицаји удара (m-w- колич. Крет.) сваке групе молекула о зидове суда се сабирају, тј. парцијални притисци се сабирају и – дају укупан притисак.

Другим речима парцијални притисак је притисак сваког од компонентних гасова који би тај гас имао када би био у суду исте запремине без других гасова (избацивањем осталих гасова дати гас се шири и притисак опада). Илустративна је слика из лит. [1].



дакле,

$$p \cdot V = m_{sm} \cdot R_{sm} \cdot T = n_{sm} \cdot R \cdot T$$

$$p_1 \cdot V = m_1 \cdot R_1 \cdot T = n_1 \cdot R \cdot T$$

$$p_2 \cdot V = m_2 \cdot R_2 \cdot T = n_2 \cdot R \cdot T$$

.....

$$p_n \cdot V = m_n \cdot R_n \cdot T = n_n \cdot R \cdot T$$

У мешавини, укупан број свих молекула је једнак збиру молекула свих гасова.

$$N_1 + N_2 + \dots + N_n = N \quad / \cdot \frac{1}{N_A}$$

$$N_i = n_i \cdot N_A \quad ; \quad N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{\text{молекула}}{\text{mol}}$$

$$n_1 + n_2 + \dots + n_n = n \quad - \text{биланс количине супстанције (молова)}$$

$$m_1 + m_2 + \dots + m_n = m \quad - \text{биланс масе у мешавини}$$

Уводи се појам „УДЕО“ - масе, запремине, колич. супстанције 1 гаса у смеши.

1. масени удео: 2. запремински удео: 3. моларни удео:

$$g_i = \frac{m_i}{m} \Rightarrow \sum_1^n g_i = 1 \quad r_i = \frac{V_i}{V} \Rightarrow \sum_1^n r_i = 1 \quad z_i = \frac{n_i}{n} \Rightarrow \sum_1^n z_i = 1$$

$$\frac{p \cdot V_i}{p \cdot V} = \frac{n_i \cdot R \cdot T}{n \cdot R \cdot T} \Rightarrow r_i = z_i \quad \text{запремински удео} = \text{моларном}$$

$$p_i \cdot V = (n_i \cdot R \cdot T) = p \cdot V_i \Rightarrow p_i = \frac{V_i}{V} \cdot p \Rightarrow \boxed{p_i = r_i \cdot p}$$

Парцијални притисак сваког компонентног гаса у мешавини је једнак производу његовог запреминског (моларног) удела и – укупног притиска у мешавини.

$$m_i = n_i \cdot M_i \Rightarrow n_i = \frac{m_i}{M_i}$$

$$n_1 + n_2 + \dots + n_n = n$$

$$\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \dots + \frac{m_n}{M_n} = \frac{m}{M_{sm}} \quad / \cdot \frac{1}{m}$$

$$\frac{g_1}{M_1} + \frac{g_2}{M_2} + \dots + \frac{g_n}{M_n} = \frac{1}{M_{sm}} \Rightarrow M_{sm} = \frac{1}{\sum_1^n \frac{g_i}{M_i}} = \sum_1^n r_i \cdot M_i$$

- на сличан начин добијамо R_{sm} (почиње се од: $m_1 + m_2 + \dots + m_n = m$):

$$R_{sm} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{r_i}{R_i}} = \sum_{i=1}^n g_i \cdot R_i$$

$$r_i = g_i \cdot \frac{M}{M_i} \quad / \cdot \frac{R}{R} \Rightarrow r_i = g_i \cdot \frac{R_i}{R}$$

Екстензивне величине стања су сабирљиве, дакле: $U_{sm} = U_1 + U_2 + \dots + U_n$

$$m_{sm} \cdot u_{sm} = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 + \dots + m_n \cdot u_n \quad / \cdot \frac{1}{m}$$

$$u_{sm} = \sum_{i=1}^n g_i \cdot u_i$$

- прва енергетска једначина стања И.Г.: $\Delta u = c_v \cdot \Delta T$

$$\Rightarrow c_{v sm} \cdot T = g_1 \cdot c_{v1} \cdot T + g_2 \cdot c_{v2} \cdot T + \dots + g_3 \cdot c_{v3} \cdot T \quad / \cdot \frac{1}{T}$$

$$c_{v sm} = \sum_{i=1}^n g_i \cdot c_{vi}$$

- на сличан начин је: $H = \sum_{i=1}^n H_i \Rightarrow h_{sm} = \sum_{i=1}^n g_i \cdot h_i$

$$c_{p sm} = \sum_{i=1}^n g_i \cdot c_{pi}$$

$$v_{sm} = \sum_{i=1}^n g_i \cdot v_i \quad ; \quad s_{sm} = \sum_{i=1}^n g_i \cdot s_i$$

$$\Rightarrow U_{sm} = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

$$n_{sm} \cdot U_{sm}^M = n_1 \cdot U_1^M + n_2 \cdot U_2^M + \dots + n_n \cdot U_n^M$$

- добијају се сличне формуле са моларним величинама и моларним уделима

Мајерова једначина важи - за компоненте и - за целу смешу.

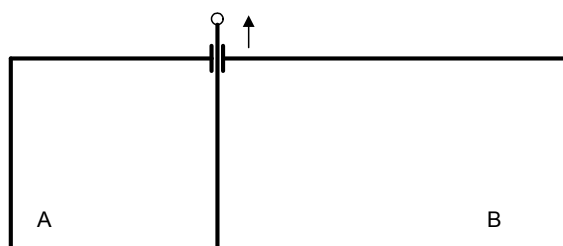
$$c_{p,sm} - c_{v,sm} = R_{sm} \quad ; \quad c_{pi} - c_{vi} = R_i$$

$$C_{m,p,sm} - C_{m,v,sm} = R \quad ; \quad C_{m,p,i} - C_{m,v,i} = R$$

$$\kappa_i = \frac{c_{pi}}{c_{vi}} = \frac{C_{m,p,i}}{C_{m,v,i}} \Rightarrow \kappa_{sm} = \frac{c_{p,sm}}{c_{v,sm}} = \frac{C_{m,p,sm}}{C_{m,v,sm}}$$

НАЧИНИ МЕШАЊА ИДЕАЛНИХ ГАСОВА

1. „ИЗОХОРСКО“ МЕШАЊЕ ИДЕАЛНИХ ГАСОВА У ЗАТВОРЕНОМ СУДУ



Стања: 1 - пре мешања ; 2 - после мешања

$$p_{A1} \cdot V_{A1} = m_A \cdot R_{gA} \cdot T_{A1} = n_A \cdot R \cdot T_{A1}$$

$$p_{B1} \cdot V_{B1} = m_B \cdot R_{gB} \cdot T_{B1} = n_B \cdot R \cdot T_{B1}$$

- дижемо преграду \Rightarrow гасови се помешају \Rightarrow настаје смеша тј. мешавина

- p'_A - парцијални притисак гаса A у смеси

$$V_M = V_{A1} + V_{B1} = V'_A + V'_B$$

$$p_M \cdot V_M = \underbrace{(m_A + m_B)}_{m_M} \cdot R_M \cdot T_M = \underbrace{(n_A + n_B)}_{n_M} \cdot R \cdot T_M$$

$$p'_A \cdot V_M = m_A \cdot R_A \cdot T_M = n_A \cdot R \cdot T_M = p_M \cdot V'_A$$

$$p'_B \cdot V_M = m_B \cdot R_B \cdot T_M = n_B \cdot R \cdot T_M = p_M \cdot V'_B$$

Њихови парцијални притисци и редуковане запремине (у мешавини, након мешања) неће бити = њиховим притисцима и запреминама пре мешања, осим ако су пре мешања ови гасови били баш на тим истим притисцима и – на температури мешања.

I закон термодинамике ; I калоричка једначина стања

$$Q + W = U_2 - U_1 \quad \Delta U = m \cdot c_v \cdot \Delta T \quad W = 0$$

$$Q = U_{A2} + U_{B2} - U_{A1} - U_{B1} = m_A \cdot c_{vA} \cdot T_M + m_B \cdot c_{vB} \cdot T_M - m_A \cdot c_{vA} \cdot T_{A1} - m_B \cdot c_{vB} \cdot T_{B1} =$$

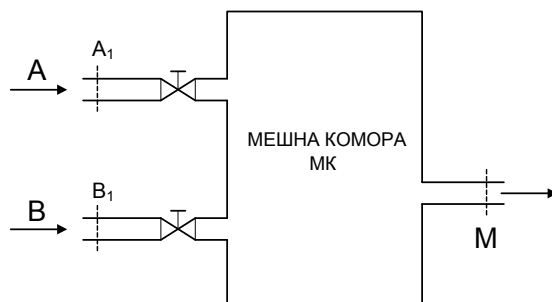
$$= n_A \cdot C_{vA}^M \cdot T_M + n_B \cdot C_{vB}^M \cdot T_M - n_A \cdot C_{vA}^M \cdot T_{A1} - n_B \cdot C_{vB}^M \cdot T_{B1}$$

$$T_M = \frac{m_A \cdot c_{vA} \cdot T_{A1} - m_B \cdot c_{vB} \cdot T_{B1} + Q}{m_A \cdot c_{vA} + m_B \cdot c_{vB}} = \frac{n_A \cdot C_{vA}^M \cdot T_{A1} + n_B \cdot C_{vB}^M \cdot T_{B1} + Q}{n_A \cdot C_{vA}^M + n_B \cdot C_{vB}^M}$$

Ако је мешање **адијабатско и изохорско** онда се промена ентропије адијабатски изолованог система може одредити на следећи начин:

$$\Delta S_{si} = \Delta S_A + \Delta S_B = m_A \left(c_{pA} \cdot \ln \frac{T_M}{T_A} - R_A \cdot \ln \frac{p_{pA}}{p_A} \right) + m_B \left(c_{pB} \cdot \ln \frac{T_M}{T_B} - R_B \cdot \ln \frac{p_{pB}}{p_B} \right)$$

„ИЗОБАРСКО“ МЕШАЊЕ - МЕШАЊЕ ДВЕ СТРУЈЕ ИДЕАЛНИХ ГАСОВА



$$p_{A1} \cdot \dot{V}_{A1} = \dot{m}_A \cdot R_A \cdot T_{A1} = \dot{n}_A \cdot R \cdot T_{A1}$$

$$p_{B1} \cdot \dot{V}_{B1} = \dot{m}_B \cdot R_B \cdot T_{B1} = \dot{n}_B \cdot R \cdot T_{B1}$$

- I закон термодин. (за проточни / отворени систем)

$$\dot{Q} + \underbrace{\dot{W}}^T = \dot{H}_2 - \dot{H}_1 \quad ; \quad \dot{Q} \text{ топлотни проток (флуks)} \quad \Delta \dot{H} = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T$$

снага

$$T_M = \frac{\dot{m}_A \cdot c_{pA} \cdot T_{A1} + \dot{m}_B \cdot c_{pB} \cdot T_{B1} + \dot{Q}}{\dot{m}_A \cdot c_{pA} + \dot{m}_B \cdot c_{pB}} = \frac{\dot{n}_A \cdot c_{pA}^M \cdot T_{A1} + \dot{n}_B \cdot c_{pB}^M \cdot T_{B1} + \dot{Q}}{\dot{n}_A \cdot C_{pA}^M + \dot{n}_B \cdot C_{pB}^M}$$

Уколико промена кинетичке енергије ових токова није занемарљива :

$$\dot{Q} + \underbrace{\dot{W}}_P^T = \dot{H}_2 - \dot{H}_1 + \dot{E}_{K2} - \dot{E}_{K1} \quad (P = 0)$$

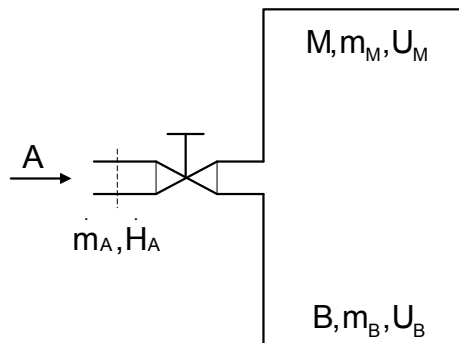
$$T_M = \frac{\dot{m}_A \cdot c_{pA} \cdot T_{A1} + \dot{m}_B \cdot c_{pB} \cdot T_{B1} + \dot{Q} + \dot{m}_A \cdot \frac{w_A^2}{2} + \dot{m}_B \cdot \frac{w_B^2}{2} - \dot{m}_M \cdot \frac{w_M^2}{2}}{\dot{m}_A \cdot c_{pA} + \dot{m}_B \cdot c_{pB}}$$

Ако је мешање **адијабатско и изобарско** онда се промена ентропије адијабатски изолованог система може одредити на следећи начин:

$$\Delta \dot{S}_{si} = \Delta \dot{S}_A + \Delta \dot{S}_B = \dot{m}_A \left(c_{pA} \cdot \ln \frac{T_M}{T_A} - R_A \cdot \ln \frac{p_{pA}}{p_A} \right) + \dot{m}_B \left(c_{pB} \cdot \ln \frac{T_M}{T_B} - R_B \cdot \ln \frac{p_{pB}}{p_B} \right)$$

Где су: $p_{pA} = \frac{\dot{m}_A \cdot R_A \cdot T_M}{V_M}$ и $p_{pB} = \frac{\dot{m}_B \cdot R_B \cdot T_M}{V_M}$ парцијални притисци комп. А и В у смеши

УВОЂЕЊЕ ИДЕАЛНОГ ГАСА У СУД У КОЈЕМ ЈЕ ДРУГИ ИДЕАЛАН ГАС



ради једноставности чинимо следећу претпоставку:

резервоар се пуни са $\dot{m}_A = \text{const.}$ за време t

$$\dot{m}_A \cdot t = m_A \qquad \dot{H}_{A1} \cdot t = H_{A1}$$

$$Q + W = U_2 - U_{B1} - H_{A1} \qquad W = 0$$

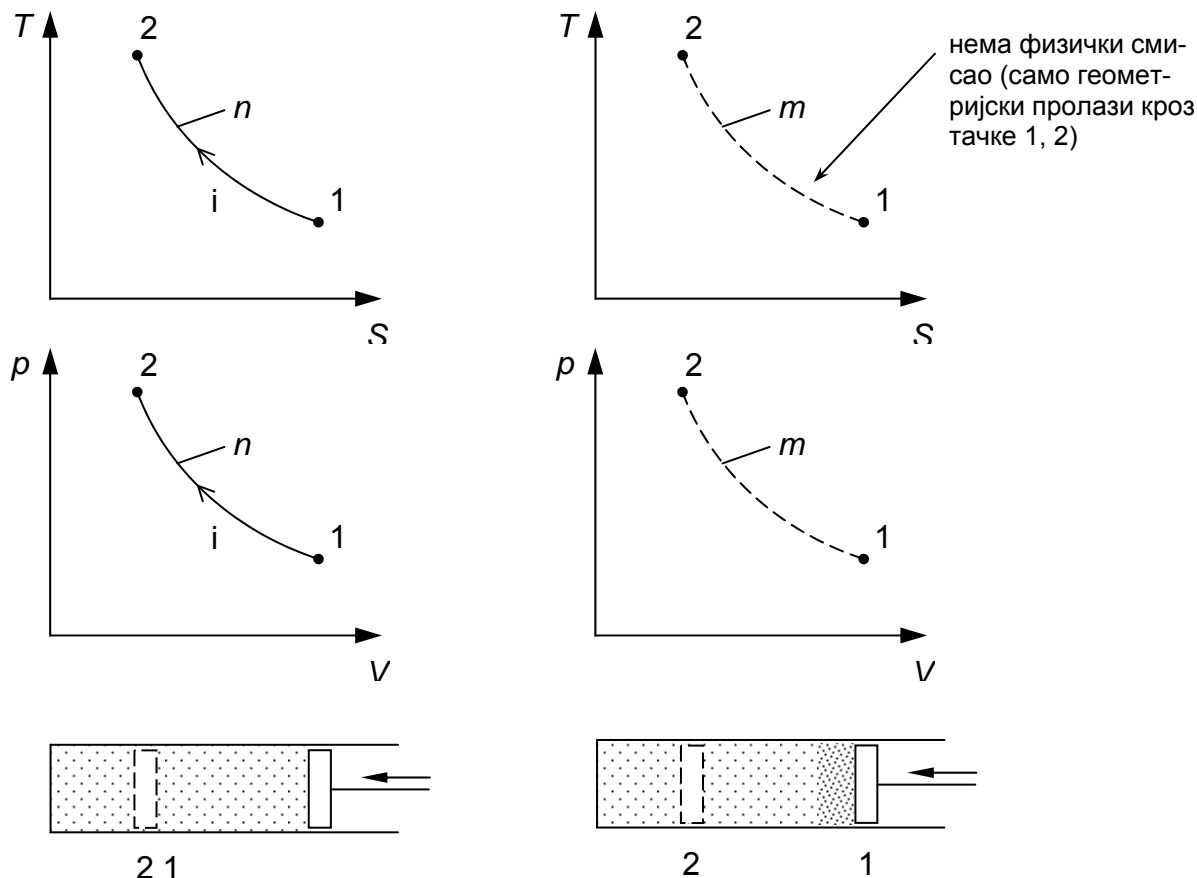
$$T_M = \frac{m_A \cdot c_{pA} \cdot T_A + m_B \cdot c_{vB} \cdot T_B + Q \left(+ m_A \cdot \frac{w_A^2}{2} \right)}{m_A \cdot c_{vA} + m_B \cdot c_{vB}}$$



последица чињенице да се гас А "смирио" у резервоару

НЕРАВНОТЕЖНИ (неквазистатички) ПРОЦЕСИ

Пример: бирамо техничку политропу, јер је она сличног облика у $(p-v)$ и $(T-s)$ систему.



РАВНОТЕЖНИ ПРОЦЕС

НЕРАВНОТЕЖНИ ПРОЦЕС

$$pv^n = idem$$

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n = p_i v_i^n$$

$$p_1 v_1^m = p_2 v_2^m \neq p_i v_i^m \neq p v^m$$

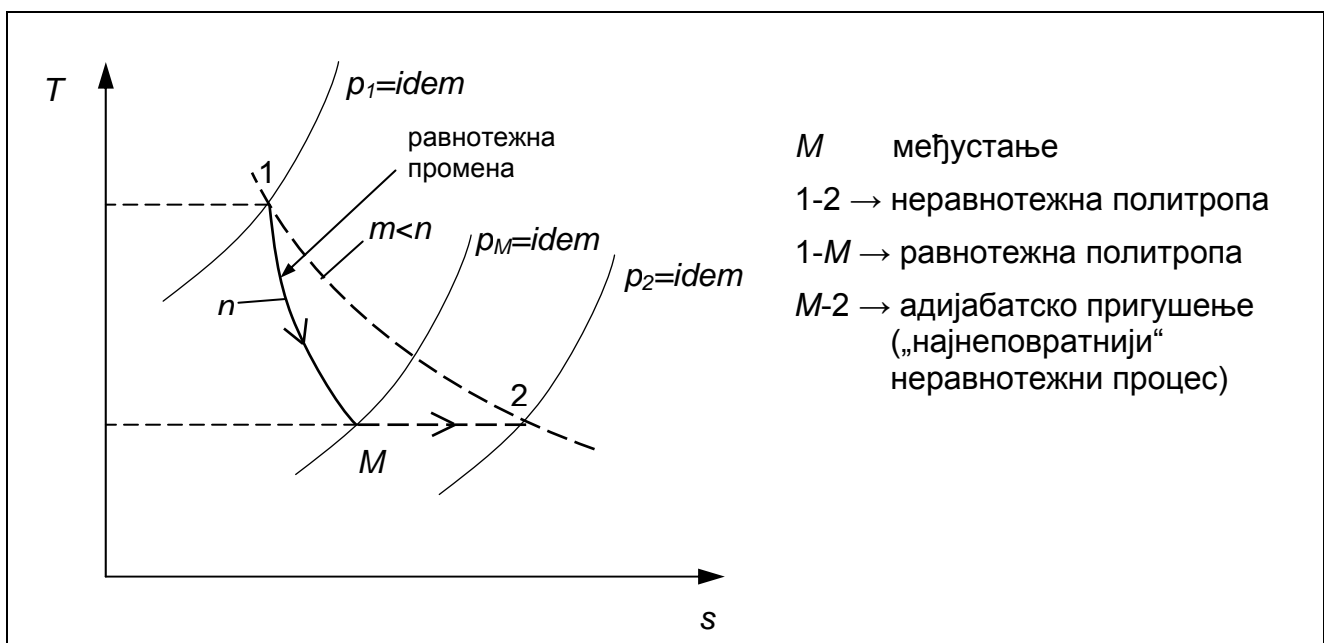
Квазистатичка политропа (m) \rightarrow (испрекидана линија) нема никакве физичке везе са неравнотежним процесом 1-2, већ (ето) само геометријски пролази кроз тачке 1 и 2.

Равнотежни процес - од почетног до крајњег стања - пролази само кроз равнотежна међустања. Почетно и крајње стање су равнотежна јер се креће из стања равнотеже и на крају се "сачека" да систем дође у равнотежу. Овакав процес се одвија брзином много мањом од брзине звука, тако да молекули сабијени клипом имају увек времена да се својим хаотичним кретањем распореде хомогено по целој запремини. Код ових процеса, за сва стања (увек), знамо екстензивне величине стања (V и S) и интензивне величине стања (T и p) јер је предуслов за "**познавање**" интензивних величина стања (хомогеност гаса у суду) задовољен. Пошто у оба $(p-V)$, $(T-S)$ дијаграма за сва стања знамо обе координате могу се цртати све тачке, тј. континуалне криве. Дакле познају се (могу се израчунати) и површине испод тих кривих (W , Q) као и површина лево од криве (W^T). Код свих ових израза фигурише n (експонент квазистатичке политропе).

Неравнотежни процеси. Равнотежна су само почетно и крајње стања. Овакав процес се одвија великом брзином, блиској брзини звука, тако да молекули сабијени испред клипа и немају времена да се хаотичним кретањем распореде по целом суду. Дакле, сва међустања одликује термичка и механичка неравнотежа, тј. - нехомогеност гаса у суду (нехомогеност притиска и температуре). V (односно S) су увек познати за сва међустања (иако су неравнотежна) што је ефект својства адитивности екстензивних величина стања. Међутим, са p (односно са T) то није случај. Пошто ова међустања одликује неравнотежа / нехомогеност, значи - није задовољен услов за дефинисање интензивних величина стања тј. притиска и температуре. Како се стање представља тачком – која је дефинисана у равни са две своје координате – а за међустања у оба дијаграма знамо само апсцисе, а не знамо ординате, закључујемо да између тачака 1 и 2 која представљају почетно и крајње стање неравнотежног процеса не може да се црта ништа. Следи да не може бити икаквих површина испод и лево од криве (јер саме криве процеса – нема), дакле не можемо да израчунамо ни Q , нити W , нити W^T .

Експонент „ m “ се популарно (погрешно) зове - "експонент неравнотежне политропе". У ствари он је експонент (неке) равнотежне политропе која само повезује тачке 1 и 2.

За графичко представљање неквазистатичке (неравнотежне) политропе, а посебно њених спољашњих утицаја (величина процеса) – користимо својеврсну "протезу".



Неравнотежна промена стања је УВЕК у ДЕСНО од „своје“ равнотежне јер је од ње неповратнија за неки спонтани губитак (напр. трење). Према Првом постулату одн. Другом закону ТД спонтаним процесом се тежи равнотежи, дакле расте ентропија.

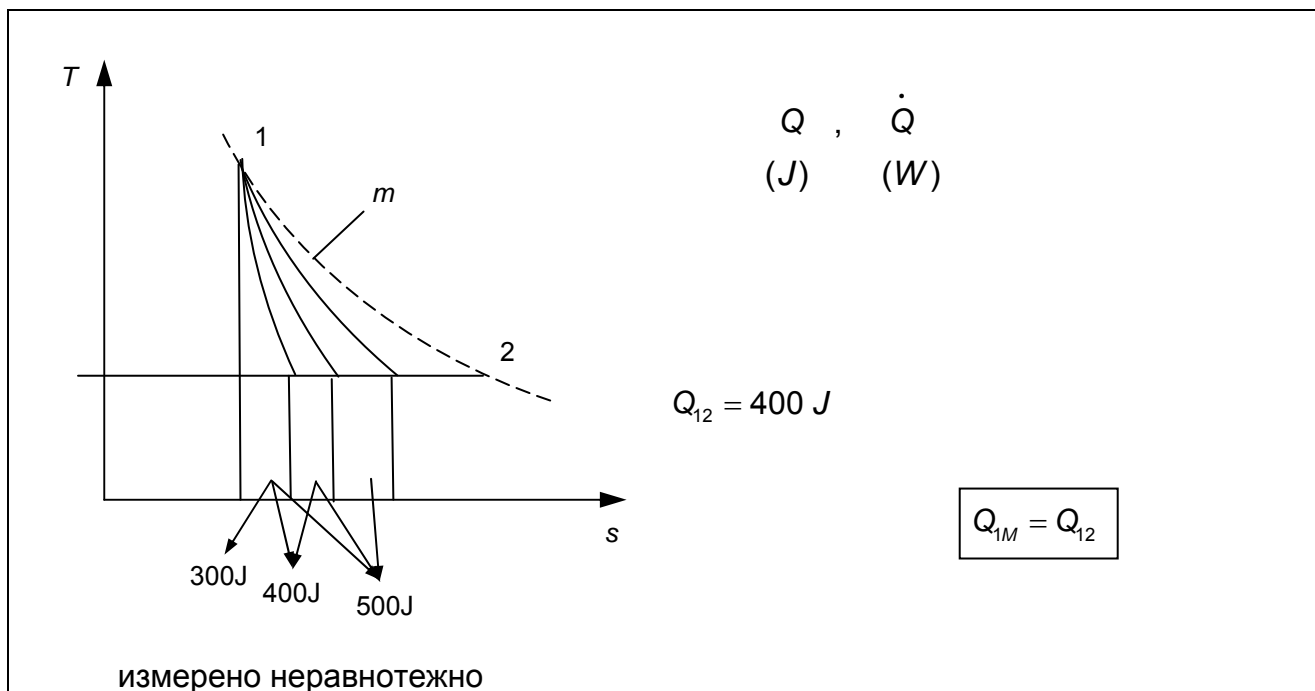
Адијабатско пригушење је процес где се не добија рад, ни запремински ни технички, дакле ($w = 0$, $w^T = 0$) а и адијабатски је ($q = 0$), другим речима $w_{M2} = w_{M2}^T = q_{M2} = 0$

Таква промена је веома погодна, јер на w_{1M} , w_{1M}^T , q_{1M} не додаје ништа, па следи:

$$w_{1M} = w_{12} ; w_{1M}^T = w_{12}^T ; q_{1M} = q_{12}$$

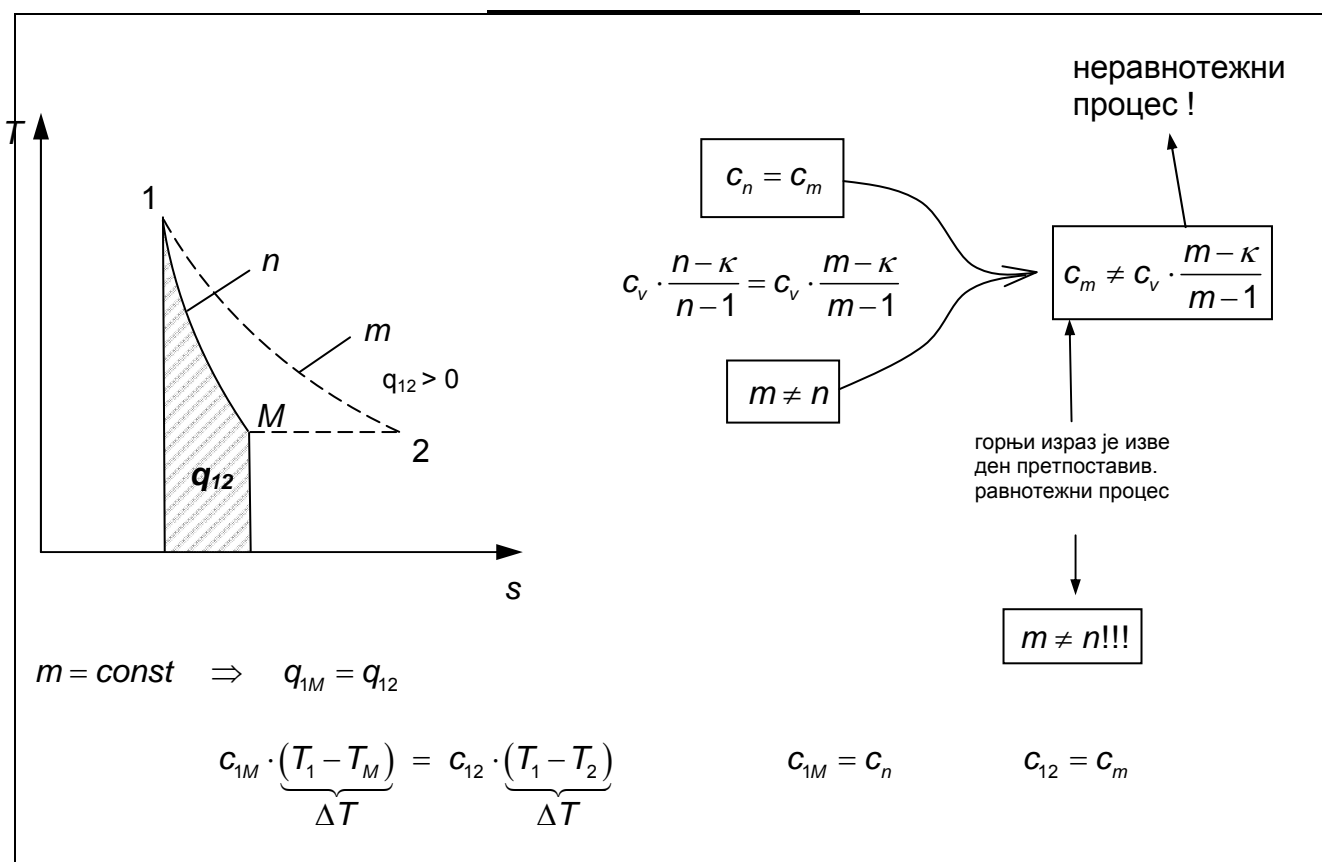
(A)

Питамо се, како се бира равнотежни процес који одговара неравнотежном 1-2 ?



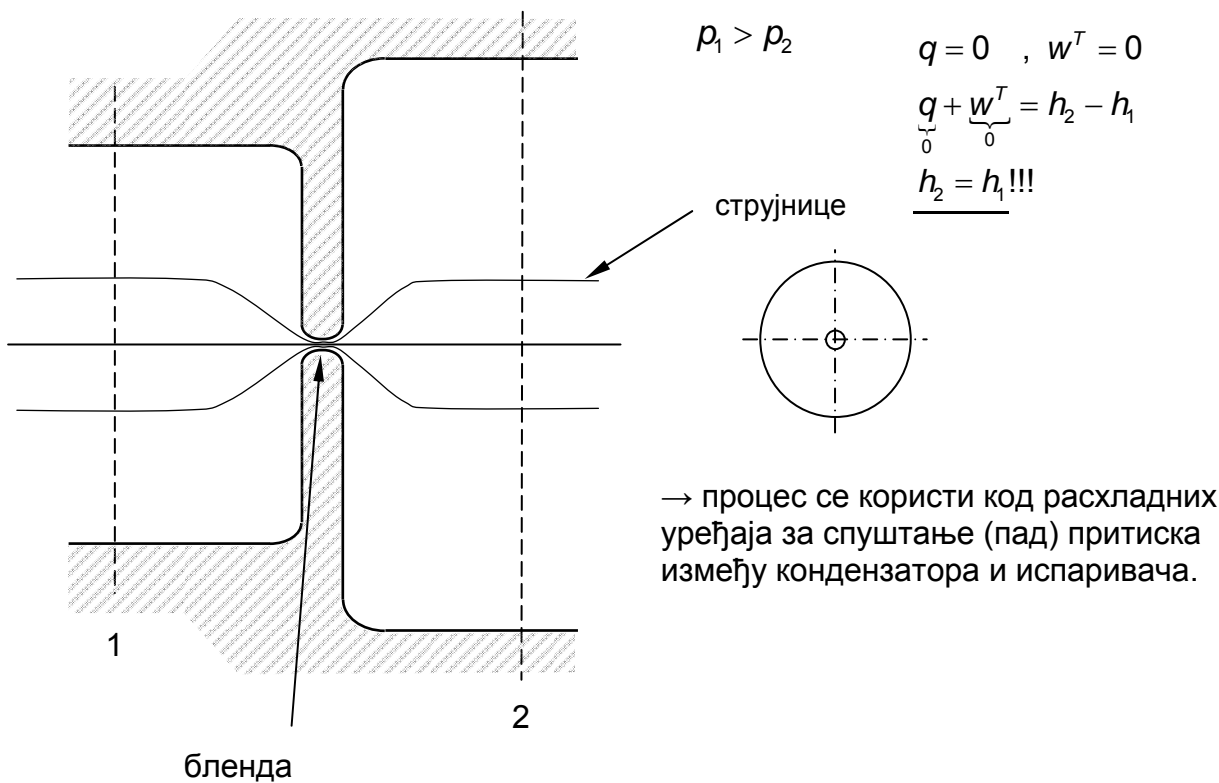
Од свих могућих равнотежних (квазистатичких) процеса који се пружају у лево од нашег неравнотежног, бирамо онај за који важи:

$$Q_{\text{РАВНОТЕЖНО}} = Q_{\text{НЕРАВНОТЕЖНО}}$$



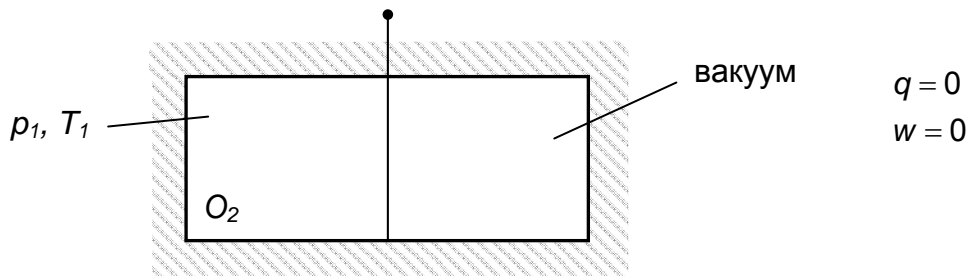
погледати једначину (A) \Rightarrow важи јер су то величине процеса, док је за све величине стања и потпуно свеједно којим путем (тј. помоћу ког процеса) се прелази из стања 1 у стање 2, и чак је сасвим свеједно да ли је процес равнотежан или неравнотежан !

Адијабатско пригушење



Све ово је, наравно, само теоретска припрема за анализу циклуса (кружних процеса) који се посматрају са аспекта отворених (проточних) система. За "протезу" потребна најлошија промена стања је адијабатско пригушење, неравнотежна "изенталпа".

Код затворених система, постоји слична промена стања, тј експанзија у вакуум.



```

према I закону ТД  $\rightarrow q + w = u_2 - u_1$ 

```

$$u_2 = u_1$$

Услед трења у бленди (пошто је флуид вискозан), у случају адијабатског пригушења укупна енергија гаса се смањује што се манифестује падом притиска.

Процес адијабатског пригушења се популарно назива "изенталпским" што олакшава комуникацију али је принципијелно погрешно јер је и он неравнотежан, и само важи:

$$h_2 = h_1$$

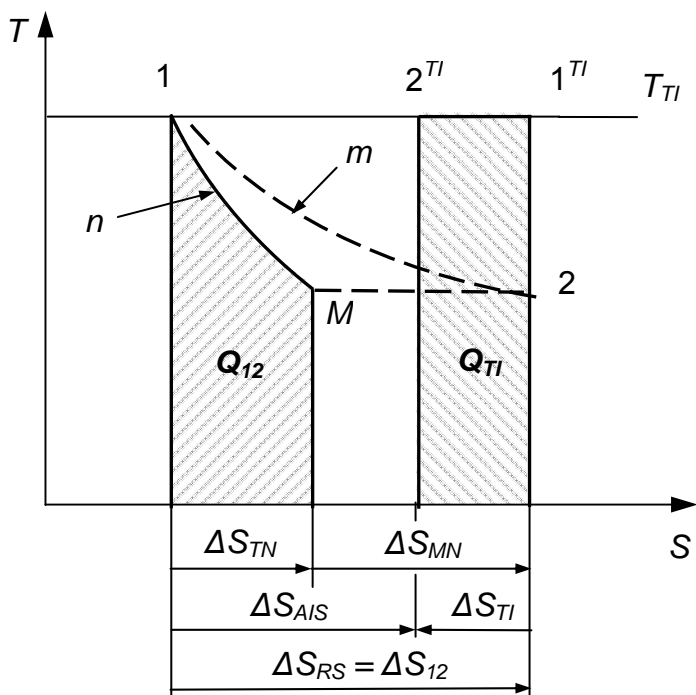
Како то да се адијабатско пригушење у $(T-s)$ дијаграму поклапа са изотермом ?

Зато што је у питању идеалан гас за који важи друга калоричка једначина стања.

$$h_2 - h_1 = c_p \cdot (T_2 - T_1) \xrightarrow{\text{идеалан газ}} h_2 = h_1 \Rightarrow T_2 = T_1$$

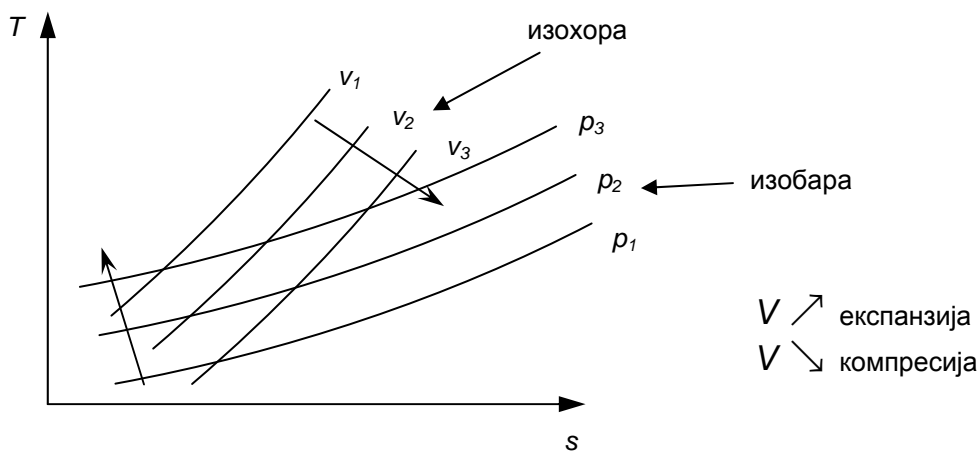
Код реалних гасова ово не важи!

ЕНТРОПИЈСКА АНАЛИЗА ПРОЦЕСА


$$T_1 - T_M = \text{топлотна неравнотежа} \rightarrow \Delta S_{TN}$$
$$p_M - p_2 = \text{механичка неравнотежа} \rightarrow \Delta S_{MN}$$
$$T_1 > T_2 \quad Q_{TI} = -Q_{RS}$$
$$\Delta S_{RS}(>=<0) = \Delta S_{TN}(>=<0) + \Delta S_{MN}(>0)$$

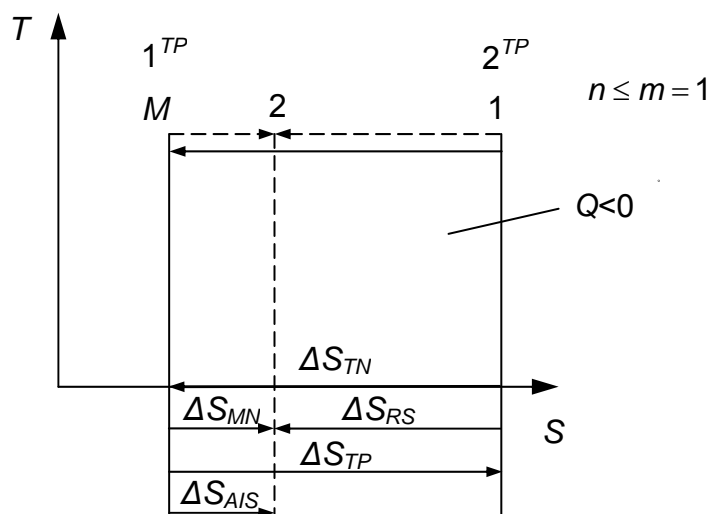
Јасно, између стања 1 и стања 2 постоји механичка и термичка неравнотежа ($p_1 > p_2$, $T_1 > T_2$). Преласком из стања 1 у стање M се потпуно савладава термичка неравнотежа и зато се одговарајуће ΔS зове ΔS_{TN} .

Од стања M до стања 2 савладавамо преосталу механичку неравнотежу ($p_M > p_2$) и зато се то ΔS зове ΔS_{MN} (механичке неравнотеже) а то је уствари промена ентропије адијабатског пригушења, која је увек веће од нуле ($\Delta S_{MN} > 0$).

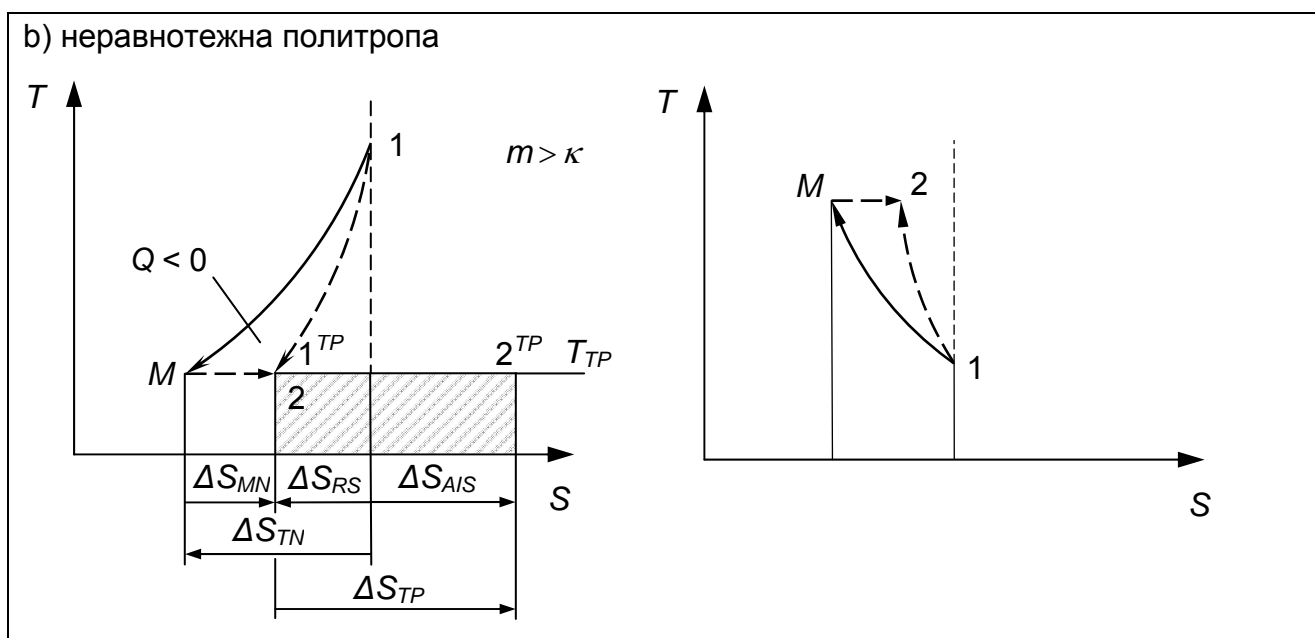


НЕРАВНОТЕЖНЕ ПРОМЕНЕ у T-S дијаграму

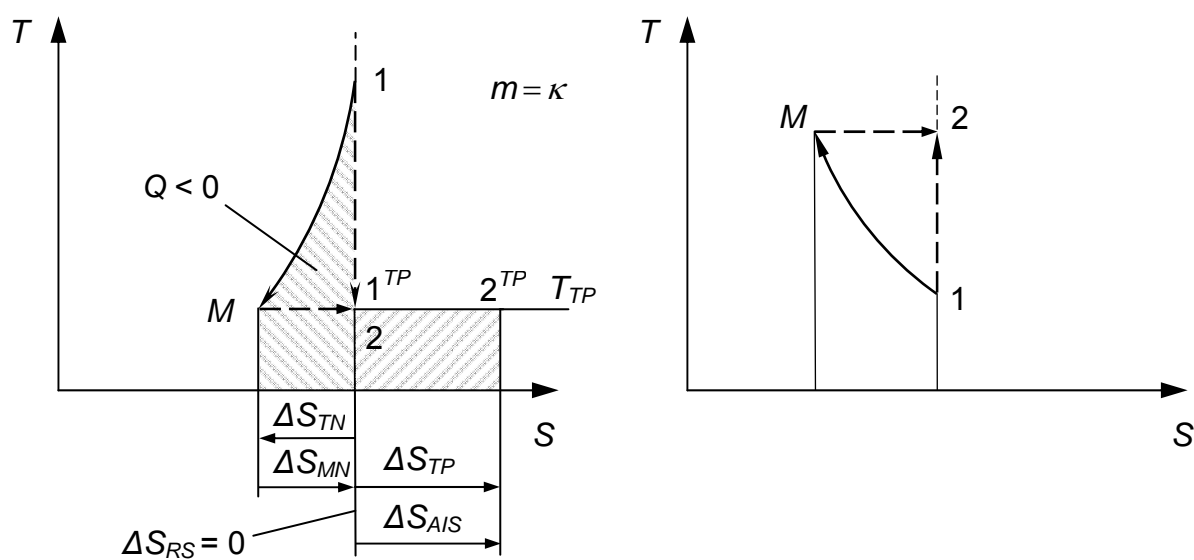
а) изотермна компресија



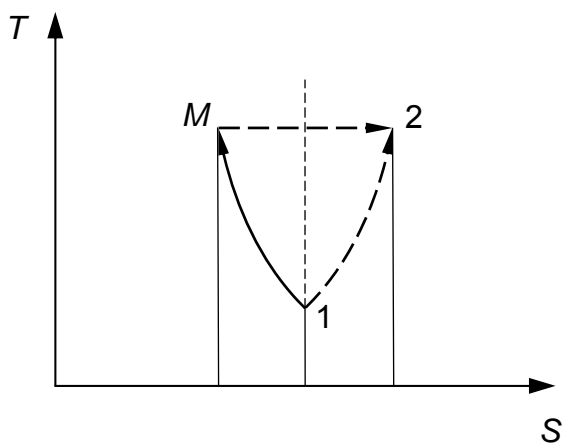
б) неравнотежна политропа



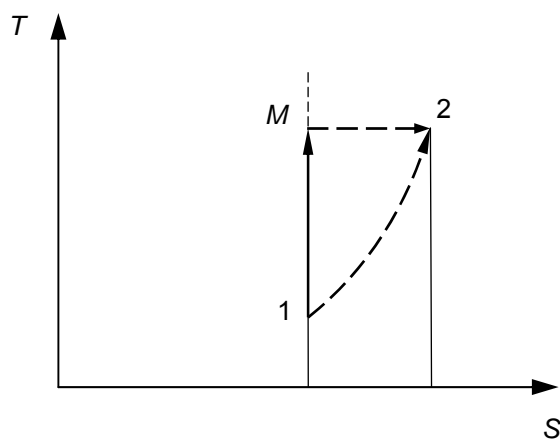
с) неравнотежна изентропа (није адијабата)



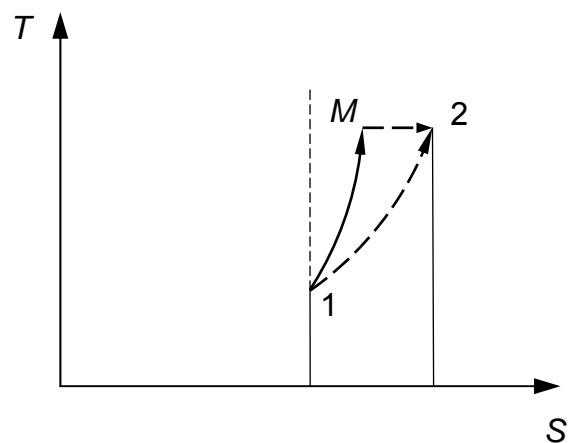
d) неравнотежна политропа



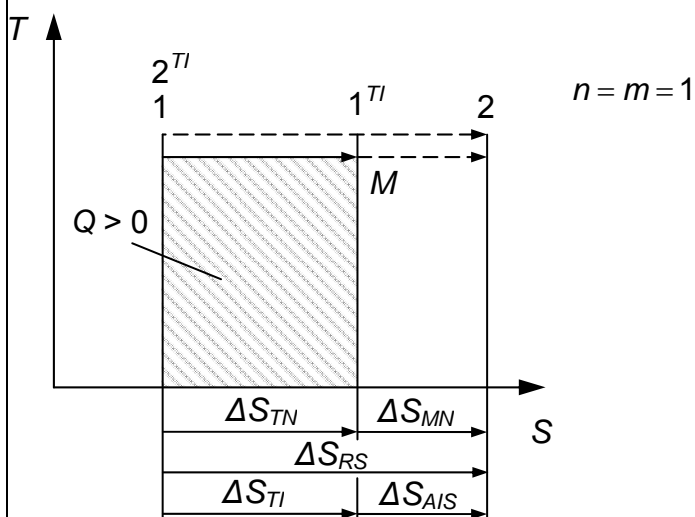
е) неравнотежна адијабата (није изентропа)



f)



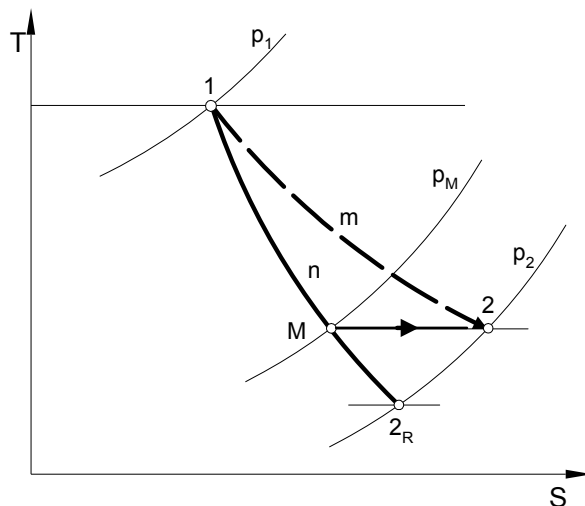
g) неравнотежна изотермна експанзија



СТЕПЕН ДОБРОТЕ ПРОМЕНЕ СТАЊА

Ово је величина која служи као мера квалитета неравнотежних процеса.

ЕКСПАНЗИЈА:



Логично је да се пореде експанзије између истих притисака.

$$\eta_D^{ex} = \frac{P_{NR}}{P_{rav}(=P_R)}$$

Уколико у систему нема рачвања:

$$\eta_D^{ex} = \frac{\dot{m} \cdot w_{12}^T}{\dot{m} \cdot w_{12R}^T}$$

Помоћу I закона термодинамике: $q + w^T = \Delta h$

$$\eta_D^{ex} = \frac{\Delta h_{12} - q_{12}}{\Delta h_{12^R} - q_{12^R}}$$

Довде извођење важи за било коју радну супстанцију
($c_n = c^R$ - за неравнотежну и равнотежну промену).

- за идеалан гас:

$$\eta_D^{ex} = \frac{c_p \cdot (T_2 - T_1) - c_n \cdot (T_2 - T_1)}{c_p \cdot (T_{2^R} - T_{1^R}) - c_n \cdot (T_{2^R} - T_{1^R})} = \frac{(c_p - c_n) \cdot (T_2 - T_1)}{(c_p - c_n) \cdot (T_{2^R} - T_{1^R})} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2^R}} < 1$$

- за реалан гас:

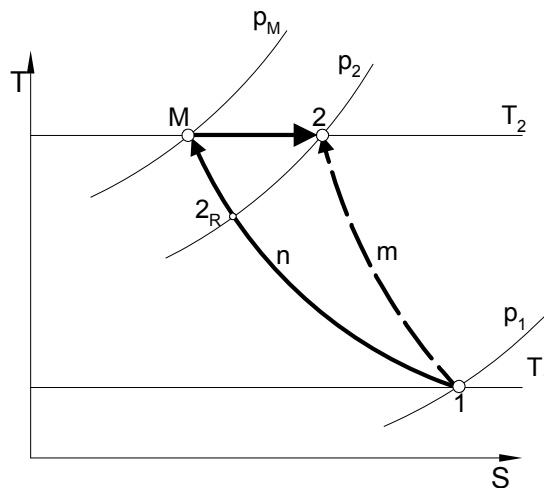
за адијабатску промену стања:

$$\eta_D^{ex} = \frac{\Delta h_{12} - q_{12}}{\Delta h_{12^R} - q_{12^R}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2^R}}$$

КОМПРЕСИЈА:

Степен добротe за компресију се дефинише као реципрочна вредност η_D^{ex} :

$$\eta_D^{komp} = \frac{P_R}{P_{NR}} = \frac{m \cdot w_R^T}{m \cdot w_{NR}^T} = \frac{\Delta h_{12^R} - q_{12^R}}{\Delta h_{12} - q_{12}}$$



- за идеалан гас (или полуидеалан гас):

$$\eta_D^{komp} = \frac{c_p \cdot (T_{2^R} - T_1) - c_n \cdot (T_{2^R} - T_1)}{c_p \cdot (T_2 - T_1) - c_n \cdot (T_2 - T_1)} = \frac{(c_p - c_n) \cdot (T_{2^R} - T_1)}{(c_p - c_n) \cdot (T_2 - T_1)} = \frac{T_{2^R} - T_1}{T_2 - T_1}$$

- за реалан гас:

за адијабатску промену стања

$$\eta_D^{komp} = \frac{\Delta h_{12^R} - q_{12^R}}{\Delta h_{12} - q_{12}} = \frac{h_{2^R} - h_1}{h_2 - h_1}$$

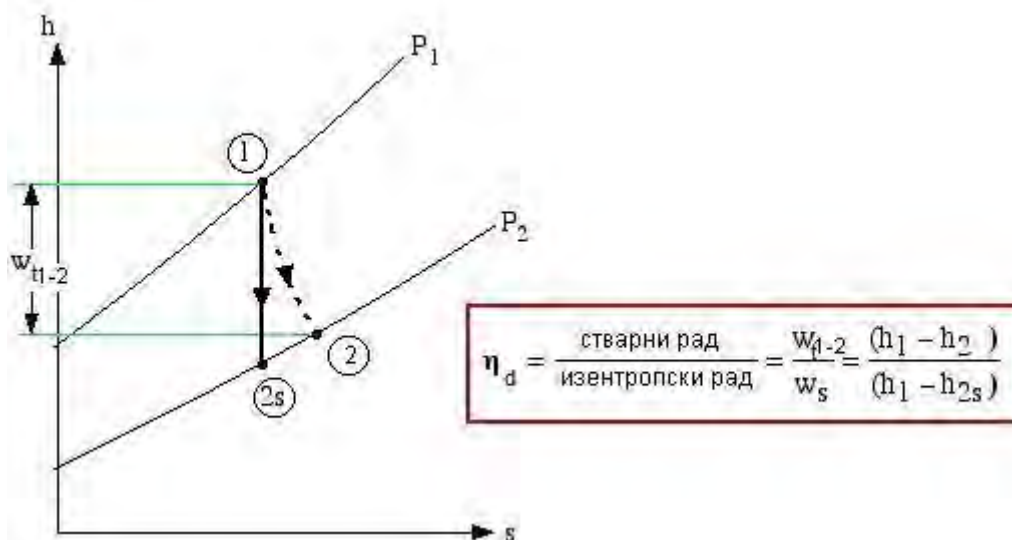
АДИЈАБАТСКЕ ПРОМЕНЕ у T-S дијаграму

експанзија ($n > m$)

компресија ($n < m$)

Адијабатска парна турбина: енергија паре на улазу се делом претвара у технички рад на вратилу турбине. На изл. из турбине је стање 2. У општем случају струјна енергија је сума: енталпије, макроскопске кинетичке и макроскопске потенцијалне енергије. Ако се занемаре промене макроскопске E_k и E_p , технички рад на вратилу турбине је:

$$w_{t1-2} = h_2 - h_1 < 0$$



У случају када је адијабатска експанзија и квазистатичка, тј. када је промена стања изентропска добија се максимално могући технички рад: $w_{t1-2} = h_{2s} - h_1 < 0$

Ако посматрамо адијабатску компресију онда имамо следећи случај:

