

Proračun NS

Kako je već naznačeno proračun predstavlja sagledavanje odnosa radnih i kritičnih opterećenja, s ciljem provere tehničkog rešenja NS, a orijentisano ka optimizaciji NS.

Kvazistatički prilaz predstavlja obavezni deo svakog proračuna i on daje daleko najveći broj važnih informacija o budućoj ili izvedenoj konstrukciji (pogotovo u slučaju MKE).

Dakle definisanje merodavnih uticaja je preduslov za proveru i potvrdu predviđenog poprečnog preseka svakog od elementa NS. Najčešće se primenjuju sledeće metode za definisanje merodavnih uticaja:

Metoda konačnih elemenata (Numerički prototajping)

Metoda koja koristi koncept “noseće površine” (Pavlovski)

Metoda primene teorije tankozidnih profila

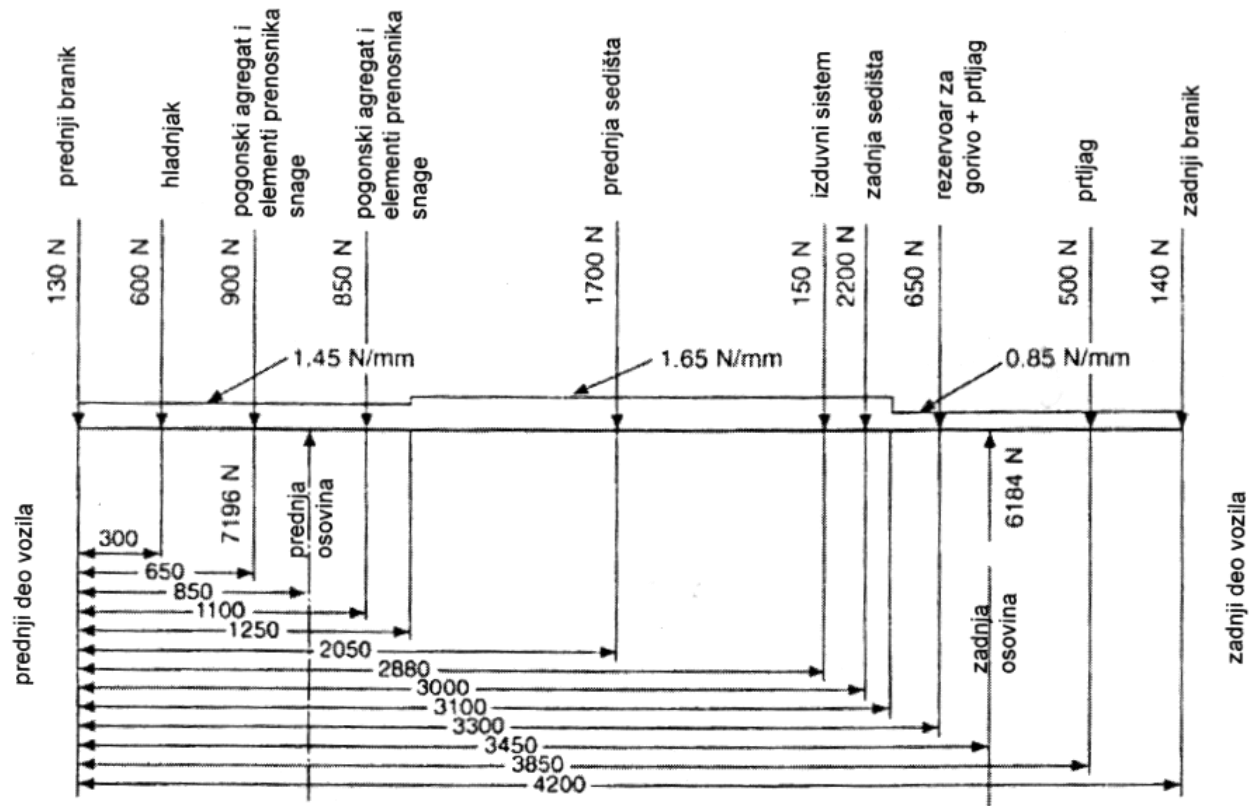
Metoda pomeranja, koja je pogodna za “ručni prilaz” proračuna

Analitička metoda

Kao i svaka metoda podrazumeva se KPR, merodavno spoljnje opterećenje, uticaji koje distribucija ovog opterećenja kroz struktur izaziva na pojedinim elementima, sračunavanje naponskih odziva i upoređivanje sa performansama iskorišćenog materijala.

*ilustrativni prikaz
masa koje
opredeljuje
merodavno
opterećenje za KPR.*

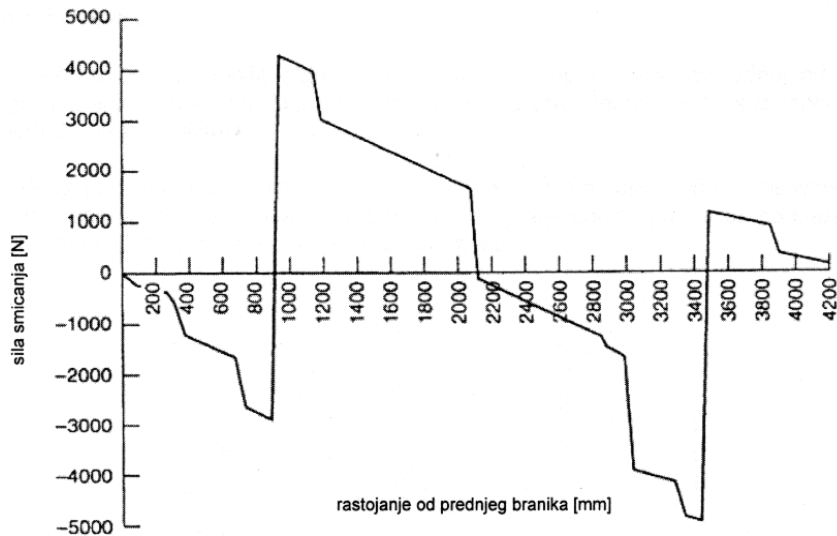
*Raspodela
opterećenja po
dužini NS vozila.*



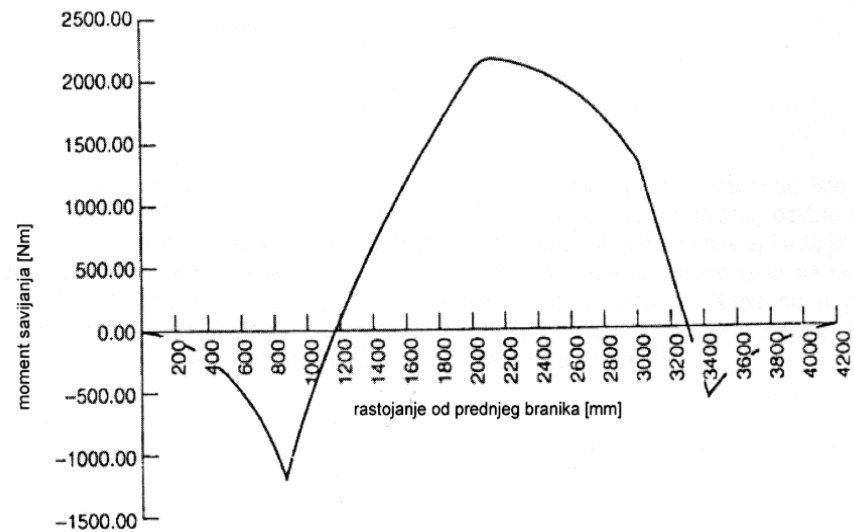
Analitička metoda

Raspodela opterećenja po dužini NS vozila određuje i uticaje opterećenja u pogledu smičuće sile i momenta savijanja strukture.

Ilustrativni prikaz odgovara statičkim uslovima (mirovanju vozila), a uključenje maksimalnih vrednosti vertikalnih sila u kontaktu pneumatika i podloge se obezbedjuje multiplikacijom sa K_d (shodno kategoriji i nameni vozila).



Sila smicanja



Moment savijanja

Napomena: Opterećenja na globalnom nivou (objedinjene NS vozila)

Analitička metoda

Nadalje je potrebno definisati uticaje koje pojedini elementi NS preuzimaju na sebe (pri distribuciji merodavnog opterećenja).

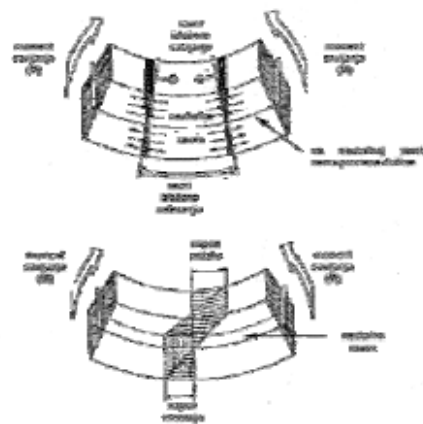
Pod uticajima podrazumevamo pre svega momente savijanja i uvijanja, ali i smičucih i aksijalnih sila, kao i karakteristične deformacije (u odredjenim slučajevima), koje izdržava svaki element-nosač (njegov poprečni presek) pri distribuciji-prenosu merodavnih opterećenja.

Različita je problematika u ovom smislu prisutna, zavisno od tipa strukture:

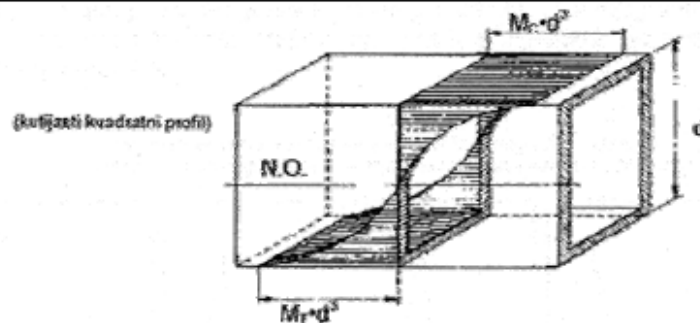
***Okvir,
Rešetkasta struktura,
Panelna struktura,
Cisterna,
...***

Analitička metoda

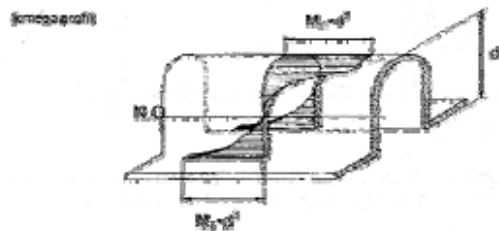
Ovakav prilaz u potpunosti odgovara procedurama koje su razmatrane u Otpornosti materijala, Mešinskim elementima, ...).



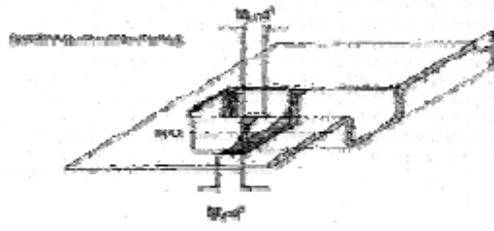
Raspodela opterećenja



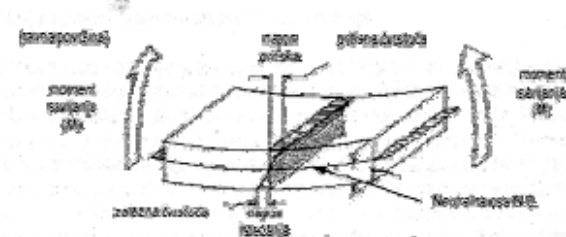
Raspodela napona u poprečnom preseku za kutijasti kvadratni profil



Raspodela napona u poprečnom preseku za omega profil



Raspodela napona u poprečnom preseku za površnu sa udbljenjima (ojačanjima)



Raspodela napona u poprečnom preseku za ravnu površ

Ilustracija ponašanja (odziva) karakterističnih nosača pri opterećenju.

Analitička metoda - Tankozidni profili

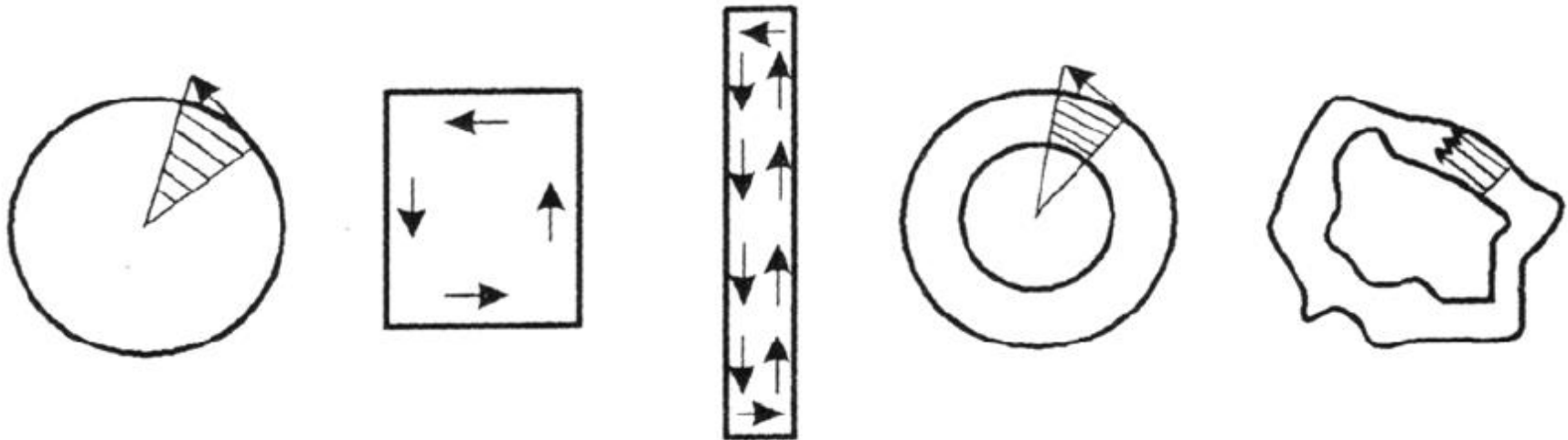
Specifičnosti ponašanja nosača tankozidnog otvorenog PP pri asimetričnom opterećenju (uvijanju).

Izražena zastupljenost ovih nosača u NS vozla (okviri privrednih i priključnih vozila, ...).

Cilj je razumeti i oseti deplanaciju-krivljenje PP i probleme koji nastaju u slučajevima sprečene deplanacije.




Problem uvijanja je u potpunosti analogan problematici kretanja tečnosti koja se kreće konstantnom ugaonom brzinom u posudi čiji poprečni presek odgovara preseku štapa izloženog uvijanju

(hidrodinamička analogija) UZAK KANAL $V=const.$

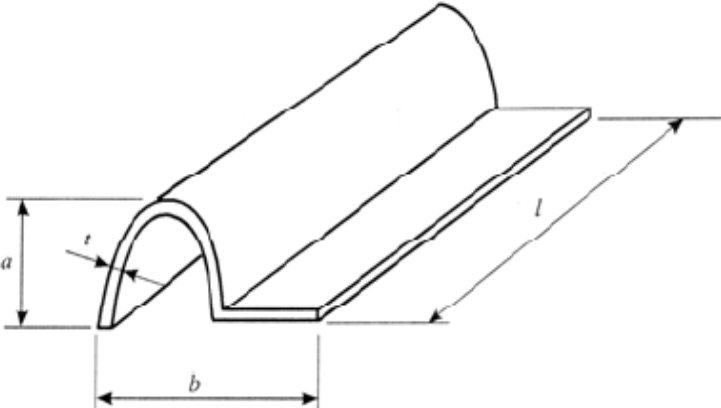


Analitička metoda - Tankozidni profili

Osnovna izvođenja nosača tankozidnog PP.

		
Otvoreni PP	Zatvoreni PP	Otvoreno-zatvoreni PP

Uslovi da bi štap bio tankozidni (definicija tankozidnog štapa).

	$\frac{a}{l}, \frac{b}{l} \leq \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{10} \right)$	$\frac{t}{a}, \frac{t}{b} \leq \frac{1}{10}$ $\frac{t_{\max}}{b_{\min}} \leq \frac{1}{10}$
	Uslov za „štap“	Uslov za „tankozidost“

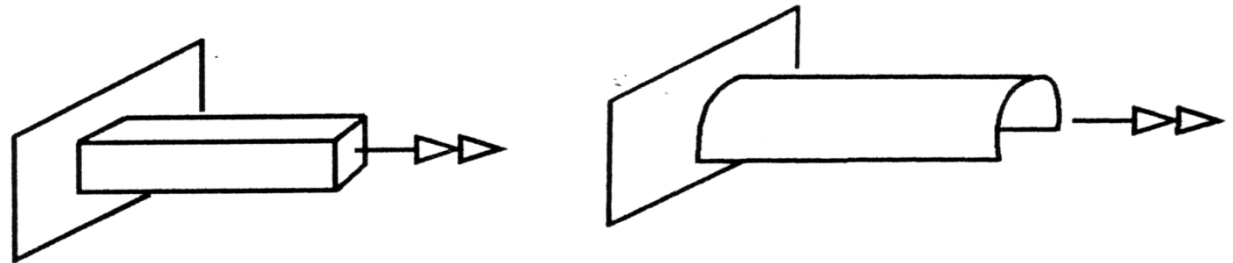
Analitička metoda - Tankozidni profili

Slobodno uvijanje štapa podrazumeva odsustvo bilo kakvih ograničenja u pomeranju tačaka poprečnog preseka, dok ometeno uvijanje uključuje ova ograničenja na jednom i/ili oba kraja štapa.

**Slobodno
uvijanje**



**Ometeno
uvijanje**

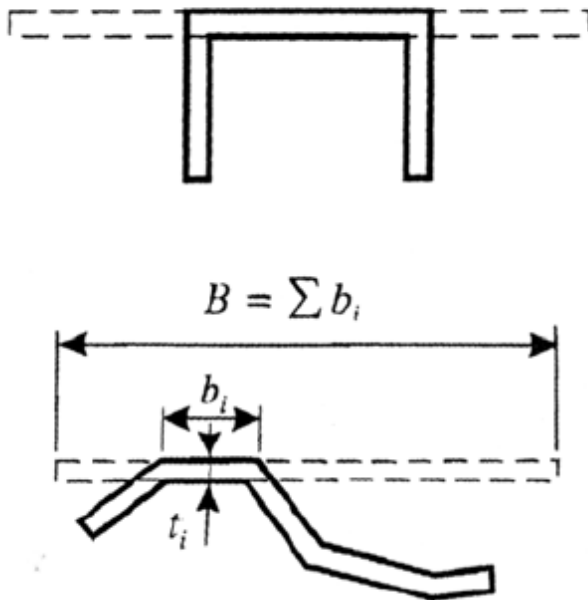


Jedino štapovi kružnog PP praktično nemaju deplanaciju pri uvijanj, dok se uticaj ometenog uvijanja može zanemariti i kod punih prizmatičnih PP, kao i zatvorenih tankozidnih PP.

Analitička metoda - Tankozidni profili

Čest slučaj u praksi je da se nosač tankozidnog otvorenog poprečnog preseka dobija savijanjem limova. To znači da se poprečni presek sastoji iz skupa pravih delova (tankih pravougaonika).

Ilustracija ovakvog nosača, uključujući i izraze koji definišu njegov torzioni moment inercije I_t (kako segmenta, tako i celog PP).



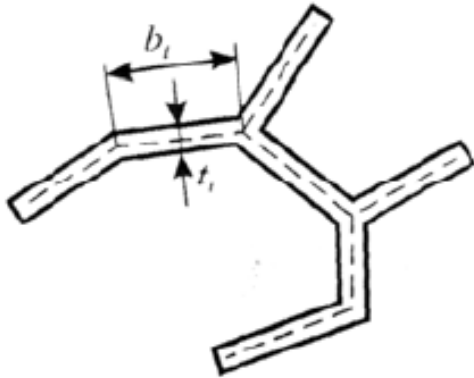
$$I_{t_i} = \frac{1}{3} b_i t_i^3$$

$$I_t = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n b_i t_i^3$$

$$B = \sum_{i=1}^n b_i$$

Analitička metoda - Tankozidni profili

Primer tankozidnih poprečnih preseka koji se ne mogu razviti.



Najveći napon smicanja pojavljuju se u limu najveće debljine (t_{\max}), pošto je:

$$\tau_{\max_i} = G\theta' t_i = \frac{M_t}{I_t} t_i \quad , \quad \tau_{\max} = \frac{M_t}{I_t} t_{\max} = \frac{M_t}{W_t}$$

$$W_t = \frac{I_t}{t_{\max}}$$

Analitička metoda - Tankozidni profili

Torzioni moment inercije definisan je izrazom

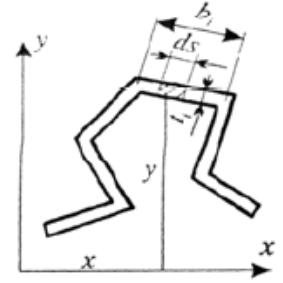
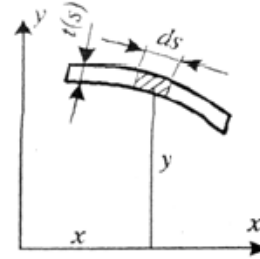
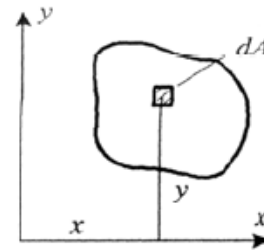
$$I_t = \eta \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n b_i t_i^3$$

Vrednosti popravnog koeficijenta η

Profil	Autor				
	A. Foppl	C.F. Kolbrunner, N. Hajdin	N.M. Beljajev, G.S. Pisarenko	J. Pawlowski	M.E. i T. Niezgodinski, A. Jakubowicz, Z. Orlos
L	0,86 - 1,1	0,99	1	0,83	1
U	0,98 - 1,25	1,12	1,12	1,1	1,12
T	0,92 - 1,25		1,15	1	
Z	1,13 - 1,45		1,17		
IP	1,21 - 1,47	1,29			
I	1,16 - 1,44	1,31	1,2	1,3	1,2
Ω				1,7	
+					1,17

Analitička metoda - Tankozidni profili

Geometrijske karakteristike poprečnih preseka



Ako su X i Y težišne (centralne) ose biće:
 $S_x = S_y = 0;$

Ako su istovremeno i glavne težišne ose biće:
 $I_{xy} = 0$

Otporni momenti PP:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} \quad W_y = \frac{I_y}{x_{\max}}$$

$$dA = dx dy$$

$$A = \int_A dA$$

$$S_x = \int_A y dA$$

$$S_y = \int_A x dA$$

$$I_x = \int_A y^2 dA$$

$$I_y = \int_A x^2 dA$$

$$I_{xy} = \int_A xy dA$$

$$= t(s) ds$$

$$= \int_0^B t(s) ds$$

$$= \int_0^B y(s) t(s) ds$$

$$= \int_0^B x(s) t(s) ds$$

$$= \int_0^B y^2(s) t(s) ds$$

$$= \int_0^B x^2(s) t(s) ds$$

$$= \int_0^B x(s) y(s) t(s) ds$$

$$= t_i ds$$

$$= \sum_{i=1}^n t_i \int_0^{b_i} ds = \sum_{i=1}^n t_i b_i$$

$$= \sum_{i=1}^n t_i \int_0^{b_i} y(s) ds$$

$$= \sum_{i=1}^n t_i \int_0^{b_i} x(s) ds$$

$$= \sum_{i=1}^n t_i \int_0^{b_i} y^2(s) ds$$

$$= \sum_{i=1}^n t_i \int_0^{b_i} x^2(s) ds$$

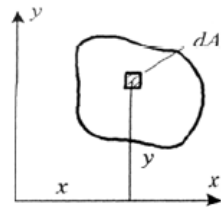
$$= \sum_{i=1}^n t_i \int_0^{b_i} x(s) y(s) ds$$

Analitička metoda - Tankozidni profili

Sektorske geometrijske karakteristike PP

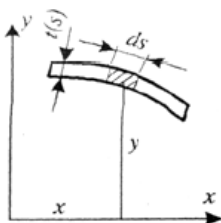
Sektorski statički moment, dimenzije L^4

$$S_{\omega} = \int_A \omega dA = \int_0^B \omega(s)t(s)ds = \sum_{i=1}^n t_i \int_0^{b_i} \omega(s)ds$$



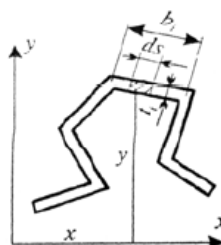
Sektorski moment inercije, dimenzije L^6

$$I_{\omega} = \int_A \omega^2 dA = \int_0^B \omega^2(s)t(s)ds = \sum_{i=1}^n t_i \int_0^{b_i} \omega^2(s)ds$$



Sektorski centrifugalni moment inercije, dimenzije L^5

$$I_{x\omega} = \int_A x\omega dA = \int_0^B x(s)\omega(s)t(s)ds = \sum_{i=1}^n t_i \int_0^{b_i} x(s)\omega(s)ds$$



$$I_{y\omega} = \int_A y\omega dA = \int_0^B y(s)\omega(s)t(s)ds = \sum_{i=1}^n t_i \int_0^{b_i} y(s)\omega(s)ds$$

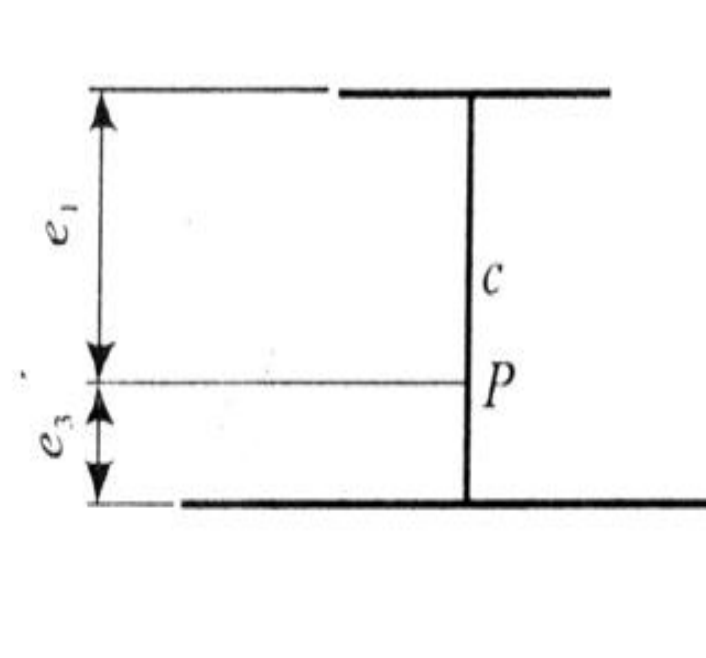
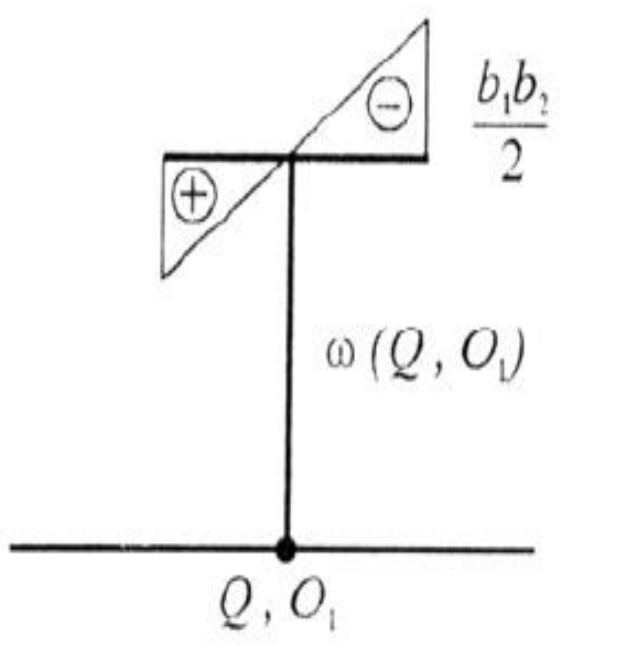
Sektorski otporni moment, dimenzije L^5

$$W_{\omega} = \frac{I_{\omega}}{\omega_{\max}}$$

Analitička metoda - Tankozidni profili

Sektorski moment inercije $I_{\omega} > 0$ (uvek je pozitivan).

Nulta tačka za koju se dobija da je sektorski statički moment $S_{\omega} = 0$ biće definisana kao **glavna nulta tačka**.



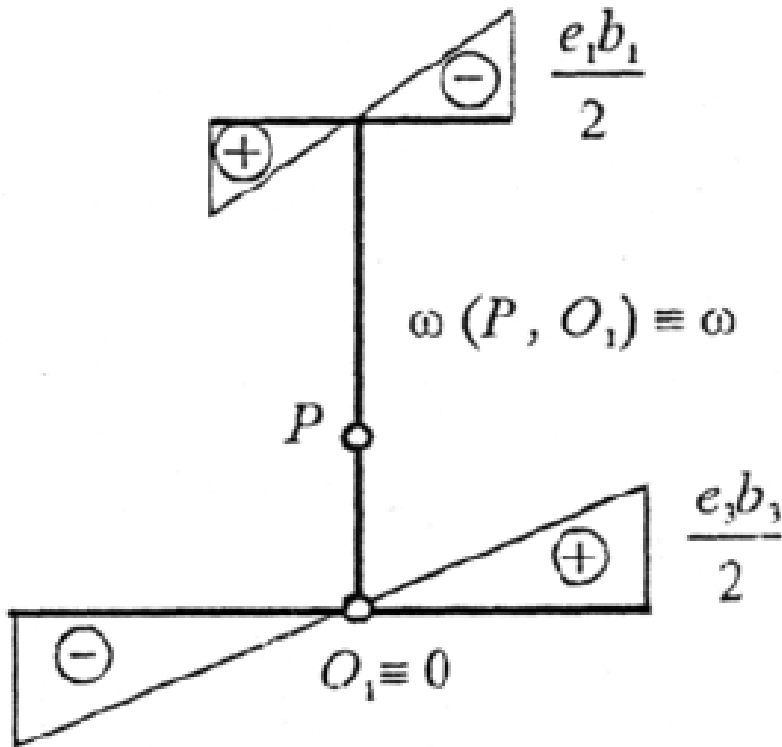
$$I_{x\omega}(Q) = -\frac{b_1^3 b_2 t_1}{12}$$

$$I_{y\omega}(Q) = 0$$

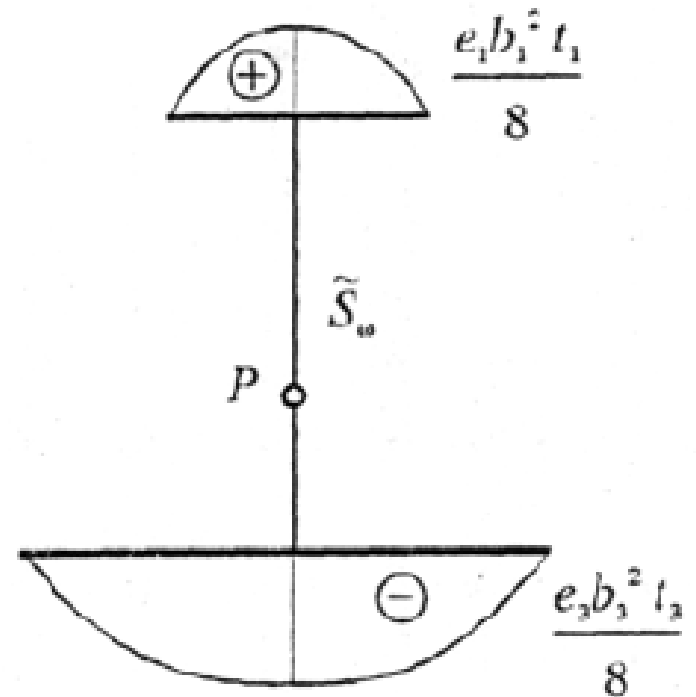
Sektorska koordinata za proizvoljni pol

Analitička metoda - Tankozidni profili

Pol za koji se dobija da su sektorski centrifugalni momenti inercije $I_{x\omega} = I_{y\omega}$, biće definisan kao **glavni pol**.



Glavna sektorska koordinata ω



Sektorski statički moment \tilde{S}_ω

Analitička metoda - Tankozidni profili

Postupak određivanja glavne sektorske koordinate ω ,

sektorskog momenta inercije I_{ω} i sektorskog statičkog momenta S_{ω}

Odrediti položaj glavnih težišnih osa inercije poprečnog preseka i izračunati glavne težišne momente inercije I_1 i I_2 , (označavaju se I_x i I_y)

Odabrati proizvoljni pol Q (po mogućstvu u preseku što više limova) i proizvoljnu nultu tačku O_1 ;

Izračunati sektorsku koordinatu $\omega(Q, O_1)$ i nacrtati odgovarajući dijagram njene raspodele po poprečnom preseku;

*Odrediti položaj **glavnog pola P**; $(I_{x\omega} = I_{y\omega})$*

*Odrediti položaj **glavne nulte tačke O**; $(S_{\omega} = 0)$*

*Izračunati **glavnu sektorsku koordinatu** i nacrtati odgovarajući dijagram njene raspodele po poprečnom preseku;*

Izračunati sektorski moment inercije I_{ω} i sektorski statički moment S_{ω} i nacrtati njegov dijagram:

Analitička metoda - Tankozidni profili

Naponi izazvani bimomentom

Pri uvijanju tankozidnog štapa neće doći do njegovog savijanja ukoliko se uvijanje vrši oko podužne ose koja prolazi kroz glavni pol. Stoga se za glavni pol koristi i naziv centar uvijanja (centar torzije) ili centar smicanja, a osa koja spaja centre uvijanja poprečnih preseka, naziva se i osom smicanja.

Bimoment se izračunava na osnovu: $B = -\bar{E}I_{\omega}\theta''(z) = B(z)$

*Bimoment se određuje **samo preko ugla** zaokretanja poprečnog preseka oko podužne ose, a ne iz statičkih uslova ravnoteže (nema direktne veze sa statičkim ponašanjem strukture).*

Normalan napon u proizvoljnoj tački poprečnog preseka u slučaju postojanja bimomenta:

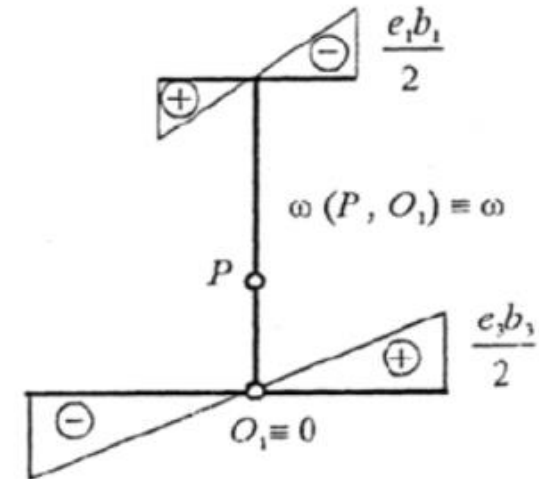
$$\sigma_z = \sigma_z(z, s) = \frac{B(z)}{I_{\omega}} \omega$$

Analitička metoda - Tankozidni profili

Naponi izazvani bimomentom

Normalni napon će imati najveću vrednost u tački preseka gde je sektorska koordinata maksimalna

$$\sigma_z(z, S)_{\max} = \frac{B(z)}{I_\omega} \omega_{\max} = \frac{B(z)}{W_\omega}$$



Ovaj izraz analogan je izrazima za normalni napon pri savijanju grede, pri čemu bimoment igra ulogu momenta savijanja, sektorski moment inercije ulogu aksijalnih momenata inercije, a sektorska koordinata ulogu koordinata X i Y.

Najveća vrednost napona na celom posmatranom štapu:

$$\sigma_{z\max}(z) = \left(\frac{B(z)}{I_\omega} \right)_{\max} \cdot \omega_{\max}$$

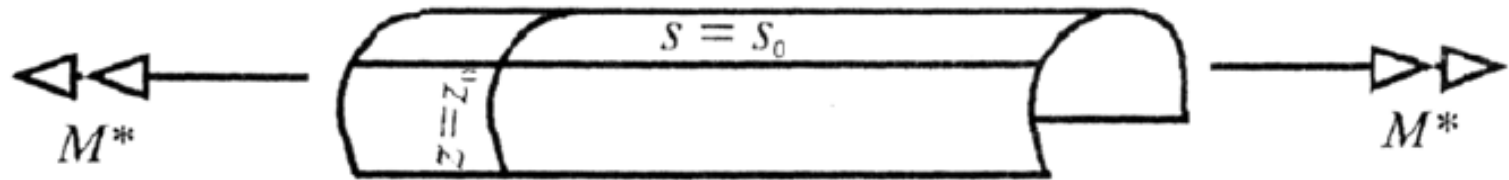
Najveća vrednost napona za štap konstantnog preseka

$$\sigma_{z\max} = \frac{B_{\max}}{W_\omega}$$

Analitička metoda - Tankozidni profili

Slobodno neometeno uvijanje

U ovom slučaju je konstantno pomeranje tačaka duž svake izvodnice.



*Otsustvo ograničenja deplanaciji na krajevima štapa za posledicu ima **linearnu zavisnost** (promenu) ugla uvijanja duž ose štapa, odnosno:*

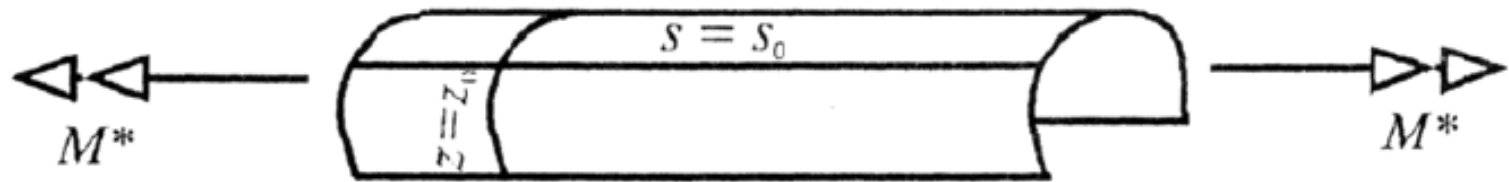
$$\theta''(z) = -\frac{B}{\bar{E}I_{\omega}} = 0, \quad \theta'(z) = const$$

*Takođe imamo **konstantnu vrednost** momenta uvijanja duž čitave dužine štapa.*

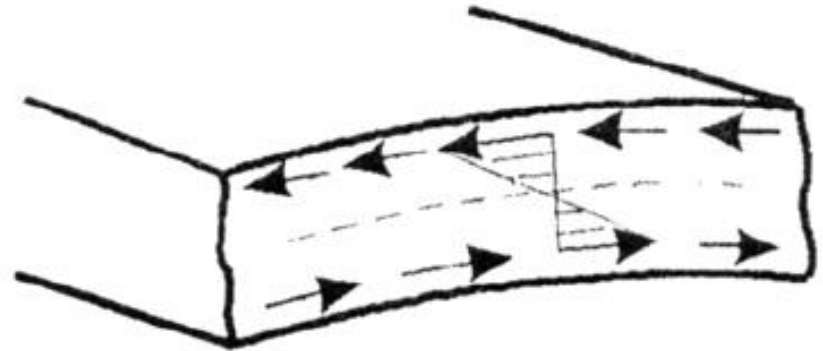
$$M_t(z) = GI_t \theta'(z) = const$$

Analitička metoda - Tankozidni profili

Slobodno neometeno uvijanje



*Naponi smicanja za ovaj slučaj.
(naponski odziv)*



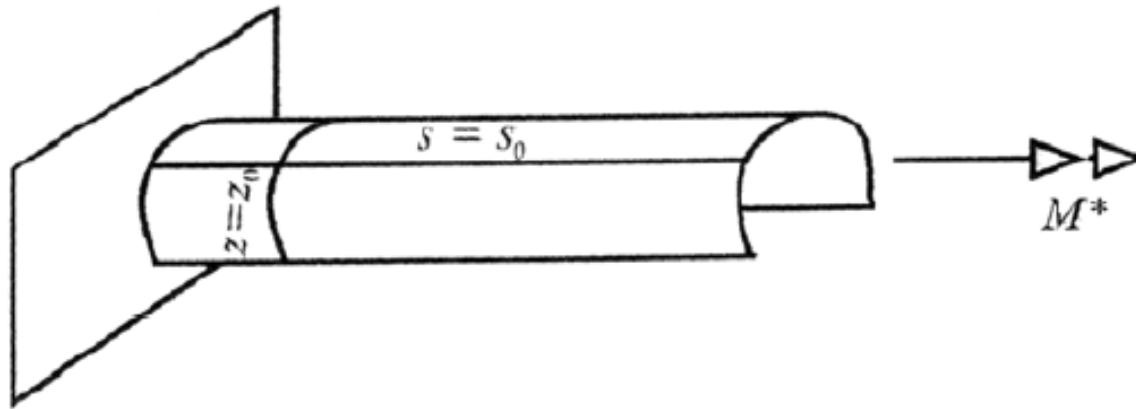
Vrednosti napona za ovaj slučaj:

$$\tau = \frac{M_t}{I_t} t \qquad \tau_{\max} = \frac{M_t}{I_t} t_{\max}$$

Već viđeno (Otpornost materijala)

Analitička metoda - Tankozidni profili

Ograničeno (ometeno) uvijanje



Ukoliko je bar jedan kraj posmatranog štapa, opterećenog samo konstantnim momentom uvijanja, uklješten (ometena-sprečena deplanacija pp), sve tačke duž proizvoljne izvodnice $s=s_0$, neće imati jednaka pomeranja.

To znači da ugao uvijanja-zaokreta $\theta(z)$ nije linearna funkcija od z-ose štapa:

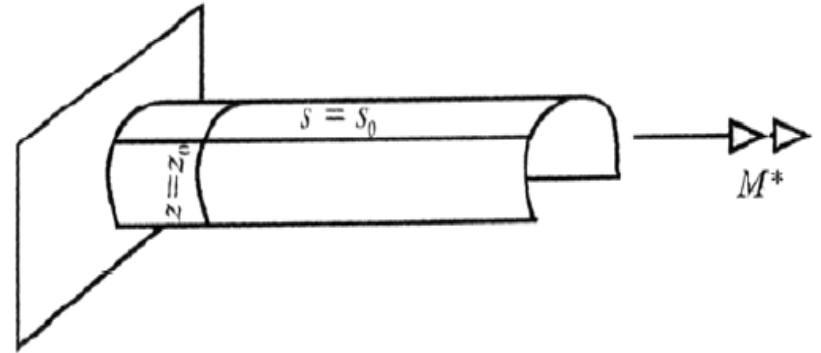
$$\theta''(z) = -\frac{B}{\bar{E}I_{\omega}} \neq 0, \quad \theta'(z) \neq const$$

Analitička metoda - Tankozidni profili

Ograničeno (ometeno) uvijanje

Moment uvijanja je:

$$M_t = GI_t \theta' \neq \text{const}$$



na prvi pogled ovo **izgleda nelogično** jer je štap opterećen konstantnim momentom uvijanja po celoj dužini.

S druge strane, to navodi na zaključak da **ukupni** moment oko podužne ose, kojim je štap opterećen, ne izaziva samo čisto uvijanje već i **još neke druge efekte**, kao što su krivljenje (vitoperenje, deplanacija) poprečnog preseka, pošto su ometena slobodna podužna pomeranja tačaka.

Ukupni moment je, stoga:

$$M_{\text{ukupni}} = M_t + M_{\omega}$$

M_t - moment čistog uvijanja
 M_{ω} - moment krivljenja (vitoperenja, deplanacije) PP

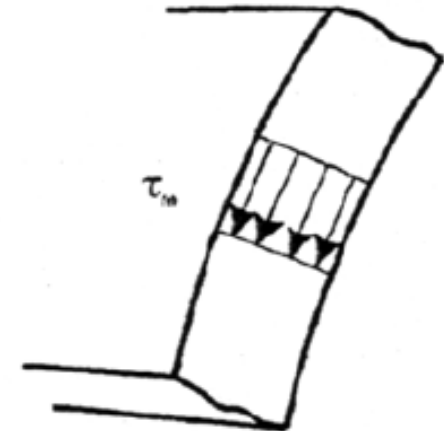
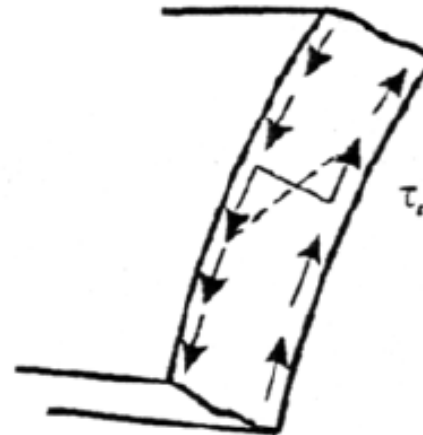
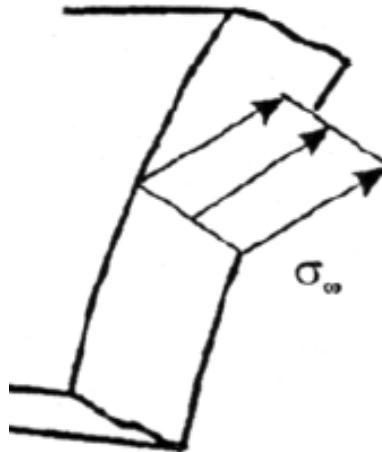
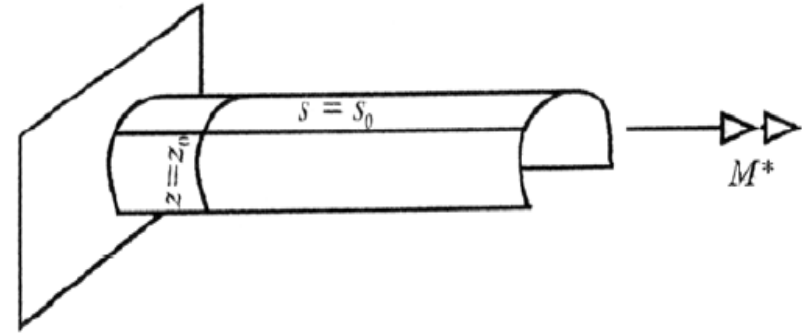
Analitička metoda - Tankozidni profili

Ograničeno (ometeno) uvijanje

Normalni napon po debljini poprečnog preseka je konstantan, a njihova raspodela duž poprečnog preseka se poklapa sa raspodelom sektorske koordinate:

$$\sigma_z(z, s) = \frac{B}{I_\omega} \omega$$

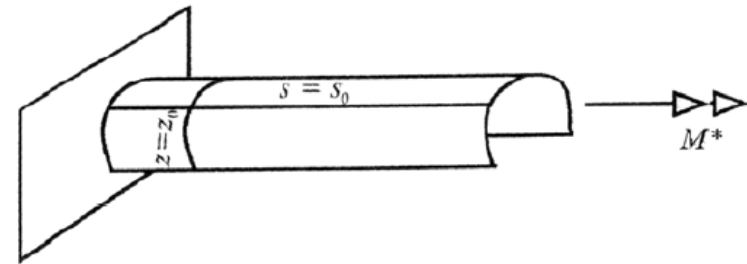
Na slici je data raspodela napona pri ometenom uvijanju kao posledica bimomenta, klasičnog uvijanja i smicanja.



Analitička metoda - Tankozidni profili

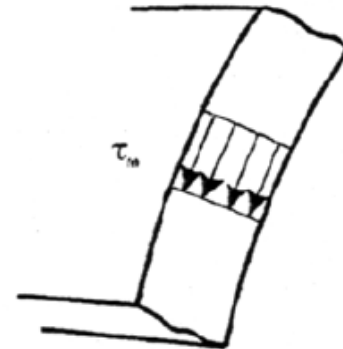
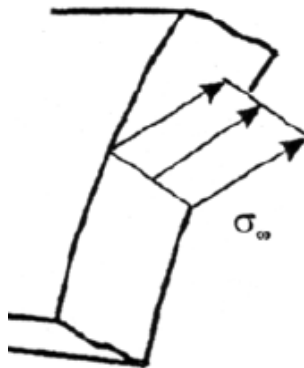
Ograničeno (ometeno) uvijanje

Naponi pri ometenom uvijanju kao posledica bimomenta, klasičnog uvijanja i smicanja



$$\sigma = \frac{F}{A} \pm \frac{M_x}{I_x} y \pm \frac{M_y}{I_y} x \pm \frac{B}{I_\omega} \omega$$

$$\tau = \frac{F}{A_s} \pm \frac{M_t}{I_t} \delta_{\max} \pm \frac{M_\omega}{I_\omega} \frac{S_\omega}{\delta}$$



$B = EI_\omega \theta''$ - bimoment

$M_\omega = EI_\omega \theta'''$ - moment krivljenja poprečnog preseka

S_ω - statički sektorski moment prebrisane površine poprečnog preseka

δ - debljina materijala

Analitička metoda - Tankozidni profili

Terijske osnove za uključenje sprečene deplanacije na krajevima štapa
Sve se uvodi kroz deformaciju, odnosno ugao uvijanja.

$$Q_0 = \frac{M_t l}{GI_t p} = \frac{M_t l}{GI}$$

Redukovani moment nercije $I = I_t p$. Koeficijent „ p “ se određuje iz uslova koji nastaju pri ograničenju deplanacije PP tankozidnog štapa i iznosi:

$$p = \frac{1}{1 - \frac{1}{k} Th \frac{k}{2}}$$

**Deplanacije ometene
na oba kraja štapa**

$$k = l \sqrt{\frac{GI_t}{\Sigma I_\omega}}$$

**Svojno uvojna
karakteristika PP**

$$p = \frac{1}{1 - \frac{1}{k} Th k}$$

**Deplanacija ometena
na jednom kraju štapa**

$$I_t = \frac{\eta'}{3} \sum_{i=1}^n s_i \delta_i^3$$

**Torzioni moment
inercije**

$$I_\omega = \int_B \omega^2 \delta ds$$

**Sektorski moment
inercije**

Analitička metoda - Tankozidni profili

Inženjerska praksa

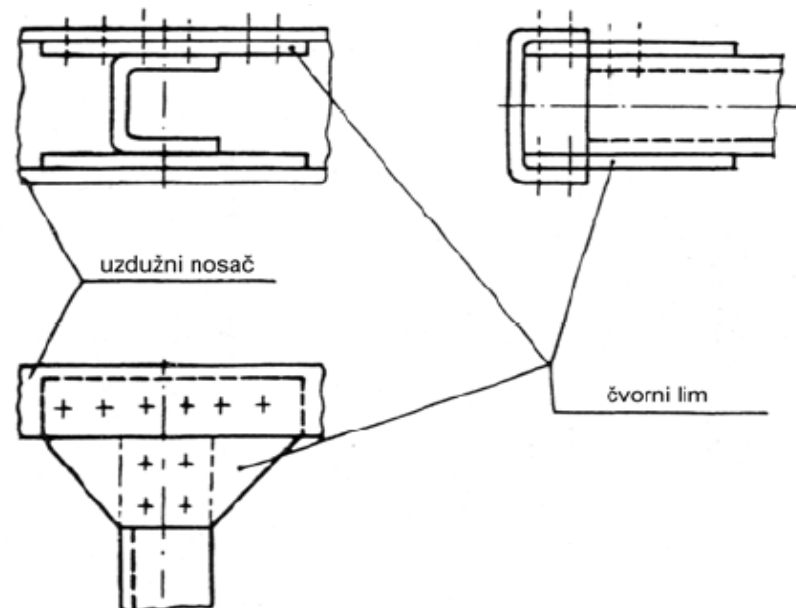
Uključuje i drugačije veze na krajevima štapova-nosača, koji **delimično** sprečavaju deplanaciju preseka (**polukruti spojevi**).

Uvodi se koeficijent q koji ulazi u proračun elemenata okvira i koji daje karakteristiku **elastičnosti** čvora. Najčešće se za karakteristične veze utvrđuje eksperimentalnim putem ili NP (baza podataka).

U slučaju okvira, možemo izdvojiti sledeće načine veze (spoja) između podužnih i poprečnih nosača:

Poprečni elementi se vezuju čvornim limom za podužni nosač

$$(q = 0)$$

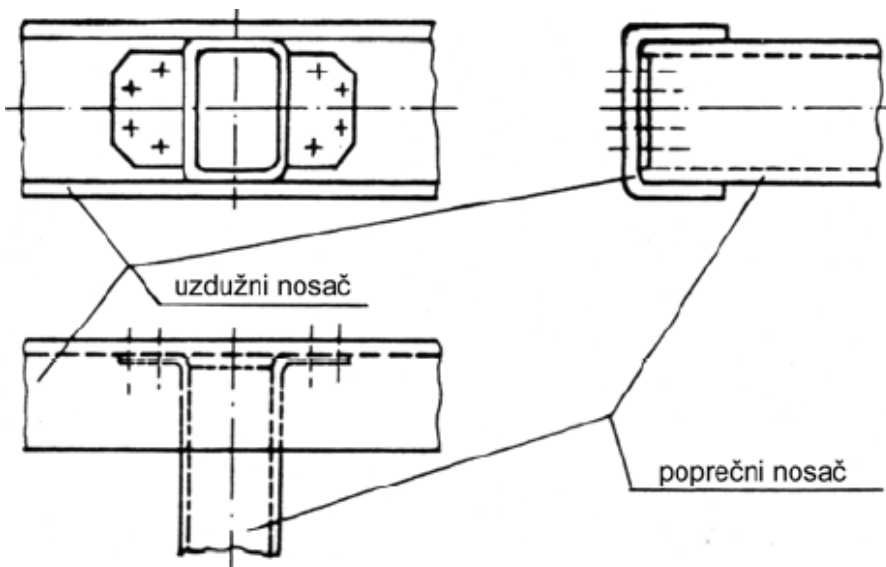


Analitička metoda - Tankozidni profili

Inženjerska praksa

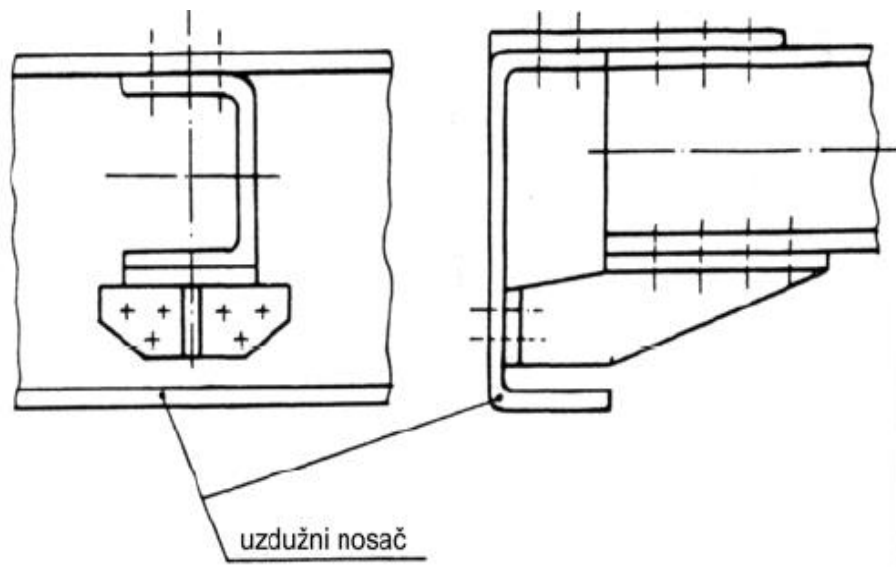
Poprečni elementi se vezuju samo preko rebra za uzdužni nosač (najelastičniji spoj)

($q = 0.5 - 0.7$)



Poprečni elementi se vezuju delimično za gornji pojas, a delom za rebro uzdužnog nosača

($q = 0.2 - 0.3$)



Analitička metoda - Tankozidni profili

Inženjerska praksa

Prilaz podrazumeva sprovođenje proračuna sa predpostavkom da ni podužni ni poprečni nosači vezani u čvoru nemaju deplanacije, odnosno vitoperenje PP.

Tako se primenom teorijskih postavki sračunaju uticaji na pojedinim elementima u pogledu deformacije (uglova).

Pri završnim proračunima u zavisnosti od načina izvođenja čvora vrši se korekcija karakteristikom elastičnosti čvora (koeficijentom q).

Analitička metoda - Tankozidni profili

Merodavni normalni i smičući naponi

$$\sigma = \frac{F}{A} \pm \frac{M_x}{I_x} y \pm \frac{M_y}{I_y} x \pm \frac{B}{I_\omega} \omega \quad \tau = \frac{F}{A_s} \pm \frac{M_t}{I_t} \delta_{\max} \pm \frac{M_\omega}{I_\omega} \frac{S_\omega}{\delta}$$

$B = EI_\omega \theta''$ - bimoment

$M_\omega = EI_\omega \theta'''$ - moment krivljenja poprečnog preseka

S_ω - statički sektorski moment prebrisane površine poprečnog preseka

δ - debljina materijala

Analitička metoda - Tankozidni profili

Napomene:

Ponašanje tankozidnih otvorenih nosača pri uvijanju ne može se izbjeći. Ako postoji sprečena deplanacija epilog je jasan. Treba napomenuti da je σ napon kao posledica B dominantan i da može za red veličina da nadmaši sigma naprezanja usled savijanja od mase (opterećenja) vozila. Zato je potrebna posebna pažnja po ovom pitanju.

Zato su prisutne konstruktivne korekcije u smislu **eliminacije** materijala u vezama između nosača tankozidnih otvorenih PP koje karakterišu najveće vrednosti sektorske koordinate.

Karakteristika, odnosno **način izvođenja veza** između nosača tankozidnih otvorenih poprečnih preseka je od presudnog značaja za ponašanje zone veze u pogledu naponskog odziva.

Razlikovati naponski odziv od potrebne ugaone krutosti strukture.

