

ЧВРСТОЋА ЦИЛИНДРИЧНИХ ЗУПЧАСТИХ ПАРОВА

Оптерећење зупца: номинално и меродавно

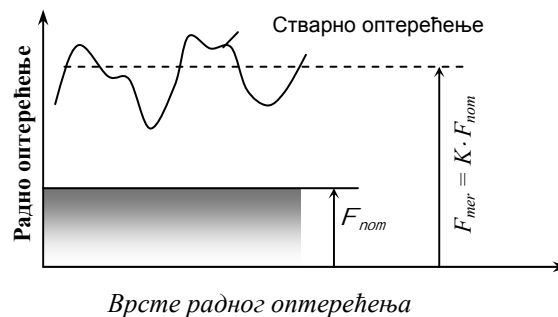
Радна оптерећења, која су резултат функције машинског дела су главна - примарна. Поред овог оптерећења, у раду машинских делова јављају се и **допунска оптерећења** која су резултат нетачности облика, димензија и међусобног положаја делова, као и њихове неуравнотежености. Ова допунска оптерећења су нарочито изражена код зупчастих, ланчаних, ремених и котрљајних парова.

Радно оптерећење у виду силе или момента одређено на основу снаге и брзине кретања јесте **номинално оптерећење**:

$$F_{nom} = f_1(P; v), \quad T_{nom} = f_2(P; \omega)$$

У условима приближно **стационарног режима рада** погонске и радне машине, **стварно радно оптерећење одговара номиналном оптерећењу**.

Код **нестационарног режима рада** погонске и/или радне машине, **стварно радно оптерећење не одговара номиналном**.



Одређивање стварног радног оптерећења зубаца зупчастих парова је веома сложено због великог утицаја **геометријских и кинематских услова, услова тачности израде, монтаже, као и експлоатационих и радних услова**. Зато се анализа радне способности зубаца са аспекта површинске и запреминске чврстоће спроводи на основу **меродавног оптерећења**, односно номиналног оптерећења и **фактора меродавног оптерећења K**:

$$F_{mer} = F_{nom} \cdot K$$

где су: $K = K_A K_V K_\beta K_\alpha$

K_A – фактор утицаја погонске и радне машине

K_V – фактор динамичких сила

K_β – фактор расподеле оптерећења дуж тренутне линије додира

K_α – фактор расподеле оптерећења на истовремено спрегнуте парове зубаца

$$F_{nom}: \quad F_{t1} = \frac{T_1}{d_{w1}/2} \quad F_{t2} = \frac{T_2}{d_{w2}/2}$$

$$T_{nom}: \quad T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} \quad T_2 = T_1 \cdot i_{1-2} \cdot \eta_{1-2}$$

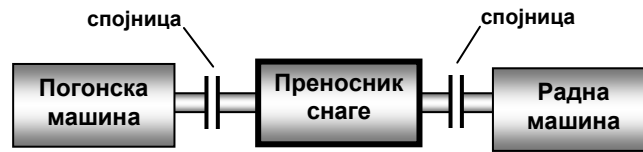
Због малих енергетских губитака, односно великог степена искоришћења ($\eta \approx 0,98$), **може се претпоставити** да су интензитети тангенцијалних сила на спрегнутим зупчаницама приближно једнаки:

$$F_{t1} \approx F_{t2}$$

Интензитет тангенцијалних сила се може одредити и на основу пречника подеоних кругова, тј. може се претпоставити: $d_{w1} \approx d_1$ и $d_{w2} \approx d_2$.

Утицај погонске и радне машине на рад преносника снаге

Зупчasti преносник се налази између погонске и радне машине. Посредством спојница, он је спојен са овим машинама.



Блок шема машинског система

Утицај окружења, тј. погонске и радне машине на рад зупчастог преносника – меродавно оптерећење зубаца, узима се у обзир преко фактора K_A .

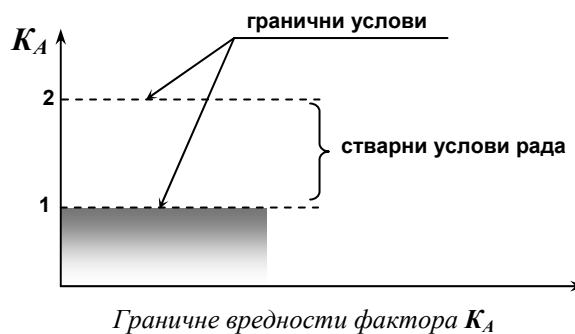
Рад преносника снаге са аспекта променљивости оптерећења које долази од погонске и радне машине зависи од карактера рада ових машина и врсте примењених спојница. У идеалном случају када погонска машина производи равномеран обртни момент, а радна машина обављајући користан рад је равномерно оптерећена, преносник снаге је изложен равномерном оптерећењу чији интензитет одговара номиналном. Овом граничном услову одговара минимална вредност фактора K_A .

$$K_{A \min} = 1$$

У изразито нестационарним условима рада погонске и радне машине (јаки удари потреси и вибрације), рад преносника снаге зависи од врсте примењене спојнице. Круте спојнице преносе сву неравномерност погонске и радне машине на преносник снаге. Овом екстремно неповољном услову рада преносника снаге одговара максимална вредност фактора K_A .

$$K_{A \max} \geq 2$$

Избором еластичних спојница, вредности фактора K_A се могу смањити за 20%.



Утицај динамичких сила

Одступања облика бокова и корака зубаца настала при процесу израде и услед, еластичних деформација спрегнутих зубаца, тела зупчаника, вратила и ослонаца доводе до промене угаоне брзине гоњеног зупчаника. При сталној угаоној брзини погонског зупчаника, угаона брзина гоњеног зупчаника се мења, осцилује око замишљене средње вредности $\bar{\omega}_2$. Сагласно овоме, мења се и преносни однос зупчастог пара:

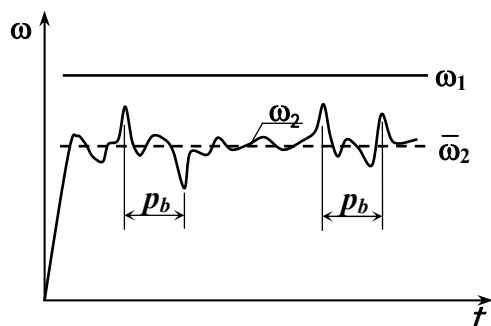
$$u(t) = \frac{\omega_1}{\omega_2(t)} \quad \text{или} \quad u \approx \frac{\omega_1}{\bar{\omega}_2}$$

Гоњени зупчаник се при обртном кретању наизменично убрзава и успорава, што се рефлектује на допунско – додатно повећање радног оптерећења зупца. Утицај овог допунског оптерећења узима се у обзир преко фактора динамичких сила K_v .

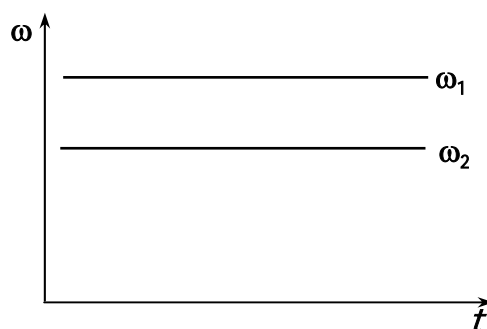
Ако се претпостави да су зупци, тело зупчаника, вратила и ослонци апсолутно крути, а кораци и облици зубаца апсолутно тачни, угаоне брзине погонског и гоњеног зупчаника мењају се по

истом закону, а преносни однос зупчастог пара је сталан. Код овог **идеалног случаја** фактор динамичких сила има минималну вредност:

$$K_{v \min} = 1$$

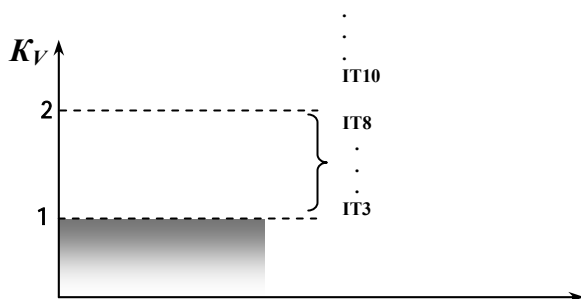


Ток промене угаоне брзине реалног зупчастог пара $p_{b1} \neq p_{b2}$

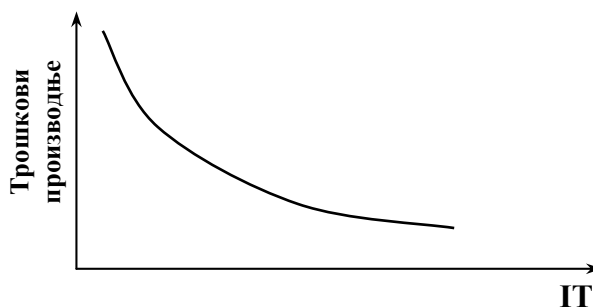


Ток промене угаоне брзине идеалног зупчастог пара $p_{b1} = p_{b2}$

У стварности горе наведене претпоставке нису испуњене. Интензитет динамичких сила зависи од интензитета промене угаоне брзине гоњеног зупчаника и момента инерције спрегнутог зупчастог пара. При томе, тачност корака спрегнутих зубаца има доминантан утицај на интензитет промене угаоне брзине. **Овај утицај на допунско – динамичко оптерећење зубаца се квантификује преко квалитета толеранције израде зубаца (IT).** Велика тачност израде зубаца (IT3 ... IT5), даје релативно мала динамичка оптерећења, али истовремено налаже велике трошкове производње.



Граничне вредности фактора K_v

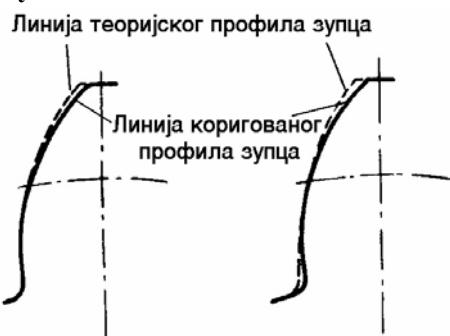


Зависност трошкова производње од тачности израде.

Код **мале тачности** израде (IT9, IT10 ...), допунско, динамичко оптерећење зубаца је знатно веће од номиналног оптерећења, тј. фактор динамичких сила је:

$$K_v > 2$$

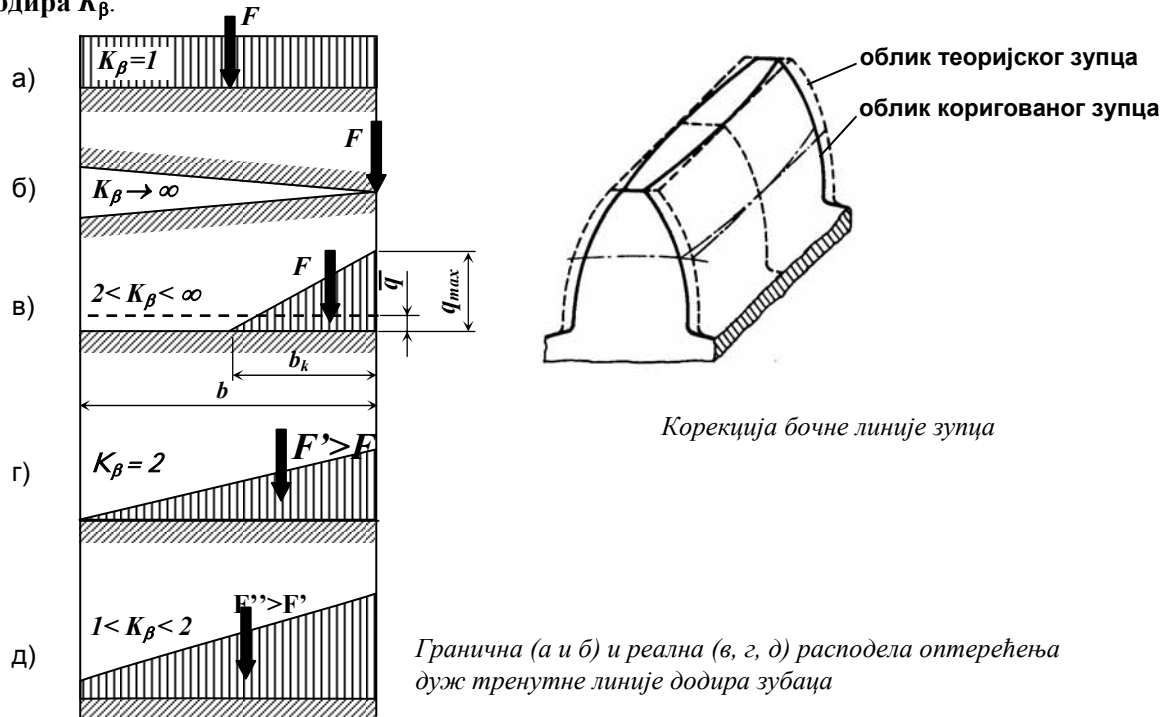
У циљу смањења динамичких сила спроводи се **корекција профила зубаца**. Она се састоји у повећању степена закривљености профила на врху – темену и/или на активном делу профила подножја, посматрано у односу на теоријски профил. **Овим ефектом се поред смањења буке и вибрација повећава и реавномерност расподеле оптерећења код истовремено спрегнутих парова зубаца.**



Корекција профила зупца

Утицај расподеле оптерећења дуж тренутне линије додира

Ангажованост сваке тачке тренутне линије додира у преношењу оптерећења зависи од **компатибилности** тачности израде зубаца, првенствено правца бочних линија зубаца, паралелности оса обртања спрегнутих зупчаника, крутости: зубаца, вратила и ослонаца, и интензитета оптерећења које се преноси. У стварности расподела оптерећења дуж тренутне линије додира је неравномерна (на слици, б), в), г), д)). Утицај ове неравномерности на радно оптерећење зупца узима се у обзир **фактором расподеле оптерећења дуж тренутне линије додира K_β** .



Равномерно ангажовање свих тачака тренутне линије додира у преношењу оптерећења, налаже апсолутно круте и апсолутно тачне: зупчанике, вратила и ослонце. **У овим идеалним условима** вредности фактора K_β су минималне:

$$K_{\beta \min} = 1$$

Други гранични услов настаје када се одступања услед израде и монтаже зупчастог пара комбинују са крутим зупцима. Теоријски посматрано, у овим екстремним условима само једна тачка тренутне линије додира учествује у преношењу оптерећења. У овом случају фактор K_β тежи бесконачно великим вредностима:

$$K_\beta \rightarrow \infty$$

Степен ангажованости других тачака тренутне линије додира зависи од еластичних карактеристика спрегнутих парова зубаца и интензитета оптерећења. Интензитет концентрисаног оптерећења које преноси посматрани пар зубаца одговара површини испод тока промене линијског оптерећења на дужини контакта b_k :

$$F = \frac{1}{2} q_{\max} \cdot b_k \quad (I)$$

У случају идално равномерне расподеле линијског оптерећења (испрекидана линија на слици) све тачке тренутне линије додира преносе замишљено – средње линијско оптерећење (q_{sr}). Сагласно овоме, интензитет концентрисаног оптерећења може се написати у облику:

$$F = q_{sr} \cdot b \quad (II)$$

На основу израза I и II следи општи израз за фактор K_β :

$$K_{\beta} = \frac{q_{\max}}{q_{sr}} = 2 \frac{b}{b_k} \quad (\text{III})$$

На основу израза III следи да вредности фактора K_{β} за расподелу приказану на слици (в), варирају у интервалу:

$$2 < K_{\beta} < \infty$$

Повећањем оптерећења које преноси посматрани пар зубаца ($F' > F$), повећава се равномерност расподеле оптерећења дуж тренутне линије додира. На слици (г), приказан је случај када само једна тачка тренутне линије додира не учествује у преношењу оптерећења. Сагласно изразу III следи да је:

$$K_{\beta} = 2$$

Даљим повећањем оптерећења ($F'' > F'$), које преноси посматрани пар зубаца ангажоване су све тачке тренутне линије додира у преношењу оптерећења, (слика, (д)). На основу израза III следи да вредности фактора K_{β} варирају у интервалу:

$$1 < K_{\beta} < 2$$

Даљим повећањем оптерећења, фактора K_{β} тежи броју 1, а стварна расподела линијског оптерећења се приближава идеално равномерној расподели:

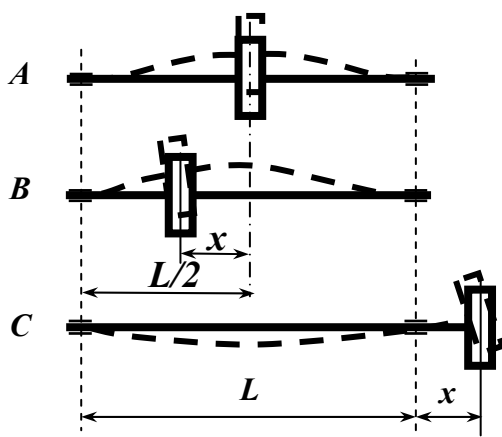
$$K_{\beta} \rightarrow 1$$

На основу спроведене анализе следи да су тачке додира у близини чеоних површина зубаца највише ангажоване у преношењу оптерећења. Њихово растерећење се може остварити корекцијом бочне линије зупца.

Ознака за основни фактор расподеле оптерећења дуж тренутне линије додира је K_{β} . Ова расподела оптерећења нема исти утицај на радне напоне бокова зубаца и радне напоне у подножју зупца. Сагласно томе, код напона на боковима зубаца овај фактор има ознаку $K_{H\beta}$, а код напона у подножју зупца ознаку $K_{F\beta}$. Њихова међузависност дата је изразом:

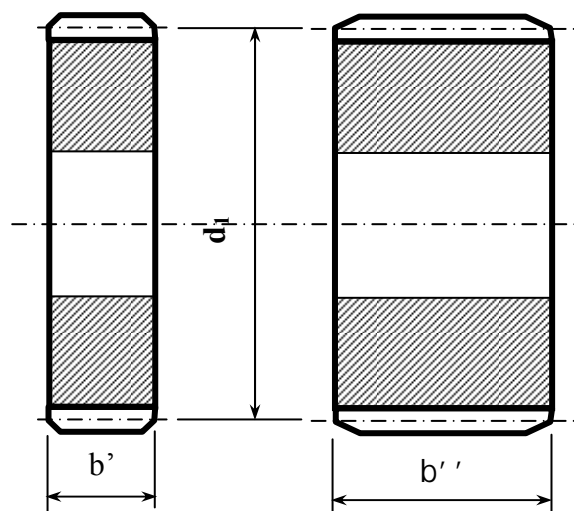
$$K_{H\beta} = K_{F\beta}^{1,39}.$$

Утицај положаја зупчаника на вратилу на величину фактора K_{β}



$$K_{\beta C} > K_{\beta B} > K_{\beta A}$$

Утицај односа b/d_1 на величину фактора K_{β}



$$K_{\beta b'} < K_{\beta b''}$$

$$K_{\beta} = f(IT, F, c, b/d_1, x)$$

Расподела оптерећења код истовремено спрегнутих парова зубаца

Ако се укупно оптерећење зупчастог пара F истовремено преноси преко " n " истовремено спрегнутих парова зубаца и ако i -ти истовремено спрегнути пар зубаца преноси оптерећење F_i , тада количник F_i/F показује степен ангажованости i -тог истовремено спрегнутог пара зубаца у преношењу укупног оптерећења. Овим количником сила, дефинисан је **фактор расподеле оптерећења** код истовремено спрегнутих парова зубаца:

$$K_{ai} = \frac{F_i}{F} \leq 1,0$$

где је:

$$F = \sum_{i=1}^n F_i - \text{укупно оптерећење зупчастог пара,}$$

F_i - део укупног оптерећења које преноси i -ти истовремено спрегнути пар зубаца,

n - број истовремено спрегнутих парова зубаца,

У зависности од:

- тачности израде зубаца, тј. разлике основних корака спрегнутих парова зубаца $\Delta p_b = (p_{b1} - p_{b2})$,
- крутости истовремено спрегнутих парова зубаца s и
- интензитета линијског оптерећења F/b .

Расподела оптерећења на истовремено спрегнуте парове зубаца може бити:

Равномерна: сви истовремено спрегнути парови зубаца подједнако учествују у преношењу оптерећења зупчастог пара.

Изразито неравномерна ($K_a = 1$): само један пар зубаца учествује у преношењу оптерећења, а други истовремено спрегнути парови не учествују.

Стварна – реална: сви истовремено спрегнути парови зубаца учествују у преношењу оптерећења, али са различитим степеном ангажованости.

Да би сви истовремено спрегнути парови зубаца подједнако – **равномерно учествовали** у преношењу укупног оптерећења зупчаника, потребно је да **средња линијска оптерећења** дуж тренутних линија додира буду међусобно једнака:

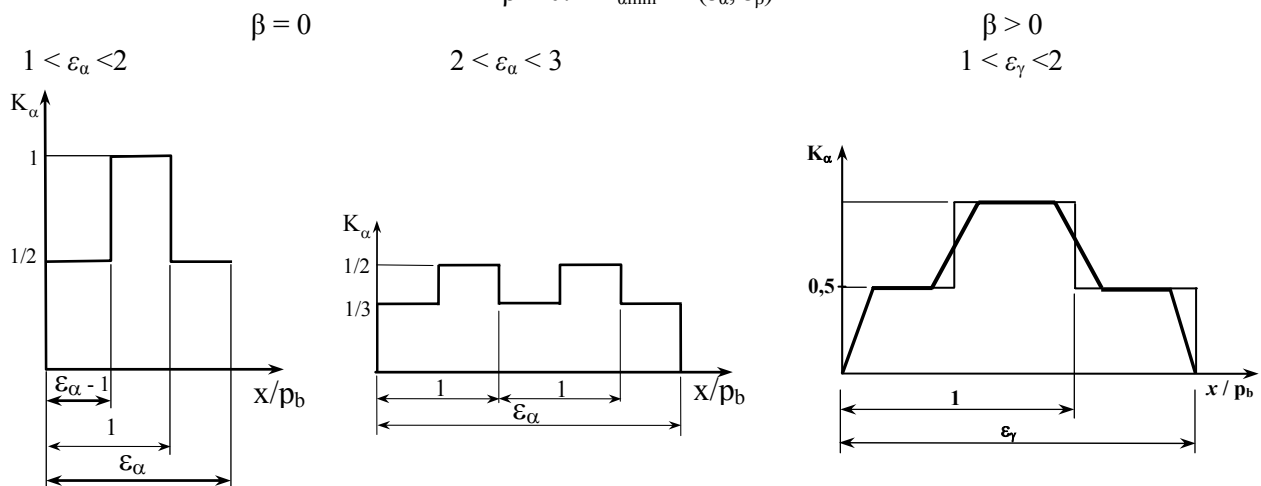
$$\bar{q}_1 = \bar{q}_2 = \bar{q}_3 = \dots = \bar{q}_n = \bar{q}$$

Овим граничним условом дефинисана је **равномерна расподела оптерећења** код истовремено спрегнутих парова зубаца. Код ове расподеле оптерећења претпоставља се да су зупци, тело зупчаника, вратила и ослонци апсолутно тачни по облику и димензијама и апсолутно крути.

Минималне вредности фактора расподеле оптерећења одговарају равномерној расподели оптерећења:

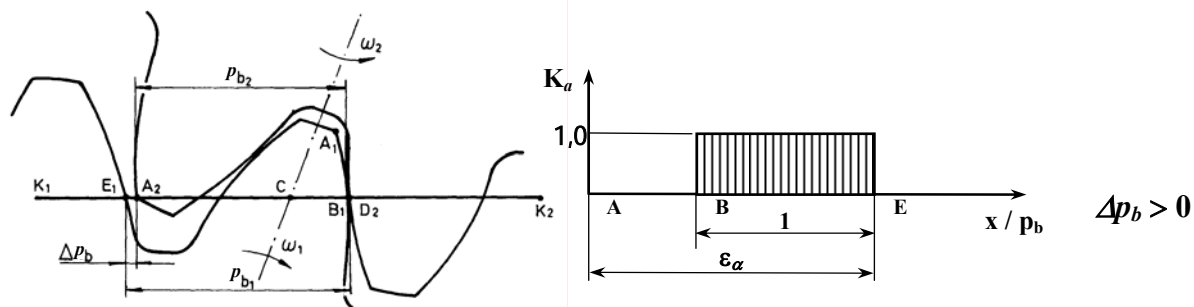
$$\beta = 0: K_{amin} = 1/n$$

$$\beta > 0: K_{amin} = f(\epsilon_\alpha, \epsilon_\beta)$$



Ток промене фактора расподеле оптерећења

У **граничном случају**: мало оптерећење, велика разлика основних корака спрегнутих зубаца и велика крутост, расподела оптерећења је **изразито неравномерна**. Оптерећење са једног зупчаника на други преноси се само помоћу једног пара зубаца ($K_\alpha = 1,0$).



У **реалним условима** расподела оптерећења зависи од степена усаглашености између интезитета оптерећења, разлике основних корака спрегнутих зубаца и њихове крутости. Што је ова усаглашеност боља расподела оптерећења је равномернија.

$$K_{\alpha E} = K_{\alpha A} = \frac{1}{1 + \frac{c_{BD}}{c_{AE}}} \cdot \left(1 + \frac{c_{BD} \cdot \Delta p_b}{F/b} \right)$$

