

Stabla

dr Davorka R. Jandrlić dr Goran Lazović

Mašinski fakultet, Univerziteta u Beogradu

Hip

Hip je binarno stablo koje zadovoljava uslov: ključ svakog čvora je veći ili jednak od ključeva njegovih sinova.

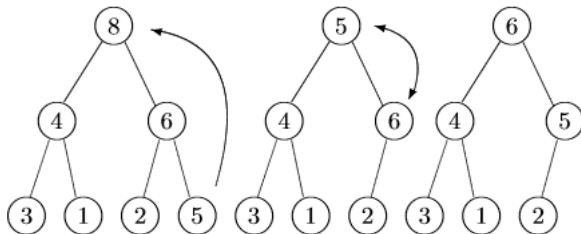
- Iz tranzitivnosti ove relacije sledi da je ključ svakog čvora veći ili jednak od ključeva svih njegovih potomaka.
- Maks Hip
- Min Hip
- Min-Maks hip (pogodna za realizaciju redova sa prioritetom).
- Može se realizovati implicitno ili eksplicitno, mnogo češće se realizuje implicitno.

Operacije nad Max(Min) Hipom

- `get_max()` - izvodi se za konstantno vreme $O(1)$ vraća koren stabla.
- `delete_max()` - složenost $O(\log n)$ jer je potrebno preurediti Hip.
- `decrease_key()` - $O(\log n)$ ukoliko je umanjena vrednost čvora veća od vrednosti u čvorovima sinova nije potrebno dalje uređivanje Hipa u suprotno je potrebno uređivanje naniže.

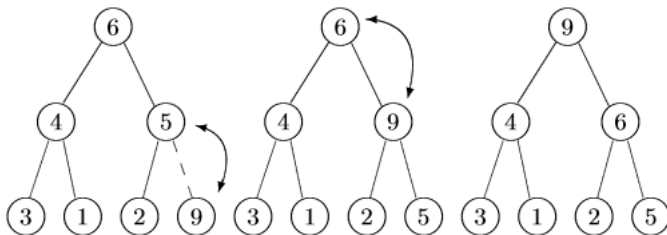
Uklanjanje sa hipa elementa sa najvećim ključem

- Ključ sa najvećim elementom je lako pronaći.
- Na njegovo mesto može da se postavi (prekopira) element $A[n]$, a zatim n umanji za 1.
- Podstabla na prvom nivou su i dalje ispravni hipovo.
- Ako je nova vrednost čvora veća nego ključevi u korenima ova dva podstabla stablo je ispravan hip. U suprotnom se zamenjuje vrednost ključa u korenu i maksimalnog ključa u korenima podstabala.



Umetanje novog elementa u hip

- Uveća se n za 1.
- Na novo mesto se umeće nova vrednost.
- Novi element se upoređuje sa svojim ocem, ukoliko je potrebno zamene mesta.



Složenost operacija umetanja/brisanja u/iz Hipa

Broj neophodnih poređenja u oba slučaja je u najgorem slučaju ograničen visinom stabla tj. $O(\log n)$

Za razliku od binarnog stabla pretrage (BST) u hipu operacija pronalaženja zadatog ključa nije efikasna.

Min-max hip - red sa prioritetom

Ponekad je potreban brz pristup i minimalnom i maksimalnom elementu.

Apstraktna struktura koja podržava efikasno ove operacije je **red sa prioritetom**.

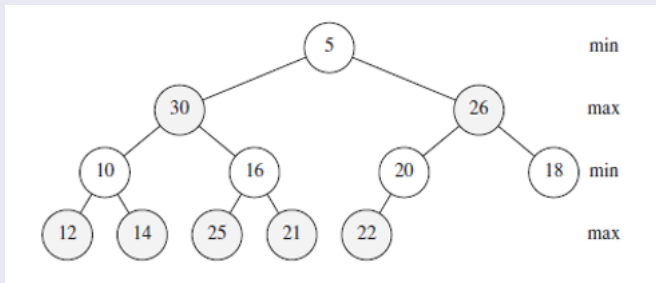
U pitanju je binarno stablo koje kombinuje prednosti obe vrste hipa **min-max** hip.

Umetanje elementa i brisanje elementa se izvode u vremenu reda veličine $O(\log n)$.

Struktura i osobine min-max hipa

Ključ svakog čvora na parnoj poziciji (nivou u stablu) je manji od ključeva u čvorovima potomaka, a ključ svakog čvora na neparnoj poziciji je veći od svih ključeva njegovih potomaka.

- U korenu se nalazi najmanji element.
- Na prvom nivou se nalazi najveći element.



Dodavanje novog elementa u min-max hipu

Novi element se dodaje na uobičajen način u hipu na poslednju poziciju $A[n]$.

- Ukoliko je novi element postavljen na min-nivou, njegova vrednost se upoređuje sa vrednošću njegovog oca $A[n/2]$:
 - $A[n/2] < A[n]$ ta dva elementa se zamenjuju i zatim se od $A[n/2]$ polazi unazad kroz maksimalne nivoe i vrši se preuređivanje ako je hip narušen.
 - $A[n/2] > A[n]$ onda se polazeći od čvora $A[n]$ polazi unazad kroz minimalne nivoe i hip se preuređuje ako je potrebno.
- Ukoliko je novi element postavljen na max-nivou, njegova vrednost se upoređuje sa vrednošću njegovog oca $A[n/2]$:
 - $A[n/2] > A[n]$ ta dva elementa se zamenjuju i zatim se od $A[n/2]$ polazi unazad kroz minimalne nivoe i vrši se preuređivanje ako je hip narušen.
 - $A[n/2] < A[n]$ onda se polazeći od čvora $A[n]$ polazi unazad kroz maksimalne nivoe i hip se preuređuje ako je potrebno.

Brisanje elementa iz hipa

Željeni element se briše iz hipa a njegovo mesto se postavlja poslednji element.

- Ukoliko je obrisani element iz min-nivoa, pronalazi se minimalni element među njegovim sinovima i unucima. Ukoliko je pronađeni element unuk i ima manju vrednost od novog ključa, razmenjuje im se vrednost i proverava da li se narušio odnos sa ocem, ako jeste razmenjuje im se vrednost, a zatim se nastavlja nadole po minimalnim nivoima. Ako je minimalni element bio sin i veći je od tekućeg čvora samo im se zamenjuju mesta.
- Brisanje maksimalnog - isti postupak.