

Dimenzionisanje repnih površina

Konstrukcija i tehnologija proizvodnje letelica

Zlatko Petrović & Aleksandar Grbović & Jelena Svorcan &
Miloš Petrašinović

2019/2020.



Sadržaj

Uvod

Oblik i konfiguracija horizontalnog repa

Parametri vertikalnog repa

Kovit

Primer



Uvod – 1/13

Do sada smo poluempirijski procenili:

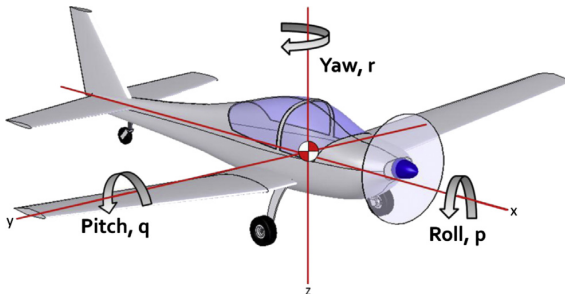
- Poletnu težinu letelice W_o ,
- Opterećenje krila W_o/S i specifičnu snagu P/W_o ,
- Površinu, razmah i vitkost krila (S , b , i \mathcal{R}),
- Površinu, razmah i tetivu zakrilaca,
- Površinu, razmah i tetivu krilaca,
- Propisi su nam definisali maksimalnu težinu.

Sada ćemo definisati geometriju horizontalnog i vertikalnog repa i rastojanje repnih površina od aerodinamičkog centra krila!



Uvod – 2/13

Namena: Obezbedjenje stabilnosti i upravljivosti letelice.



Slika: Momenti koji deluju na letelicu



Uvod – 3/13

Repne površine su medju najvažnijim komponentama letelice.
Treba definisati njihovu:

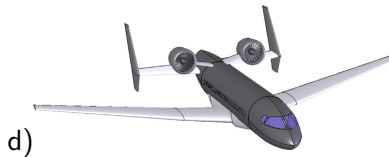
- veličinu,
- poziciju,
- konfiguraciju,
- tip upravljačke površine (koji deo je pokretan),
- poziciju šarnirne ose,
- ...



Uvod – 4/13



Slika: a) Konvencionalni, b) Krstasti



Slika: c) T-rep, d) H-rep



Uvod – 5/13

Važni parametri:

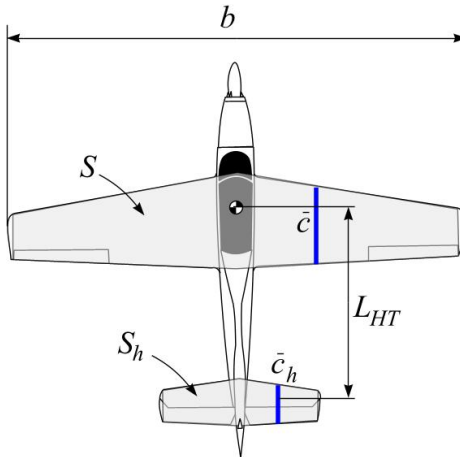
- Relativne površine horizontalnog i vertikalnog repa:

$$\bar{S}_H = \frac{S_H}{S}, \quad \bar{S}_V = \frac{S_V}{S}.$$

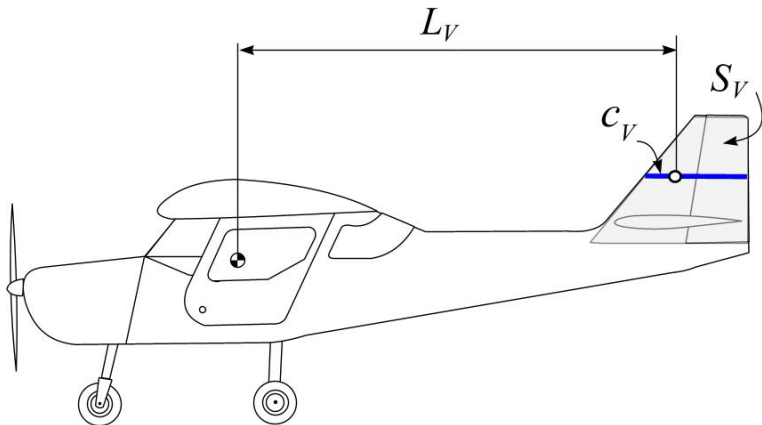
- Rastojanje izmedju težišta i a.c. horizontalnog repa L_H .
- Rastojanje izmedju težišta i a.c. vertikalnog repa L_V .
- Gradijenti krive uzgona za hor. i ver. rep: $C_{L_{H\alpha}}$ i $C_{L_{V\alpha}}$.
- Efikasnost elevatora i krmila pravca: $\sqrt{\bar{S}_{el}}$ i $\sqrt{\bar{S}_{kp}}$.



Uvod – 6/13



Uvod – 7/13



Uvod – 8/13

Najvažniji parametri:

- Volumetrijski koeficijent horizontalnog i vertikalnog repa:

$$V_H = \frac{S_H \cdot L_H}{S \cdot \bar{c}}, \quad V_V = \frac{S_V \cdot L_V}{S \cdot b},$$

gde su: S_H i S_V površine horizontalnog i vertikalnog repa, S – referentna površina krila, L_H i L_V rastojanja izmedju težišta i a.c. repnih površina (sledeći slajdovi), b – razmah krila, a \bar{c} srednja aerodinamička tetiva.

Nastavićemo i dalje sa istraživanjem statističkih vrednosti za dimenzionisanje repnih površina.



Uvod – 9/13

Za avione sa jednim motorom

- Horizontalni rep:

$$\frac{S_H}{S} = 0.213 (\pm 0.031), \quad \frac{L_H}{\bar{c}} = 3.09 (\pm 0.565),$$

$$V_H = 0.658 (\pm 0.135), \quad \frac{S_{el}}{S_H} = 0.422 (\pm 0.085).$$

- Vertikalni rep:

$$\frac{S_V}{S} = 0.107 (\pm 0.034), \quad \frac{L_V}{b} = 0.418 (\pm 0.081),$$

$$V_V = 0.0447 (\pm 0.017), \quad \frac{S_{kp}}{S_V} = 0.395 (\pm 0.082).$$



Uvod – 10/13

Za avione sa dva motora

- Horizontalni rep:

$$\frac{S_H}{S} = 0.257 (\pm 0.055), \quad \frac{L_H}{\bar{c}} = 3.05 (\pm 0.447),$$

$$V_H = 0.784 (\pm 0.186), \quad \frac{S_{el}}{S_H} = 0.426 (\pm 0.225).$$

- Vertikalni rep:

$$\frac{S_V}{S} = 0.146 (\pm 0.026), \quad \frac{L_V}{b} = 0.41 (\pm 0.026),$$

$$V_V = 0.0593 (\pm 0.011), \quad \frac{S_{kp}}{S_V} = 0.401 (\pm 0.054).$$



Uvod – 11/13

Mogu se napraviti trendovi izmedju volumetrijskog koefijenta horizontalnog repa i maksimalnog koeficijenta uzgona pri sletanju:

- Za jednomotorne avione:

$$V_H = 0.254 \cdot C_{L_{\max,sl}} + 0.087,$$

- Za dvomotorne avione:

$$V_H = 0.497 \cdot C_{L_{\max,sl}} - 0.281.$$



Uvod – 12/13

Uslovi za izbor horizontalnog repa:

- Efikasnost upravljanja na velikim napadnim uglovima pri odklonu zakrilaca i pretkrilaca za prednju centražu.
- Obezbedjenje minimalne statičke stabilnosti u uslovima zadnje centraže.



Uvod – 13/13

Uslovi za izbor vertikalnog repa:

- Obezbedjenje poprečne stabilnosti i upravljivosti.
- Prigušivanje oscilacija valjanja i klizanja.
- Omogućuje poletanje i sletanje pri bočnom vetru.
- Uravnoteženje letelice pri otkazu jednog motora.

Kod letelica bez automatskih sistema gornji se zahtevi zadovoljavaju odgovarajućim dimenzionisanjem horizontalnog i vertikalnog repa!



Oblik i konfiguracija horizontalnog repa – 1/6

Tabela: Osnovni parametri horizontalnog repa

| Br. motora | \mathcal{R}_H | β_H | λ_H | δ_H (diedar) | ϵ_H |
|------------|-----------------|--------------|----------------|---------------------|--------------|
| 1 | 4.0, ..., 6.3 | 0°, ..., 10° | 0.46, ..., 1.0 | 0° | -5°, ..., 0° |
| 2 | 3.7, ..., 7.7 | 0°, ..., 17° | 0.48, ..., 1.0 | 0°, ..., 12° | 0° |

- Biraju se obično simetrični aeroprofil sa velikim nosnim radijusom (NACA 0012).
- Relativne debljine aeroprofila $t/c = 0.09 \div 0.12$.
- Katkad se koristi ravna ploča sa relativnom debljinom 0.05 koja nastaje kada se savije cev u odgovarajući oblik spoljne konture H.R. (neophodna je zatega).



Oblik i konfiguracija horizontalnog repa – 2/6

- Otcepljenje na donjaci H.R. pri velikim napadnim uglovima krila se može izbeći:
 - ▶ Modifikacijom nosa aeroprofila nagore,
 - ▶ Izborom aeroprofila negativne krivine (recimo obrnuti NACA 23012),
 - ▶ Ugradnjom fiksiranog pretkrilca za donjaku aeroprofila.
- Vitkost birati tako da H.R. bude efikasan pri svim mogućim napadnim uglovima krila, što znači $R > R_H$.
- Statistika kaže:

$$R_H = 0.405 \cdot R + 1.05.$$

- Suženje birati iz tabele na prethodnom slajdu!

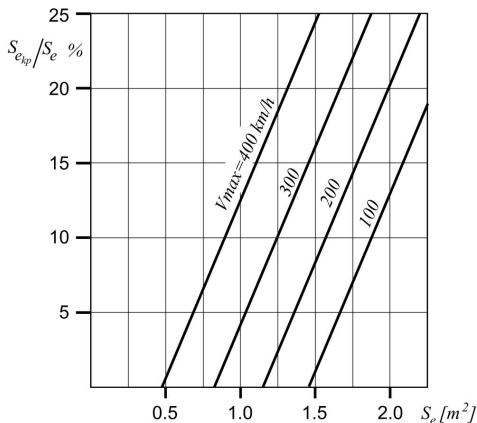


Oblik i konfiguracija horizontalnog repa – 3/6

- Ugao strele se obično usvaja radi povećanja dijapazona otklona čak i na uštrb $C_L = f(\alpha)$.
- Strela je ograničena potrebom da osa obrtanja bude normalna na ravan simetrije (jednostavnost konstrukcije).
- Veličina površine elevatora utiče uglavnom na uzdužnu stabilnost letelice.
- Osetljivost na dejstvo elevatora raste sa porastom relativne površine elevatora.
- Prednja centraža zahteva veći elevator i obrnuto.
- Otklon elevatora nagore $25^\circ, \dots, 30^\circ$, a nadole $15^\circ, \dots, 20^\circ$.
- Površina trimera $4, \dots, 8\%$ od površine elevatora.



Oblik i konfiguracija horizontalnog repa – 4/6



Slika: Izbor aerodinamičke kompenzacije za elevator



Oblik i konfiguracija horizontalnog repa – 5/6

Obrtni rep

- Zakrilca krila osim što generišu veliki koeficijent uzgona C_L generišu i dodatni moment propinjanja C_M .
- Veća efikasnost H.R. se postiže:
 - ▶ Primenom aeroprofila sa većim C_L (nesimetrični),
 - ▶ Povećanjem površine H.R,
 - ▶ Primenom obrtnog H.R.
- Prva mogućnost usložnjava konstrukciju, druga povećava težinu letelice, dok treća mogućnost dozvoljava:
 - ▶ Smanjenje težine (nema razreza),
 - ▶ Pojednostavljenje konstrukcije.



Oblik i konfiguracija horizontalnog repa – 6/6

Nedostaci integralnog obrtnog repa:

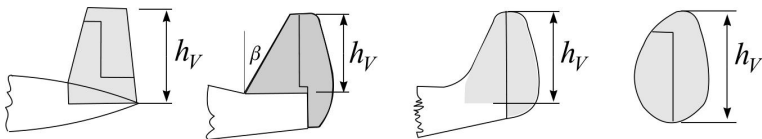
- Radi umanjenja obrtnog (šarnirnog) momenta neophodno je osu obrtanja privući a.c. repa.
- To može biti razlog reversnog osećaja pri velikim napadnim uglovima.
- Značajno se smanjuje uzdužna statička stabilnost sa puštenom komandom.



Parametri vertikalnog repa – 1/6

Tabela: Statistički podaci za vertikalni rep

| Br. motora | R_V | β | λ_V |
|------------|---------------|---------------|-----------------|
| 1 | 0.9, ..., 2.2 | 12°, ..., 42° | 0.32, ..., 0.58 |
| 2 | 0.7, ..., 1.8 | 18°, ..., 45° | 0.33, ..., 0.74 |



Parametri vertikalnog repa – 2/6

- Simetrični aeroprofil (12%).
- Veliki radijus nosa (veliki napadni ugao bez otcepljenja sa nosnog dela).
- Neke letelice imaju zaobljenu ravnu ploču (5%).
- Povećanjem ugla strele smanjuje se osetljivost ka otcepljenju.
- Suženje slabo utiče na poprečno-smernu stabilnost.
- Vitkost:

$$\mathcal{R}_V = \begin{cases} 0.6 + 0.056 \cdot \mathcal{R} & \text{T-rep} \\ 1.85 - 0.04 \cdot \mathcal{R} & \text{H.R. na trupu (klasično)} \end{cases}$$



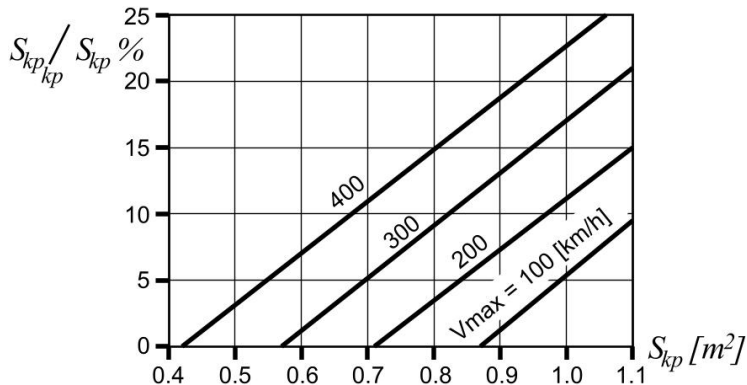
Parametri vertikalnog repa – 3/6

Krmilo pravca

- Najveći otklon ($25^\circ, \dots, 30^\circ$).
- Mora biti u stanju da kompenzuje otkaz motora kod dvomotornog aviona u sletanju.
- Veličina aerodinamičke kompenzacije se određuje iz dijagrama (sledeći slajd).
- Površina trimera ($4\%, \dots, 8\%$).



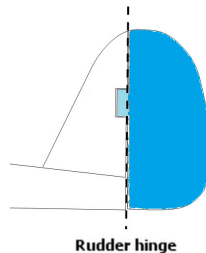
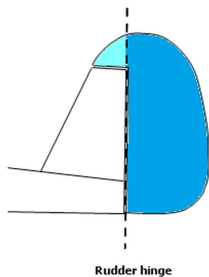
Parametri vertikalnog repa – 4/6



Slika: Dijagram za izbor aerodinamičke kompenzacije krme pravca



Parametri vertikalnog repa – 5/6



Parametri vertikalnog repa – 6/6

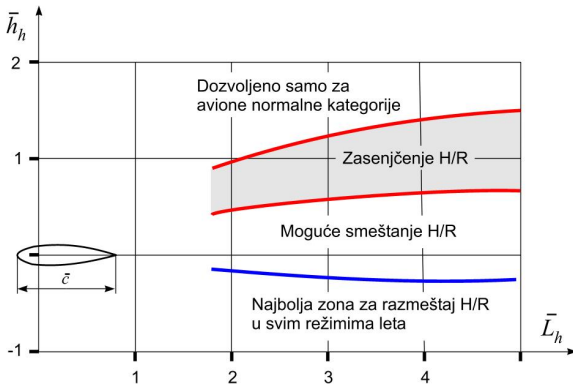


Kovit – 1/5

- Pri velikim napadnim uglovima veoma je važan položaj H.R. u odnosu na krilo.
- Ukoliko je H.R. u zoni otcepljenja smanjuje se njegova efikasnost.
- Sledeći slajd daje preporuku za smeštanje horizontalnog repa.



Kovit – 2/5



Slika: $\bar{h}_h = h_h / \bar{c}$, a $\bar{L}_h = L_h / \bar{c}$.

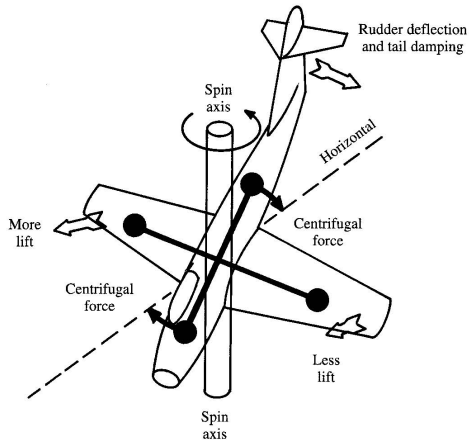


Kovit – 3/5

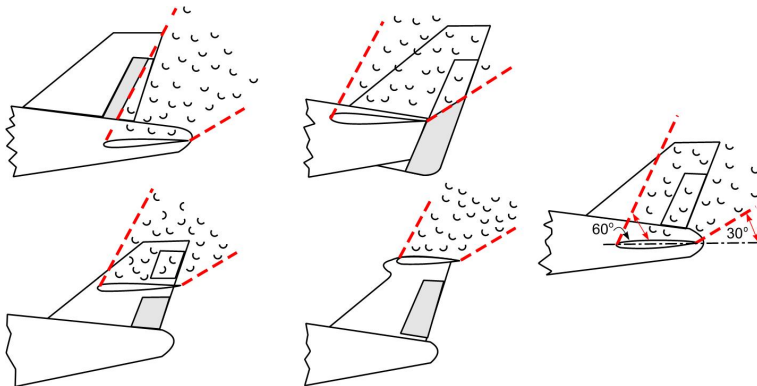
- Smatra se da je kovit uzrok oko 30% udesa letelica.
- Težište letelice opisuje spiralu malog prečnika $1 \div 2.5$ [m].
- Korak spirale je $60 \div 150$ [m].
- Brzina propadanja od bliskih sletnoj brzini do 250 [km/h].
- Napadni ugao od $25^\circ \div 65^\circ$.
- Za izlazak iz kovita koristi se krmilo pravca, koje treba biti efikasno do napadnog ugla od 45° .
- Efikasnost vertikalne krme se obezbedjuje uzajamnim položajem horizontalnog i vertikalnog repa, prethodni slajd.



Kovit – 4/5



Kovit – 5/5



Primer – 1/14

Zadatak

Dimenzionisati repne površine za naš avion težine 4630 [N], za koji smo odredili površinu krila $S = 11.35 \text{ [m}^2\text{]}$, vitkost krila $\mathcal{R} = 7.68$, srednju aerodinamička tetiva $\bar{c} = 1.23 \text{ [m]}$, očekivani maksimalni koeficijent uzgona pri sletanju $C_{L_{\max}} = 1.6 \div 1.8$. Horizontalna brzina manja od 250 [km/h]. Razmah krila je $b = 9.24 \text{ [m]}$.



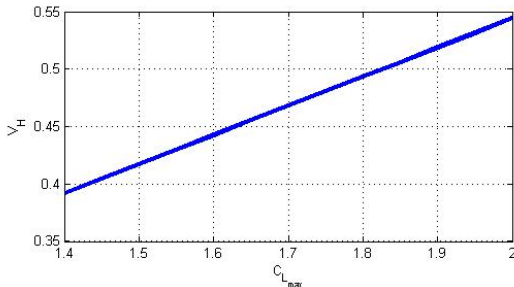
Primer – 2/14

Rešenje

Iz trenda za volumetrijski koeficijent horizontalnog repa:

$$V_H = 0.254 \cdot C_{L_{\max}} + 0.087$$

dobijamo donji dijagram.



Primer – 3/14

Iz dijagrama sa prethodnog slajda vidimo da je vrednost volumetrijskog koeficijenta repa od $V_H = 0.50$ srednja vrednost naših zahteva.

Izabraćemo simetrični aeroprofil (recimo [NACA 0012](#)).

Statistički srednja vrednost za volumetrijski koeficijent H.R:

$$V_H = 0.658(\pm 0.135) \quad \text{ili:} \quad V_H = 0.52 \div 0.79.$$

Usvojicemo vrednost $V_H = 0.52$.

Trend za vitkost repa:

$$\mathcal{R}_H = 0.405 \cdot \mathcal{R} + 1.05 = 0.405 \cdot 7.68 + 1.05 \cong 4.16.$$



Primer – 4/14

Primenjivana suženja su u rasponu od $0.48 \div 1.0$, usvojicemo suženje od $\lambda_H = 0.8$.

Iz trenda za površinu horizontalnog repa za jednomotorne avione nalazimo:

$$\frac{S_H}{S} = 0.213(\pm 0.031), \quad S_H = 0.213(\pm 0.031) \cdot 11.35 = 2.07 \div 2.77 \text{ [m}^2\text{]}.$$

Usvojicemo $S_H = 2.5 \text{ [m}^2\text{]}$ odakle sledi:

$$L_H = \frac{V_H \cdot S \cdot \bar{c}}{S_H} = \frac{0.52 \cdot 11.35 \cdot 1.23}{2.5} \cong 2.9 \text{ [m]}.$$



Primer – 5/14

Trend za L_H daje:

$$\frac{L_H}{\bar{c}} = 3.09(\pm 0.565), \quad L_H = 3.09(\pm 0.565) \cdot \bar{c} = (2.53 \div 3.66) \cdot 1.23,$$

odnosno $L_H \in (3.11, 4.50)$ [m]. Usvajamo $L_H = 3.11$ [m].

Trend za površinu elevatora:

$$\frac{S_{el}}{S_H} = 0.422(\pm 0.086), \quad S_{el} \in (0.84, 1.27) [\text{m}^2]$$

Usvajamo $S_{el} = 1.0$ [m²]. Za ovu površinu i brzinu letelice $V < 250$ [km/h] nije potrebna kompenzacija.



Primer – 6/14

Razmah horizontalnog repa:

$$b_H = \sqrt{R_H \cdot S_H} = \sqrt{4.16 \cdot 2.5} \cong 3.22 \text{ [m]}$$

Tetiva u korenu H/R:

$$c_{H_r} = \frac{S_H}{b_H} \cdot \frac{2}{1 + \lambda_H} = \frac{2.5}{3.22} \cdot \frac{2}{1 + 0.8} \cong 0.86 \text{ [m]}$$

Tetiva H/R na kraju repa:

$$c_{H_t} = \lambda_H \cdot c_{H_r} = 0.8 \cdot 0.86 \cong 0.69 \text{ [m]}$$



Primer – 7/14

Tetiva elevatora u ravni simetrije:

$$c_{el_r} = \frac{2}{1 + \lambda_H} \cdot \frac{S_{el}}{b_{el}} = \frac{2}{1 + 0.8} \cdot \frac{1.0}{3.22} \cong 0.35 \text{ [m]}$$

Tetiva na kraju elevatora:

$$c_{el_t} = \lambda_H \cdot c_{el_r} = 0.8 \cdot 0.35 \cong 0.28 \text{ [m]}$$

Površina horizontalnog trimera:

$$S_{H_T} = (4\% \div 8\%) \cdot S_H = (0.04 \div 0.08) \cdot 2.5 = (0.1 \div 0.2) \text{ [m}^2\text{]}$$

Usvajamo: $S_{H_T} = 0.15 \text{ [m}^2\text{]}$



```

% ulaz
Wo = 4630; % [N]
S = 11.35; % [m^2]
AR = 7.68; % [-]
b = sqrt(S*AR); % [m]
c = 1.23; % [m]
Vmax = 250/3.6; % [m/s]

% volumetrijski koeficijent
N = 101; Clmax = linspace(1.4, 2, N);
Vh = 0.254*Clmax + 0.087; % 1 motor
Vhmin = 0.658-0.135; Vhmax = 0.658+0.135;
% grafik
figure, plot(Clmax, Vh, 'linewidth', 2)
hold on, plot(Clmax, Vhmin*ones(1,N), '--', 'linewidth', 2)
hold on, plot(Clmax, Vhmax*ones(1,N), '--', 'linewidth', 2)
xlabel('C_{L_{max}}'), ylabel('V_H')
legend('C_{L_{max}}', 'min(V_H)', 'max(V_H)')
grid on, box on, axis([1.4 2 0.4 0.8]), set(gca, 'fontsize', 12)
% usvojena vrednost
Vh = 0.52;

ARh = 0.405*AR + 1.05; % vitkost hor. repa
lamh = 0.8; % suzenje hor. repa
% površina hor. repa [m^2]
Sh1 = (0.213-0.031)*S; Sh2 = (0.213+0.031)*S; Sh = 2.5;
Lh = Vh*S*c/Sh; % krak [m]
% provera i usvajanje vrednosti
Lh1 = (3.09-0.565)*c; Lh2 = (3.09+0.565)*c; Lh = Lh1;
% površina elevatora
Sel1 = (0.422-0.085)*Sh; Sel2 = (0.422+0.085)*Sh; Sel = 1.0;
bh = sqrt(ARh*Sh); % razmah [m]
% tetiva u korenu i na kraju [m]
chr = Sh/bh*2/(1+lamh); cht = lamh*chr;
% tetiva elevatora u korenu i na kraju [m]
celr = Sel/bh*2/(1+lamh); celt = lamh*celr;
Sht = 0.06*Sh; % površina hor. trimera (4% - 8%)

```

Primer – 9/14

Vertikalni rep

Statističke vrednosti za vertikalni rep:

$$\begin{aligned}\frac{S_V}{S} &= 0.107(\pm 0.034), & \frac{L_V}{b} &= 0.418(\pm 0.081) \\ V_V &= 0.0447(\pm 0.017), & \frac{S_{kp}}{S_V} &= 0.395(\pm 0.082)\end{aligned}$$

Površina vertikalnog repa:

$$S_V = (0.073 \div 0.141) \cdot 11.35 = 0.83 \div 1.6 \text{ [m}^2\text{]},$$

usvajamo:

$$S_V = 1.0 \text{ [m}^2\text{]}.$$



Primer – 10/14

Rastojanje L_V :

$$L_V = 0.418(\pm 0.081) \cdot b = (0.337 \div 0.499) \cdot 9.24 \in (3.11 \div 4.61) \text{ [m]}.$$

Volumetrijski koeficijent vertikalnog repa:

$$V_V = \frac{S_V \cdot L_V}{S \cdot b} = 0.0447(\pm 0.017), \quad L_V = (0.0277 \div 0.0617) \cdot \frac{S \cdot b}{S_V}$$

ili:

$$L_V = (0.0277 \div 0.0617) \cdot \frac{S \cdot b}{S_V} = (0.0277 \div 0.0617) \cdot \frac{11.35 \cdot 9.24}{1.0}$$

Ili konačno:

$$L_V = (2.91 \div 6.471), \quad \text{usvajamo: } L_V = 3.6 \text{ [m]}.$$



Primer – 11/14

Trend za vitkost V/R :

$$R_V = 1.85 - 0.04R = 1.85 - 0.04 \cdot 7.68 \cong 1.54$$

Ugao strele: $\beta \in (12^\circ, 42^\circ)$ usvajamo $\beta = 30^\circ$ i suženje $\lambda_V = 0.45$.

Površina krmila pravca:

$$\frac{S_{kp}}{S_V} = (0.313 \div 0.477), \quad S_{kp} = (0.313 \div 0.477) \cdot S_V,$$

odnosno:

$$S_{kp} = (0.313 \div 0.477) \cdot 1.0 = (0.313 \div 0.477) [\text{m}^2].$$

Usvajamo $S_{kp} = 0.36 [\text{m}^2]$.



Primer – 12/14

Razmah vertikalnog repa:

$$b_V = \sqrt{S_V \cdot R_V} = \sqrt{1.0 \cdot 1.54} \cong 1.24 \text{ [m]}$$

Tetiva u korenu repa:

$$c_{V_r} = \frac{2}{1 + \lambda_V} \cdot \frac{S_V}{b_V} = \frac{2}{1 + 0.45} \cdot \frac{1.0}{1.24} \cong 1.11 \text{ [m]}$$

Tetiva na vrhu vertikalnog repa:

$$c_{V_t} = \lambda_V \cdot c_{V_r} = 0.45 \cdot 1.11 \cong 0.50 \text{ [m]}$$



Primer – 13/14

Korena tetiva za vertikalnu krmu:

$$c_{kpr} = \frac{2}{1 + \lambda_V} \cdot \frac{S_{kp}}{b_V} = \frac{2}{1 + 0.45} \cdot \frac{0.36}{1.24} \cong 0.40 \text{ [m]}$$

Tetiva vertikalne krme na vrhu:

$$c_{kpt} = \lambda_V \cdot c_{kpr} = 0.45 \cdot 0.4 \cong 0.18 \text{ [m]}$$

Za brzine leta $V_H < 250 \text{ [km/h]}$ i površinu krmila pravca $S_{kp} = 0.477 \text{ [m}^2\text{]}$ nije potrebna kompenzacija. Površina vertikalnog trimera:

$$S_{V_T} = (4\% \div 8\%) \cdot S_V = (0.04 \div 0.08) \cdot 1.0.$$

Usvojeno: $S_{V_T} = 0.05 \text{ [m}^2\text{]}$

Primer – 14/14

Mogući izgled lake letelice

