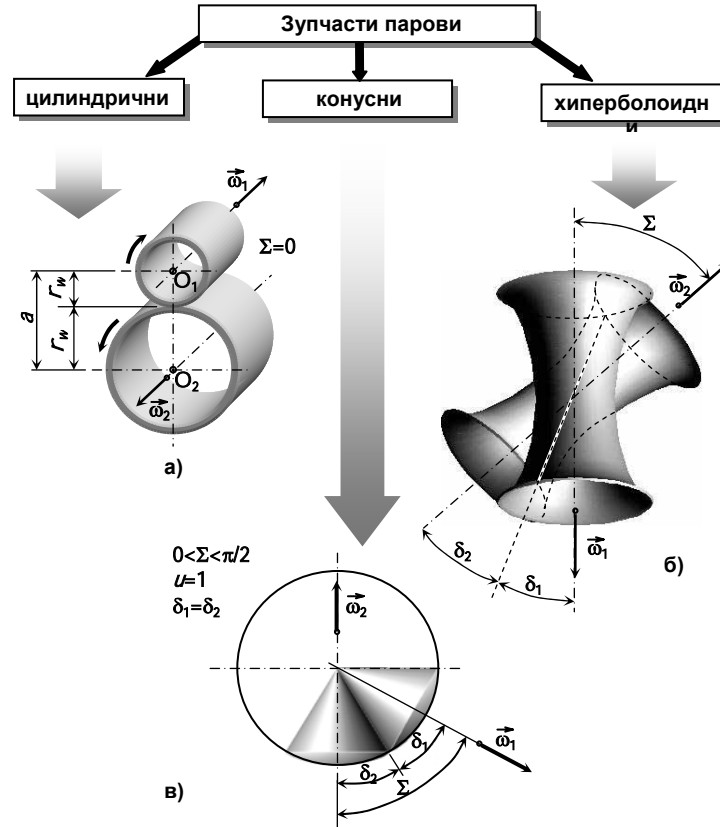


ЗУПЧАСТИ ПРЕНОСНИЦИ СНАГЕ

Зупчасти преносници снаге су **непосредни принудни** преносници који врше **пренос и трансформацију снаге** од погонске до радне машине посредством **зупчастих парова**.

Према облику кинематских површина извршена је најопштија подела зупчастих парова на: **цилиндричне, конусне и хиперболоидне**.



Облици кинематских површина зупчастих парова

Цилиндрични зупчасти парови имају кинематске површине у облику цилиндра, а осе обртања су паралелне.

Конусни зупчасти парови имају кинематске површине у облику конуса. Осе обртања се секу, па је осно растојање $a=0$.

Хиперболоидни зупчасти парови имају кинематске површине у облику једнограних хиперболида. Средина (грла) хиперболида налази се на месту најкраћег (нормалног) растојања, оса обртања.

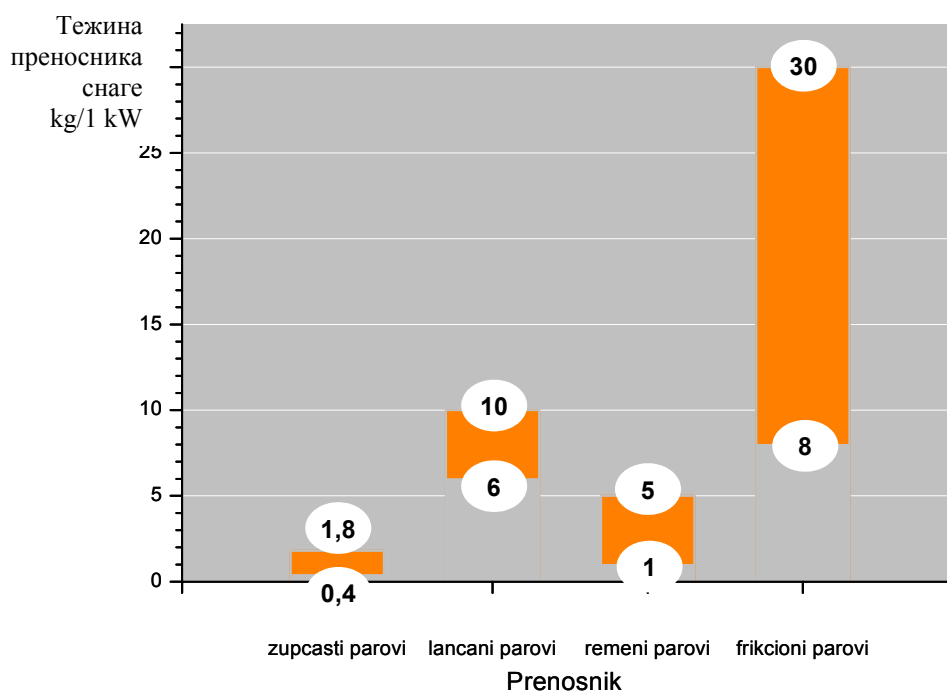
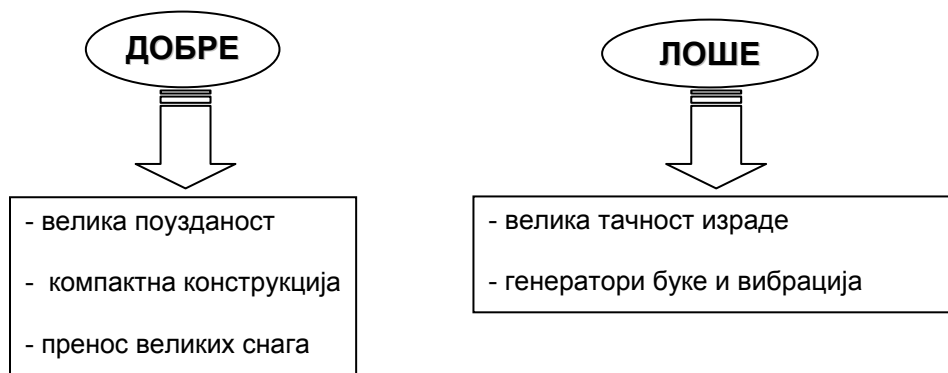
Зупчасти пар се састоји од два спрегнута зупчаника, великог и малог, који су постављени међусобно тако да зупци једног зупчаника улазе у међупростор – међузупце другог зупчаника.

Зупчаник је точак на чијем ободу су формирани и равномерно распоређени зупци истог облика и величине.

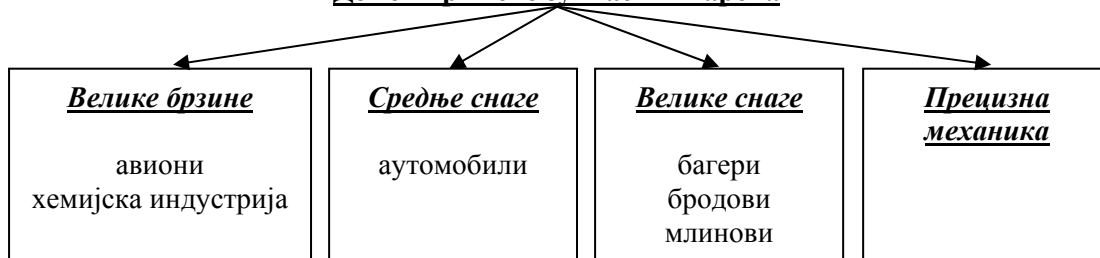


Зупчасти пар са косим зупцима

Добре и лоше карактеристике зупчастих парова



Домен примене зупчастих парова



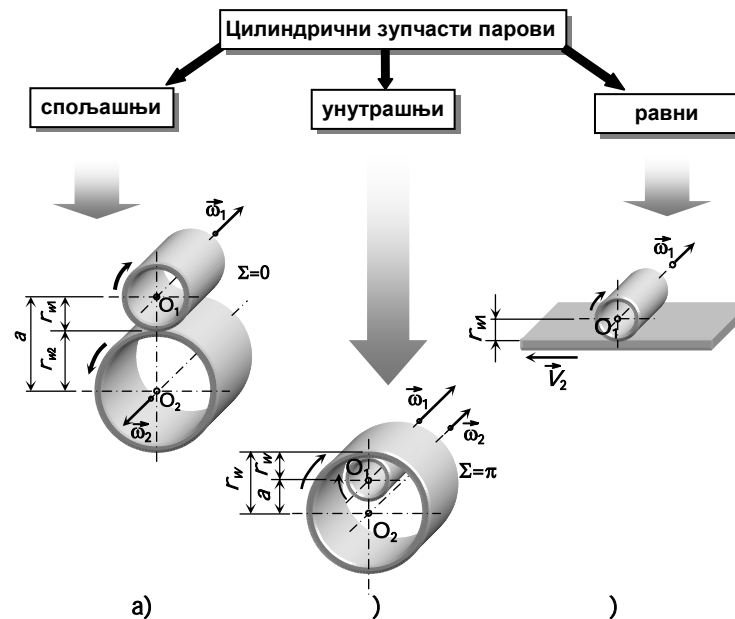
Цилиндрични зупчасти парови

Цилиндрични зупчасти парови зависно од величине основног угла Σ могу бити: **спољашњи**, **унутрашњи** и **равни**.

Спољашњи цилиндрични пар; спрегнути зупчаници имају различите смерове обртања, а осни угао је $\Sigma=0^\circ$.

Унутрашњи цилиндрични пар; спрегнути зупчаници имају исти смер обртања, а осни угао је $\Sigma=180^\circ$.

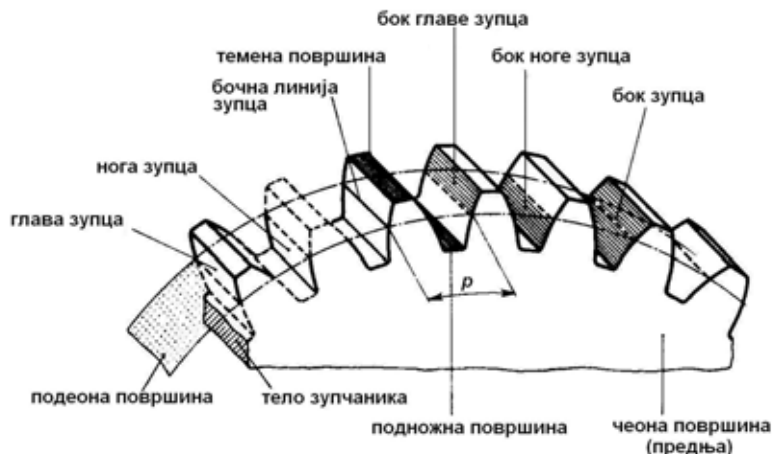
Раван цилиндрични пар служи за трансформацију кружног кретања у праволинијско или праволинијског кретања у кружно. Површине које остварују кретање без клизања су кинематски цилиндар и кинематска равна.



Подела цилиндричних зупчастих парова

Основни делови и величине цилиндричних зупчаника

Зупци су делови зупчаника помоћу којих се непосредно преноси **кретање** и **оптерећење** са једног зупчаника на други. Они су по висини ограничени **теменом површином**, а по дужини су ограничени **чеоним површинама**: предњом и задњом.



Основне величине и делови цилиндричног зупчаника са спољашњим озубљењем

Међузубље је простор формиран између два суседна зупца зупчаника. Оно је по дубини ограничено подножном површином зупчаника.

Бок зупца је површина зубца која се налази између темене и подножне површине. Посматрано у односу на предњу чеону површину, разликује се **леви** и **десни** бок зупца.

Подеона површина (цилиндар) је zamiшљена површина која се налази између темене и подножне површине. Она дели зубац на два дела: **главу зупца** и **ногу зупца**.

Глава зупца је део зупца између подеоне и темене површине.

Нога зупца је део зупца између подеоне и подножне површине.

Прелазни део бока зупца је део бока ноге зупца који спаја бок зупца са подножном површином.

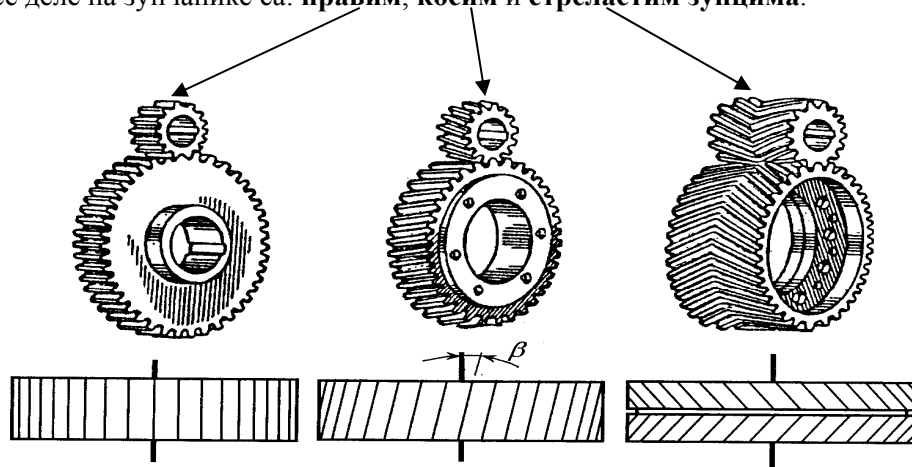
Број зубаца зупчаника (z) је збир зубаца који је обухваћен подеоном површином. Ако подеона површина није затворена (подеона раван), број зубаца је бесконачно велики.

Ширина зупчаника (b) је најкраће растојање између предње и задње чеоне површине.

Корак зубаца зупчаника (p) је лучно растојање између истоимених профила (леви-леви или десни-десни) два суседна зупца, мерено на подеоном кругу. Он обухвата једну дебљину зупца и једну ширину међузубља.

Бочна линија зупца је линија пресека бока зупца и подеоне површине.

На основу положаја **бочне линије зупца** у односу на **осу обртања зупчаника** цилиндрични зупчаници се деле на зупчанике са: **правим, косим и стреластим зупцима**.



Положај бочне линије зупца у односу на осу обртања зупчаника одређен је **углом нагиба бочне линије зупца β** .

Код цилиндричних зупчаника са правим зупцима бочне линије зупца су паралелне оси обртања зупчаника ($\beta=0$). Услед тога профили зубаца у **чеоној равни**, равни управној на осу обртања зупчаника и профили зубаца у **нормалној равни**, равни нормалној на бочну линију зупца, су подударни:

$$\beta = 0; \quad p = p_n.$$

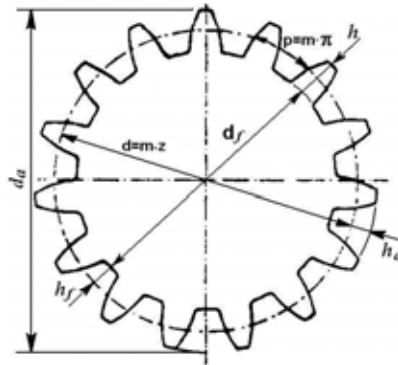
Бочна линија зупца цилиндричних зупчаника са косим зупцима у односу на бочну линију зупца цилиндричних зупчаника са правим зупцима "је нагнута" за тзв. **угао нагиба бочне линије зупца** ($0 < \beta \leq 45^\circ$). Услед тога геометријске карактеристике профила зубаца у чеоној и нормалној равни се не подударају. Између њих постоји функционална зависност:

$$\beta > 0 : \quad p = \frac{p_n}{\cos \beta}$$

Профили зубаца цилиндричних зупчаника

Основне геометријске величине зубаца и зупчаника, меродавне за приказивање цртежа зупчаника на техничкој документацији и за одређивање кинематских величина зупчастог пара, дефинишу се у **чеоној равни, равни управној на осу обртања зупчаника**.

У чеоној равни пресека одређују се пречници зупчаника: теменог (d_a), подножног (d_f) и подеоног круга (d), затим висина, корак и модул зубаца зупчаника, као и кинематске влечине зупчастог пара: осно растојање и степен спрезања, бочни и темени зазори.



Основне геометријске величине цилиндричног зупчаника у чеоној равни

Висина зупца (h) је радијално растојање између теменог и подножног круга. Она се састоји од висине главе зупца (h_a) и висине ноге зупца (h_f).

$$h = h_a + h_f$$

при томе мора бити задовољен услов: $h_f > h_a$

Пречник подеоног круга

Обим поденог круга може се написати у следећем облику

$$d \cdot \pi = z \cdot p$$

Из ове једнакости следи израз за пречник подеоног круга спрегнутих зупчаника, малог и великог:

$$d_1 = \frac{p}{\pi} \cdot z_1 = m \cdot z_1 \qquad d_2 = m \cdot z_2$$

где су:

p – корак зупчаника (у чеоној равни);

$m = \frac{p}{\pi}$ - модул зупчаника (у чеоној равни);

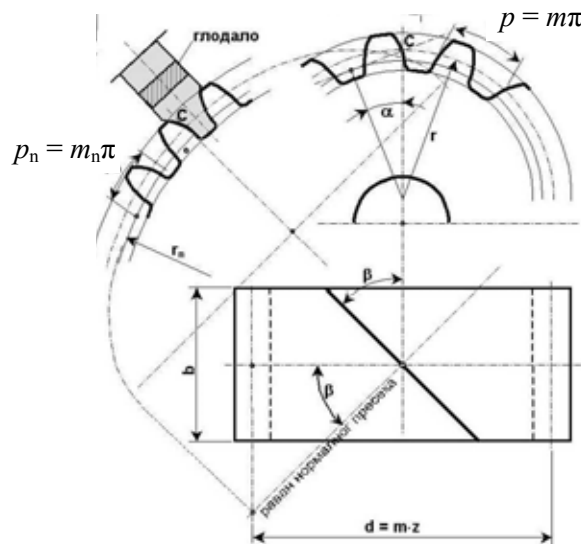
z_1 и z_2 – број зубаца малог и великог зупчаника (спрегнутог зупчастог пара).

Модул је основни показатељ величине профила и међузубља зубаца зупчаника. Из економских разлога, да би се смањио број алата и прибора за израду и контролу озубљења, **вредности модула у нормалној равни су стандардизоване**. Вредности **стандардног модула (m_n)** разврстане су у три степена приоритета (I, II и III). Првенствено се користе модули из I степена приоритета.



Утицај модула на величину профила зупца

Код цилиндричних зупчаника са косим зупцима постоје два модула и два корака. Модул и **корак у чеоном пресеку**, управном на осу обртања зупчаника (m и p) и **модул и корак у нормалном пресеку**, управном на бочну линију зупца (m_n и p_n). Нормални пресек је у облику елипсе, а чеони пресек има облик круга.



Геометрија профила зубаца у чеоном и нормалном пресеку

На основу функционалне зависности између корака зупчаника у чеоној и нормалној равни

$$p = \frac{p_n}{\cos \beta}$$

слиеди зависност између модула у чеоној равни и стандардног модула – модула у

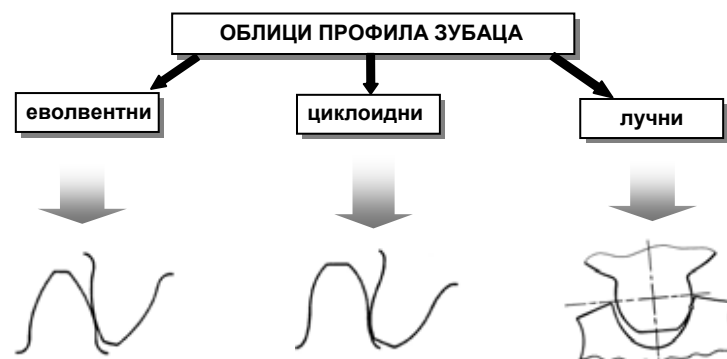
нормалној равни $m = \frac{m_n}{\cos \beta}$.

Облици профила зубаца зупчаника

Профили зубаца спрегнутих зупчаника могу имати различите облике. У том случају, за израду зубаца спрегнутих зупчаника потребно је обезбедити два различита алата. Са економског аспекта ово је веома неповољно. Зато изабрани облик профила зубаца спрегнутих зупчаника треба да омогући:

- унификацију алата за израду зубаца спрегнутих зупчаника
- добијање што једноставнијег алата за израду зубаца
- једноставну контролу облика и димензија зубаца
- да исправан рад, спрезање спрегнутих зупчаника не буде осетљиво на промену основног растојања.

Геометријска крива која испуњава све ове захтеве јесте еволвента круга. Поред ове криве, за облик профила зубаца користи се **циклоида** и **кружни лук** (Новиков профили зубаца).



Облици профила спрегнутих зубаца

Еволвента круга је крива линија коју описује свака тачка тангенте на круг, при њеном котрљању по кругу без клизања. Круг по коме се тангента котрља без клизања назива се **основни круг, пречника d_b** .



Основне геометријске величине еволвенте

Тангента основног круга истовремено је и нормала на еволвенту. У правцу нормале, оптерећење зупчастог пара делује, напада, профиле зубаца. Сагласно овоме, иста се назива **нападна линија еволвенте**.

Правец нападне линије еволвенте одређен је **нападним углом еволвенте**. Нападни угао еволвенте у некој тачки на круг пречника d_y је угао (α_y) између нападне линије еволвенте и тангенте на посматрани круг. Овај угао се може одредити на основу израза:

$$\cos \alpha_y = \frac{d_b}{d_y}$$

Нападни угао еволвенте на подеоном кругу (α):

$$\cos \alpha = \frac{d_b}{d} \rightarrow d_b = d \cos \alpha \rightarrow p_b = p \cos \alpha$$

где је p_b – корак на основном кругу.

Нападни угао еволвенте на основном кругу: $\alpha_b = 0^\circ$

Еволвентни угао (θ_y) је угао између вектора положаја почетне тачке еволвенте на основном кругу пречника d_b и вектора положаја посматране тачке и на кругу пречника d_y .

Из услова котрљања тангенте по основном кругу без клизања следи једнакост: $\overline{AB} = \overline{EB}$

На основу ове једнакости следи израз за оређивање еволвентног угла:

$$\theta_y = \text{inv} \alpha_y = \text{tg} \alpha_y - \alpha_y$$

Еволвентни угао θ_y представља еволвентну функцију нападног угла еволвенте α_y , и означава се са $\text{inv} \alpha_y$.

Израда зупчаника

Зупчаници нису стандардни елементи као лежаји и вијци, па се не могу набавити – купити на тржишту као готови производи. **Свакој изради зупчаника претходи израда техничке и технолошке документације.**

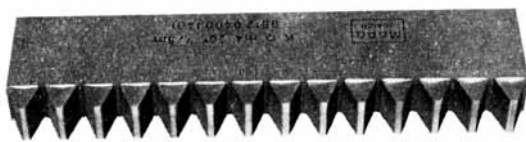


Поступци израде зубаца зупчаника

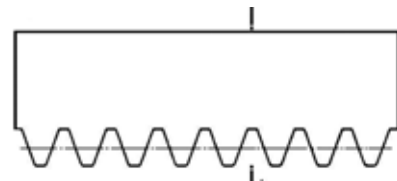
Еволвента се може добити као обвојница низа узастопних положаја тангената управних на нормале еволвенте (тангента на основни круг). Ако се ове тангенте искористе за сечиво алата, онда се, уз додатно кретање **у правцу бочне линије зупца**, овим алатом могу формирати бокови зубаца у облику еволвенте.



Дакле, алат за израду еволвентног озубљења може бити израђен у облику зупчасте летве. Зупчаста летва представља зупчаник бескојно великог пречника подеоног круга.

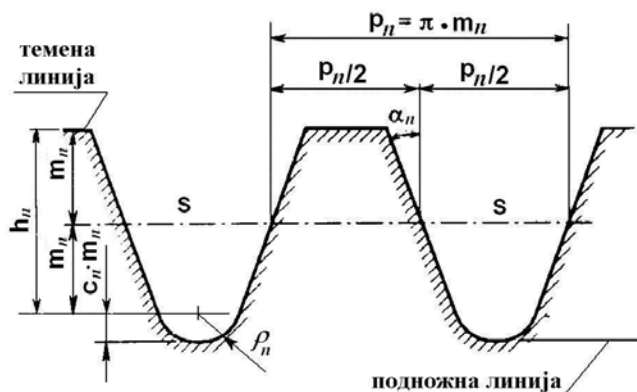


Алат основна зупчаста летва



Профил алата – основна зупчаста летва

Зупчаници израђени алатом у облику зупчасте летве, могу се исправно спрезати, без обзира на број зубаца. Ова чињеница и једноставни облик сечива-права линија, допринели су да се зупчаста летва усвоји као **основни алат** за израду еволвентног озубљења. Профил основне зупчасте летве дефинисан је **стандардним профилем**. Облик и димензије стандардног профила су строго прописани – стандардизовани.

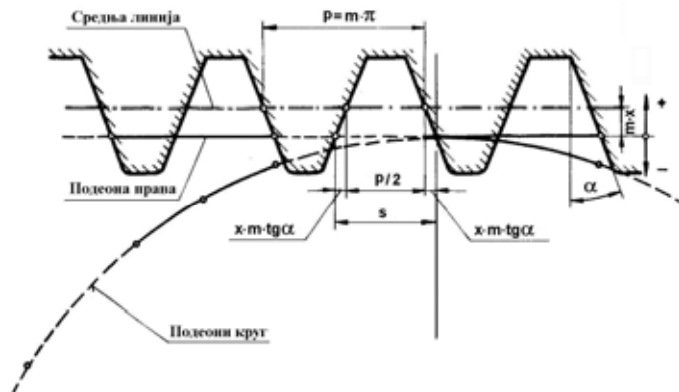


$p_n = m_n \cdot \pi$	- корак стандардног профила
m_n	- стандардни модул
$\alpha_n \rightarrow 20^\circ$	- угао стандардног профила
$c_n \cdot m_n$	- висина задњег дела стандардног профила ($c_n = 0,1 \dots 0,3$)

Важна карактеристика стандардног профила је **линија на којој је дебљина зупца једнака ширини међузубља**. Ова линија је позната као **средња линија стандардног профила, линија S-S**.

Код поступка израде зубаца релативним кретањем алата – основне зупчасте летве у односу на будући зупчаник, замишљене кинематске површине које се котрљају без клизања су **подеони цилиндар и подеона раван**, односно **подеони круг и подеона права**.

Положај полуфабриката – будућег зупчаника у односу на алат – основну зупчасту летву одређен је растојањем између подеоне линије и средње линије стандардног профила. Ово растојање назива се померање профила основне зупчасте летве. Величина овог растојања изражава се производом $(x \cdot m)$, где је x – коефицијент померања профила основне зупчасте летве.



Срезање зупчаника и алата – основне зупчасте летве

Када се подеони круг котрља без клизања по средњој линији стандардног профила, растојање између средње линије стандардног профила и подеоне праве једнака је нули. У овом специјалном случају положај алата у односу на подеону праву одређен је без померања профила основне зупчасте летве. Овако израђени зупчаници називају се **зупчаници без померања профила ($x=0$)**.

Када се подеони круг котрља без клизања по подеоној линији, положај профила алата у односу на подеону праву одређен је померањем профила основне зупчасте летве. При томе, ово померање може бити **позитивно и негативно**.

Позитивно померање ($x>0$) настаје када се алат удаљава од зупчаника, посматрано у односу на нулти положај ($x=0$).

Негативно померање ($x<0$) настаје када се алат приближава зупчанику, посматрано у односу на нулти положај ($x=0$).

Зупчаници израђени са ($x>0$) називају се зупчаници са позитивним померањем профила, односно зупчаници са негативним померањем профила када је ($x<0$).

Мали број зубаца у комбинацији са позитивним померањем профила (на пример $z=14$ и $x=+0,6$) даје **шиљасте зупце**, зупце мале темене површине и велике дебљине у подножју зупца. Негативно померање профила у комбинацији са малим бројем зубаца (на пример $z=20$ и $x=-0,3$), даје **подсечене зупце**, зупце мале дебљине у подножју и велике темене површине. Генерално

посматрано, утицај померања профила основне зупчасте летве на облик профила зубаца зупчаника опада са повећањем броја зубаца. Његов утицај је занемариво мали за број зубаца $z \geq 100$.

		Коефицијент померања профила x				
		-0,6	-0,3	0	+0,3	+0,6
БРОЈ ЗУБАЦА z	12					
	14					
	17					
	20					
	25					
	35					
	50					
	100					

ГЕОМЕТРИЈСКЕ И ВЕЛИЧИНЕ ЦИЛИНДРИЧНИХ ЗУПЧАНИКА СА ПРАВИМ ЗУПЦИМА

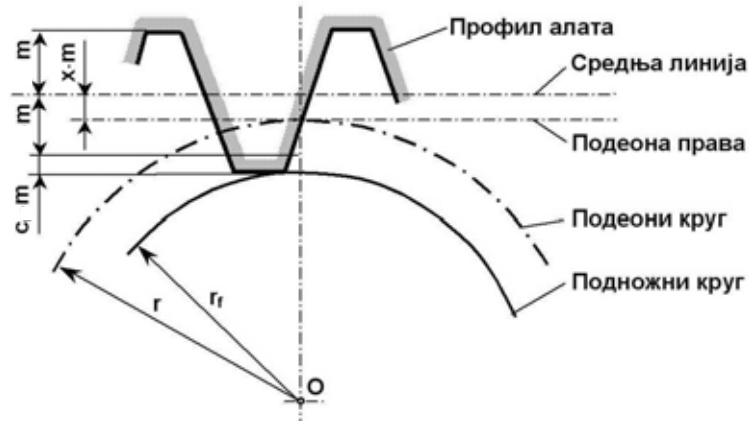
Пречници подножних кругова

Праволинијски део алата формира корисни део бока зуба, део бока зупца који има еволвентни облик. Прелазни део алата обикује подножни део бока зупца и поднажну површину зупца-део међузубља. Посматрањем спрезања алата и зупчаника може се успоставити функционална зависност између пречника подножног круга зупчаника и геометрије алата и коефицијента померања профила алата.

$$d_{f1} = d_1 + 2mx_1 - 2m(c+1)$$

$$d_{f2} = d_2 + 2mx_2 - 2m(c+1)$$

где је: $c = 0,1...0,3$



Лучна дебљина зупца:

Лучна дебљина зупца на подеоном кругу одговара лучној ширини међузубља зубаца основне зупчасте летве (види слику спрезања зупчаника и алата – основне зупчасте летве):

$$s = m \left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha \right)$$

Лучна дебљина зупца се мења по висини зупца. На неком кругу пречника d_y , ако се може одредити на основу следеће једнакости

$$\operatorname{inv} \alpha + \frac{s}{d} = \operatorname{inv} \alpha_y + \frac{s_y}{d_y}$$

одавде следи:

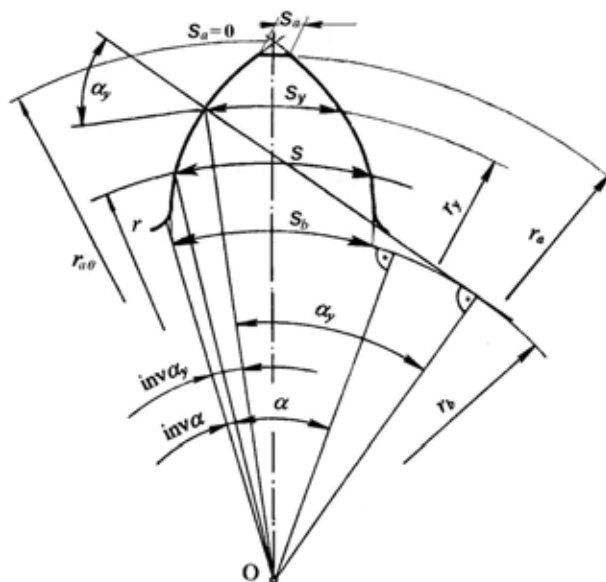
$$s_y = d_y \left(\frac{s}{d} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_y \right)$$

Лучна дебљина зупца на основном кругу ($d_y = d_b$ и $\alpha_y = \alpha_b = 0$)

$$s_b = d_b \left(\frac{s}{d} + \operatorname{inv} \alpha \right)$$

Лучна дебљина зупца на теменом кругу:

$$s_a = d_a \left(\frac{s}{d} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_a \right) \geq 0,2m$$



Мера преко зубаца

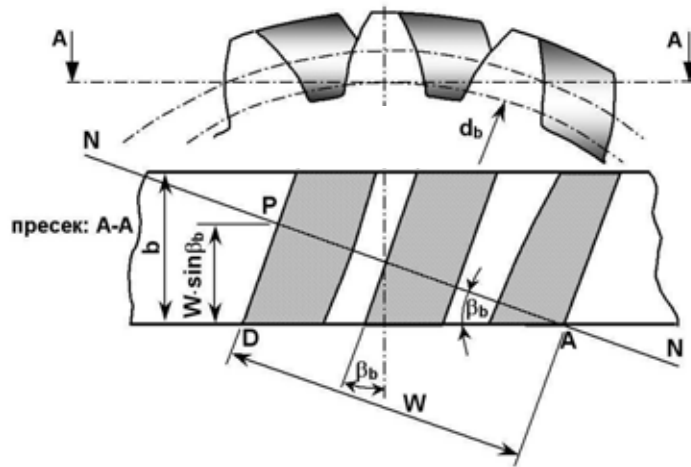
Променљиве вредности корака, дебљине зубаца и ширине међузубља по висини зупца отежавају контролу озубљења при његовој изради. Геометријска величина, чијом контролом се обезбеђује – гарантује исправно спрезање зупчаника са спољашњим озубљењем, је **мера преко зубаца**.

Мером преко зубаца мери се дужина нормале на бокове зубаца, која истовремено тангира основни круг зупчаника.

Код цилиндричних зупчаника са косим зупцима то је и дужина $\overline{AP} = W$, а код цилиндричних зупчаника са правим зупцима ($\beta_b = 0$), то би била дужина \overline{AD} .

Из троугла $\triangle ADP$ следи да је:

$$W = \overline{AD} \cos \beta_b$$

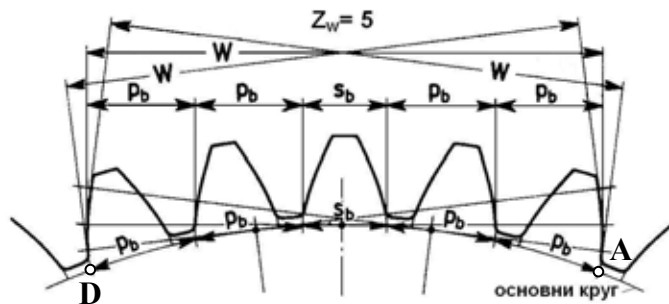


Мера преко зубаца цилиндричних зупчаника са косим зупцима

Мера преко зубаца представља најкраће – нормално растојање између разноимених бокова обухватаног броја зубаца, мерни број зубаца Z_w . Састоји се од $(Z_w - 1)$ основних корака и једне лучне дебљине зупца на основном кругу:

$$W = \overline{AD} \cos \beta_b = (z_w - 1)p_b + s_b$$

$$W = m \cos \alpha [\pi(z_w - 0,5) + z \operatorname{inv} \alpha + 2x \operatorname{tg} \alpha] \cos \beta_b$$



Мера преко зубаца цилиндричних зупчаника са правим зупцима

Мерни обухватни број зубаца

$$z_w = \frac{z}{\pi} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_x}{\cos^2 \beta} - \operatorname{inv} \alpha \right) - \frac{2x \operatorname{tg} \alpha}{\pi} + 0,5; \quad z_w \geq 2$$

где је:

$$\operatorname{tg} \alpha_x = \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{4 \frac{x}{z} \left(1 + \frac{x}{z} \right)}{\cos^2 \alpha}}$$

за $x = 0$

$$z_w = z \cdot \frac{\alpha + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \beta_b}{\pi} + 0,5$$

Мерни број зубаца се заокружује на ближи цео број.

Мерење мере преко зубаца код цилиндричних зупчаника са косим зупцима могуће је ако је испуњен услов

$$b > W \cdot \sin \beta_b$$

где је b - ширина зупчаника

Мера преко зубаца, осим контроле геометрије при изади зубаца може послужити и за одређивање (модула и коефицијента померања профила) зубаца зупчаника који немају пратећу техничку документацију. Разлика мера преко зубаца измерене преко Z_W и преко $Z_{W \pm 1}$ зубаца, представља величину основног корака. На основу познате зависности између основног и подеоног корака и добијене разлике измерених мера преко зубаца, може се одредити модул зупчаника:

$$m = \frac{\Delta W}{\pi \cdot \cos \alpha}$$

где је:

$$\Delta W = p_b = |W_{zW} - W_{zW \pm 1}|$$