

## РАЗАРАЊА ПОДНОЖЈА И БОКОВА ЗУБАЦА

Носивост зупчастих преносника ограничена је **запреминским** и **површинским** разарањем зубаца. Запреминско разарање манифестује се **ломом** зубаца, док се површинско разарање манифестује **хабањем** и површинским разарањем услед **замора** - **pitting**.



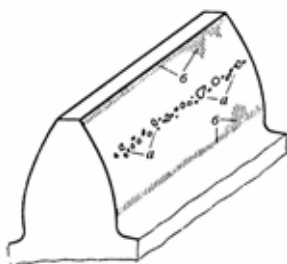
Лом зубаца може бити насилан - **статички** или постепен – **заморни**. **Статички лом** настаје услед непредвиђене појаве великих ударних оптерећења, која се прорачуном не могу обухватити: упадањем страног предмета или поломљених делова врхова зубаца у спрегу зубаца. **Заморни лом** настаје под дејством периодично променљивог оптерећења, поспешен утицајем концентрације напона. Положај површине лома зупца у односу на бок зупца приказан је на слици (код цилиндричних зупчаника са правим и са косим зупцима).



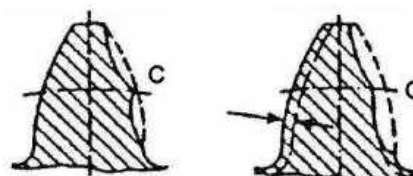
Облици површине лома зубаца

**Хабање бокова** зубаца последица је додира бокова спрегнутих зубаца који клижу један по другоме. Ово хабање може бити : **брусно**, **клизно** и **хабање са заједањем** - **scoring**.

**Брусно хабање** изазивају ситне честице метала које се нађу на активним деловима бокова зубаца, преостале приликом брушења зубаца или доведене мазивом. Ово хабање манифестује се појавом огреботина у правцу клизања бокова зубаца. Огреботине су најдубље на врху и у подножју зупца, а најплиће су на кинематској линији.



Брусно хабање бокова зубаца (б)  
и разарање услед замора (а)



Облици клизног хабања бокова зубаца

**Клизно хабање** је стално присутно код бокова зубаца а последица је силе трења која увек прати спрегу зубаца. Манифестује се појавом истрошености бокова зубаца.

**Хабанье са заједаньем** условљено је деловањем великих површинских притисака, брзином клизања и губитком уљног филма. У оваквим условима рада, губитком уљног филма јавља се суво трење а самим тим и силе трења великог интензитета, које изазивају нагло повећање температуре, локално загревање и заваривање делова спрегнутих бокова зубаца, што се манифестује заједаньем – киданьем делова материјала са бокова зубаца.

**Површинско разарање услед замора - питтинг**, последица је великих контактних притисака, присуства мазива на боковима зубаца, котрљања и клизања додирних површина, а манифестује се појавом малих јамица - рупица на активним површинама бокова зубаца испод кинематске површине.

### Чврстоћа подножја зубаца

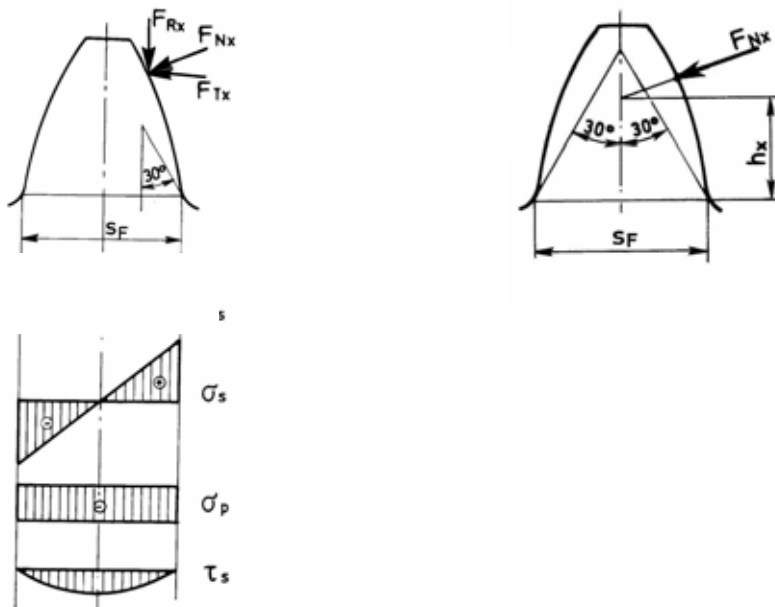
#### Радни напони

За анализу напонског стања у подножју зупца меродаван је профил зубаца у нормалној равни (раван нормална на бочну линију зупца). Зубац се апроксимира механичким моделом у облику конзоле на чијем крају делује оптерећење под неким углом у односу на осу конзоле. Усвојени механички модел представља **апроксимацију зупца** пошто димензије попречног пресека зупца-конзоле нису мале у односу на величину препуста.

Да би механички модел зупца у облику конзоле био потпуно одређен, треба одредити **положај опасног пресека** у подножју зупца, односно положај уклештења конзоле.

**Положај опасног пресека** одређен је додирним тачкама прелазног дела профила зупца и тангенти које са симетралом зупца заклапају угао од 30 степени.

**Обимна сила** образује момент који **напреже зубац на савијање**, а **радијална на ексцентрични притисак**. Осим тога, обимна сила редукована у тежиште опасног пресека подножја зупца као трансверзална сила **напреже зубац и на смицање**. На слици приказани су дијаграми компонентних напона (номиналне вредности) у опасном пресеку подножја зупца према претпоставкама Отпорности материјала.



Напонско стање у подножју зупца

Механички модел тела зупца и положај опасног пресека у подножју зупца

**Сложено напонско стање** у подножју зупца отежава изналажење напона који би био репрезентативан за проверу чврстоће зупца. За **основу репрезентативног напона** узима се номинална вредност нормалног напона услед попречног савијања:

$$\sigma_s = \frac{M_s}{W}$$

где су:

$$M_s = F_{Nx} l_x = \frac{F_t K_{\alpha x}}{\cos \alpha_x} h_x \cos \alpha_x - \text{нападно оптерећење (момент савијања);}$$

$$W = \frac{b \cdot s_F^2}{6} - \text{аксијални отпорни момент опасног пресека у подножју зупца.}$$

Израз за **репрезентативни напон** у опасном пресеку подножја зупца под дејством оптерећења у посматраној тачки додира гласи:

$$\sigma_{Fx} = K_A K_v K_{F\beta} \frac{F_t}{bm} K_{\alpha x} Y_{Fx} Y_{Sx}$$

где су:

$K_{\alpha x}$  - фактор оптерећења у посматраној тачки додира

$Y_{Fx}$  - фактор облика зупца у посматраној тачки додира

$Y_{Sx}$  - фактор корекције напона у посматраној тачки додира (узима утицаје: концентрације напона, смицања и притиска на напон у подножју зупца)

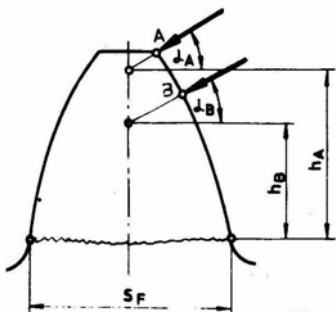
Ако се величине које не зависе од положаја тачке додира на профилу зупца издвоје и означе са:

$$\sigma_0 = K_A K_v K_{F\beta} \frac{F_t}{bm}$$

може се написати да је :

$$\sigma_{Fx} = K_{\alpha x} \sigma_0 Y_{Fx} Y_{Sx}$$

**У зависности од расподеле оптерећења** (идеално равномерна, неравномерна или изразито неравномерна) и **геометрије зубаца**, напон у подножју зупца меродаван за проверу носивости зубаца са аспекта запреминске чврстоће одређује се када оптерећење делује на врху (темену) зупца (тачка  $A$ ) или када оптерећење делује у **тачки смене двоструке и једноструке спреге**, (тачка  $B$ ).



На основу општег израза за напон у подножју зупца, могу се одредити напони у подножју зупца за додир у тачкама  $A$  и  $B$ :

$$\sigma_{FA} = \sigma_0 \cdot K_{\alpha A} \cdot Y_{FA} \cdot Y_{SA}$$

$$\sigma_{FB} = \sigma_0 \cdot K_{\alpha B} \cdot Y_{FB} \cdot Y_{SB}$$

где су:

$Y_{FA} = f(z, x)$  – фактор облика зупца за додир у тачки  $A$ ;

$Y_{SA} = \psi(z, x)$  - фактор корекције и концентрације напора за додир у тачки  $A$ .

**За идентификацију тачке додира** на профилима спрегнутих зубаца (тачка  $A$  или  $B$ ) која ће бити меродавна за одређивање напона у циљу провере носивости подножја зупца, формиран је фактор **меродавног напона**:

$$K_{F\alpha} = \frac{\sigma_{FA}}{\sigma_{FB}} = \frac{K_{\alpha A}}{Y_{\varepsilon}}$$

где је

$$Y_{\varepsilon} = \frac{Y_{FB} Y_{SB}}{Y_{FA} Y_{SA}} \approx 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_{\alpha}}$$

**Општи израз за одређивање** меродавног напона у подножју зупца може се написати у облику:

$$\sigma_F = \sigma_0 \cdot K_{F\alpha} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{FA} \cdot Y_{SA}$$

На основу фактора меродавног напона врши се избор напона ( $\sigma_{FA}$  или  $\sigma_{FB}$ ) за проверу носивости зупца са аспекта запреминске чврстоће:

Ако се прорачуном добије  $K_{Fa} > 1$ , меродаван је напор  $\sigma_{FA}$ ,

Ако се прорачуном добије  $K_{Fa} < 1$ , меродаван је напор  $\sigma_{FB}$ , у изразу за напон  $\sigma_F$  треба ставити  $K_{Fa} = 1,0$ .

**Поступак одређивања** напона меродавног за проверу запреминске чврстоће косих зубаца је исти као и за праве зупце. У аналитичким изразима величине које се односе на профил зупца у **чеоној равни** замењују се величинама које дефинишу профиле зубаца зупчаника у **нормалној равни**

$$\begin{aligned} m &\rightarrow m_n & z &\rightarrow z_n = \frac{z}{\cos^3 \beta} \\ x &\rightarrow x_n = \frac{x}{\cos \beta} & \varepsilon_a &\rightarrow \varepsilon_{an} = \frac{\varepsilon_a}{\cos^2 \beta_b} \end{aligned}$$

**Повољније напонско стање** косих зубаца у односу на еквивалентни цилиндрични зупчаник са правим зупцима, услед постепеног уласка косих зубаца у захват узима се у обзир **фактором угла нагиба зубаца** ( $Y_\beta \leq 1$ ):

$$Y_\beta = 1 - \frac{\beta}{120^\circ} \cdot \varepsilon_\beta$$

за  $\varepsilon_\beta > 1$  треба узети да је  $\varepsilon_\beta = 1$

за  $\beta > 30^\circ$  треба узети да је  $\beta = 30^\circ$

Сагласно овоме израз за одређивање константног дела напона гласи:

$$\sigma_0 = K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_\beta$$

### Критични напон подножја зубаца

За одређивање критичног напона—механичких карактеристика зубаца, статичких и динамичких, меродаван је ток промене радног напона у подножју зубаца. **Због периодичног уласка и изласка зубаца у захват-спрегу, радни напон у подножју зупца је једносмерно променљив, код зупчаних парова са сталним смером обртања.** Код ових зупчаних парова критични напон је **трајна** или **временски ограничена** динамичка чврстоћа зубаца при једносмерном променљивом напону:

$$[\sigma] = \sigma_{DF}; \sigma_{NF}$$

Подаци о критичном напону, **трајној динамичкој чврстоћи подножја зубаца**, за различите материјале добијени су испитивањем еталон зупчастог пара, одређене геометрије зубаца и квалитета израде

**Трајна динамичка чврстоћа** зубаца зупчаника чији услови рада и геометрија се не подударају са геометријом и условима испитивања еталон зупчастог пара, одређује се корекцијом трајне динамичке чврстоће зубаца еталон зупчаника:

$$[\sigma_F] \approx \sigma_{Flim} \cdot Y_X \cdot Y_R \cdot Y_S \dots$$

где су:

$Y_X$  — фактор величине зупца;

$Y_R$  — фактор промене радног напона (једносмерна промена  $Y_R=1,0$ ; наизменична промена  $Y_R=0,7$ ;

$Y_S = 2$  — фактор корекције напона.

**Степен сигурности**

Степен сигурности против заморног разарања (лома) зубаца спрегнутих зупчаника (великог  $S_{F2}$  и малог зупчаника  $S_{F1}$ ) одређен је односом критичног напона и највећег радног напона  $\sigma_F = \max(\sigma_{FA}, \sigma_{FB})$

$$S_{F1} = \frac{\sigma_{DF1}}{\sigma_{F1}} ; S_{F2} = \frac{\sigma_{DF2}}{\sigma_{F2}}$$

$$\sigma_{F1} = \max(\sigma_{FA1}, \sigma_{FB1}) \quad \sigma_{F2} = \max(\sigma_{FA2}, \sigma_{FB2})$$

До разарања – лома зубаца, спрегнутог зупчастог пара, услед замора неће доћи ако су задовољени услови:

$$S_{F1} > S_{Fmin} ; S_{F2} > S_{Fmin}$$

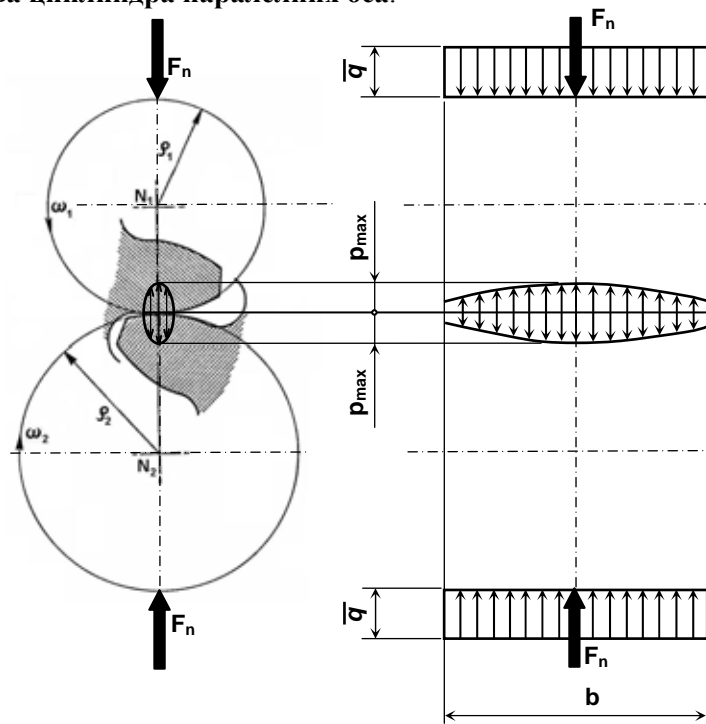
где је

$$S_{Fmin} = 1,25 - 2,5$$

### Чврстоћа бокова зубаца

#### Радни напон

За анализу напонског стања на активним површинама бокова зубаца, додир еволвентних површина спрегнутих зубаца у кинематском полу апроксимира се **механичким моделом који одговара додиру два цилиндра паралелних оса.**



Механички модел спрегнутих зубаца

**Механички модел** додира бокова спрегнутих зубаца у облику два цилиндра паралелних оса представља, попут механичког модела зупца у облику конзоле, одговарајућу апроксимацију. Наиме, услови додира двеју еволвентних површина разликују се од услова додира два цилиндра паралелних оса. Интезитет максималног површинског притиска зависи од еластичних својстава материјала делова у додиру ( $E, \nu$ ), њихове геометрије (радијуса кривине  $\rho_c$  и дужине контактне линије  $b$  и специфичног оптерећења  $q$ ):

$$\sigma_H^2 = p_{\max}^2 = Z_E^2 \frac{F_n}{b \cdot \rho_C}$$

где су:

$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha}$  - номинално оптерећење, сила нормална на заједничку изводницу додирних цилиндара;

$b$  – ширина зупчаника;

$Z_E^2 = \Phi(E_1, E_2, \nu_1, \nu_2)$  - коефицијент еластичности материјала спрегнутих зупчаника;

$\rho_C = \frac{\rho_{C1} \cdot \rho_{C2}}{\rho_{C1} + \rho_{C2}} = \frac{d_1}{2} \frac{u}{1+u}$  - средњи пречник (радијус) кривине додирних цилиндара, за

додир у кинематском полу;

$\rho_{C1}, \rho_{C2}$  - полупречници кривина додирних цилиндара у кинематском полу.

У зависности од расподеле оптерећења код истовремено спрегнутих парова зубаца, израз за напон на боковима зубаца за додир у кинематском полу, у тачки С, цилиндричних зупчаника са правим зупцима, може се написати у облику:

За идеално равномерну расподелу:

$$\sigma_{Hr}^2 = Z_E^2 \cdot Z_H^2 \cdot \frac{K \cdot F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{1+u}{u} Z_\epsilon^2 = \sigma_{H0}^2 Z_\epsilon^2$$

за неравномерну расподелу:

$$\sigma_H^2 = \sigma_{H0}^2 K_\alpha$$

где су:

$K = K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta}$  - фактор меродавног оптерећења спрегнутих зубаца

$Z_H^2 = \frac{2}{\cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha_w}$  - фактор облика бокова зубаца

$Z_E^2$  - коефицијент еластичности материјала спрегнутих зупчаника.

$Z_\epsilon^2 = \frac{4 - \epsilon_\alpha}{3}$  - фактор расподеле оптерећења код истовремено спрегнутих парова зубаца

за случај идеално равномерне расподеле оптерећења је изразита функција степена спрезања → назив **фактор степена спрезања**.

Општи израз за одређивање меродавног напона за проверу површинске чврстоће бокова зубаца цилиндричних зупчаника са правим зупцима гласи:

$$\sigma_H^2 = \sigma_{H0}^2 K_{Ha} Z_\epsilon^2$$

где је:

$$K_{Ha}^{\text{def}} = \frac{\sigma_H^2}{\sigma_{Hr}^2} = \frac{K_\alpha}{Z_\epsilon^2} - \text{фактор меродавног напона;}$$

$$Z_\epsilon^2 \leq K_\alpha \leq 1,0$$

- $K_{Ha} < 1$  за проверу површинске чврстоће бокова зубаца меродаван је напон  $\sigma_{Hr}$  при идеално равномерној расподели оптерећења, у изразу за напон треба ставити  $K_{Ha}=1$
- $K_{Ha} > 1$  за проверу површинске чврстоће бокова зубаца меродаван је напон  $\sigma_H$  при неравномерној расподели оптерећења
- $K_{H\alpha\max} > \frac{1}{Z_\epsilon^2}$  за случај изразито неравномерне расподеле оптерећења;  $K_\alpha=1$

**Општи израз за одређивање напона меродавног за проверу површинске чврстоће бокова зубаца цилиндричних зупчаника са косим зупцима одређује се на исти начин као код цилиндричних зупчаника са правим зупцима:**

$$\sigma_H^2 = Z_E^2 \cdot Z_H^2 \cdot Z_\beta^2 \cdot \frac{K \cdot F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{1+u}{u} \cdot Z_\epsilon^2 \cdot K_{Ha}$$

где су:

$$Z_H^2 = \frac{2 \cos \beta_b}{\cos^2 \alpha \cdot \tan \alpha_w} - \text{фактор облика бокова зубаца}$$

$$Z_\beta^2 = \cos \beta - \text{фактор угла нагиба зубаца}$$

$$Z_\epsilon^2 = \frac{4 - \epsilon_\alpha}{3} (1 - \epsilon_\alpha) + \frac{\epsilon_\beta}{\epsilon_\alpha} \quad \text{за } \epsilon_\beta < 1$$

$$Z_\epsilon^2 = \frac{1}{\epsilon_\alpha} \quad \text{за } \epsilon_\beta \geq 1$$

### Критични напони

Због периодичног уласка и изласка зубаца у захват, радни напон на боковима зубаца је једносмерно променљив. Сагласно томе меродавна механичка карактеристика (критични напон) за проверу површине чврстоће бокова зубаца услед замора-pittinga је трајна или временски ограничена динамичка чврстоћа бокова зубаца.

$$[\sigma] = \sigma_{DH}; \sigma_{NH}$$

Подаци о критичном напону, динамичкој чврстоћи бокова зубаца за различите материјале добијени су испитивањем еталон зупчастог пара ( $\beta=0^\circ$ ;  $m_n=3...5 \text{ mm}$ ;  $u=1$ ;  $v=10 \text{ m/s}$ ;  $IT=4...7$ ).

Трајна динамичка чврстоћа бокова зубаца посматраног зупчастог пара одређује се корекцијом трајне динамичке чврстоће бокова зубаца еталон зупчастог пара:

$$\sigma_{DH} = \sigma_{Hlim} \cdot Z_X \quad \sigma_{DH} = \sigma_{Hlim} \cdot Z$$

### Степен сигурности

Степен сигурности против заморног разарања бокова спрегнутих зубаца одређен је односом критичног напона и радног напона

$$S_{H1} = \frac{\sigma_{DH1}}{\sigma_H} \quad S_{H2} = \frac{\sigma_{DH2}}{\sigma_H}$$

Бокови спрегнутих зубаца ће бити заштићени од заморног (динамичког) разарања ако су задовољени следећи услови:

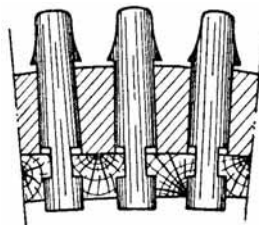
$$S_{H1} > S_{H \min} \quad \text{и} \quad S_{H2} > S_{H \min}$$

где је:

$$S_{H \min} \geq 1,25$$

### Материјали за израду зупчаника

У зависности од радних услова у погледу: оптерећења, брзине, буке, вибрација, затим захтева у погледу: величине серије, начина израде, степена поузданости у раду, цене коштања и других околности, за израду зупчаника примењује се велики број различитих материјала. Примењују се метални и неметални материјали. Први зупци зупчаника направљени су од **дрвета**, слика 6.73. Данас се као неметални материјал све више примењују разне врсте **пластичних материјала**. Њиховом применом постиже се: миран рад зупчастог пара, лакша конструкција и нижа производна цена.



Зупчаник са дрвеним зупцима

У односу на неметалне материјале, спектар металних материјала је много већи: **сиви лив, челични лив, надуларни лив, обични конструкциони челици, челици за побољшање и легирани челици за цементацију и нитрирање, као и алуминијумске легуре.**

При избору материјала зупчастог пара треба имати у виду да су зупци малог зупчаника, због већег броја обртаја (већег броја промена оптерећења) у неповољнијем положају са аспекта запреминског и површинског разарања у односу на зупце великог (спрегнутог) зупчаника. Због тога се за израду малог зупчаника обично користи квалитетнији материјал.

Да би се олакшало и убрзало разрађивање (уходавање) бокова зубаца спрегнутих зупчаника, тврдоћа бокова зубаца малог зупчаника потребно је да буде већа (око 10%) од тврдоће бокова зубаца великог зупчаника.

Зупци зупчаника треба да имају велику тврдоћу како би издржали велике контактне напоне и велику жилавост да би били отпорни на велика динамичка оптерећења. Да би се ови услови обезбедили примењује се термичка и термохемијска обрада зупчаника, најчешће каљење, цементирање и нитрирање.